

## Musterprüfung 2-IT1

- Themen:
- A. Potenzregeln
  - B. Teilbarkeitsregeln und Primzahlen
  - C. Primfaktorzerlegung
  - D. Teilmengen
  - E. Modulfunktion
  - F. Hashfunktion aus Modulfunktionen

### A.1) Schreibe als eine Potenz

- |  |  |
|--|--|
| a) $5^2 \cdot 5^4$   | k) $4^5 \cdot 4^3$   |
| b) $7^2 \cdot 7^{-3}$  | l) $7^7 \cdot 7^6$   |
| c) $5^{1/3} \cdot 5^{1/6}$                                       | m) $5^3 \cdot 5^{-4}$  |
| d) $5^0 \cdot 5^4$   | n) $7^{3/4} \cdot 7^{1/2}$   |
| e) $5^{1/2} \cdot 5^{-1/6}$                                      | o) $8^{3/4} \cdot 8^{-5/4}$  |
| f) $2^4 \cdot 3^4$   | p) $3^5 \cdot 12^5$  |
| g) $6^5 \cdot 5^5$   | q) $\left(\frac{8}{15}\right)^4 \cdot \left(\frac{16}{27}\right)^4$                                  |
| h) $7^8 \cdot 3^8$   | r) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{4}{15}\right)^5$                                    |
| i) $6^7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7$                        | s) $\left(\frac{4}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$    |
| j) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^5$ | t) $\left(\frac{4}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^4 \cdot \left(\frac{25}{48}\right)^4$ |

### A.2) Bestimme den Inhalt der Klammer

- a)  $5 \cdot 7^2 + 2^2 \cdot 7^2 = 7^2 \cdot ( \quad )$
- b)  $7^3 + 4 \cdot 7^2 - 2^3 \cdot 7^2 = 7^2 \cdot ( \quad )$
- c)  $2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 + 7 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot 3^2 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot ( \quad )$

A.3) Mache alle Exponenten positiv

$$\frac{3^{-2} \cdot 2^3 \cdot 5^{-4} \cdot 7^2}{13^2 \cdot 17^{-4}}$$

A.4) Schreibe als Wurzel

a)  $5^{1/6}$

b)  $3^{2/3}$

c)  $4^{2/3}$

d)  $6^{5/2}$

e)  $7^{4/3}$

f)  $9^{2/3}$

A.5) Schreibe als eine Potenz

a)  $(5^2)^3$

b)  $(3^{4/7})^2$

c)  $(5^3)^{4/3}$

d)  $\left(\frac{3^2}{13}\right)^3$

e)  $\frac{(5^2)^3}{(5^3)^4}$

f)  $((2^3)^{-2})^{-4}$

g)  $\left(\frac{5^2}{4^2}\right)^3$

h)  $((4^3 \cdot 3^3)^2)^3$

i)  $(4^3)^{(2^2)}$

B.1) Welche der Zahlen 18, 23, 25 und 28 sind ohne Rest durch 2 teilbar?

B.2) Fehlende Ziffern werden mit „\_“ gekennzeichnet. Bestimme fehlende Ziffern so, dass die entsprechende Zahl durch 3 teilbar wird.

a) 34\_

c) 4\_37

b) 379\_

d) 5\_241

B.3) Fehlende Ziffern werden mit „\_“ gekennzeichnet. Bestimme fehlende Ziffern so, dass die entsprechende Zahl durch 4 teilbar wird.

a) 532\_

d) 4\_88

b) 63\_1\_6

e) 71\_35

c) 52\_3

f) 8\_8

B.4) Fehlende Ziffern werden mit „-“ gekennzeichnet.  
Bestimme fehlende Ziffern so, dass die entsprechende Zahl durch 6 teilbar wird.

a)  $45\_$

c)  $\_13$

b)  $37\_4$

d)  $5\_8$

B.5) Fehlende Ziffern werden mit „-“ gekennzeichnet.  
Bestimme fehlende Ziffern so, dass die entsprechende Zahl durch 9 teilbar wird.

a)  $35\_4$

c)  $1\_1$

b)  $82\_8$

d)  $3\_22$

B.6) Fehlende Ziffern werden mit „-“ gekennzeichnet.  
Bestimme fehlende Ziffern so, dass die entsprechende Zahl durch 5 und 6 teilbar ist.

a)  $3\_54\_$

d)  $\_42\_$

b)  $51\_2\_$

e)  $1\_ \_$

c)  $1\_ \_ \_ 3$

B.7) Schreibe alle Primzahlen zwischen 20 und 40 auf.

B.8) Durch welche Zahlen ist das Produkt der Primzahlen 2, 3 und 5 teilbar?

B.9) Wie viele geradzahlige Primzahlen gibt es?

B.10) Sieb des Eratosthenes: Streiche im Zahlenquadrat die Zahl 1. Unter den verbleibenden Zahlen im Zahlenquadrat markiere die kleinste Zahl und streiche deren ganzzahlige Vielfache. Unter den verbleibenden Zahlen markiere wieder die kleinste

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

und streiche deren ganzzahlige Vielfache im Zahlenquadrat. Durch diesen Prozess werden alle im Quadrat enthaltenen Zahlen (mit Leuchtstift) markiert und alle Zahlen, die nicht prim sind, werden durchgestrichen.

Erstelle eine Liste der Primzahlen von 1 bis 100.

C.1) Zerlege in Primfaktoren

a) 48

e) 1050

b) 175

f) 2205

c) 385

g) 3024

d) 630

h) 3465

C.2) Bestimme den (optimalen) Hauptnenner

a)  $\frac{2}{35}$  und  $\frac{5}{84}$

b)  $\frac{7}{45}$  und  $\frac{5}{54}$

D.1) Bestimme die Teilmengen

- |               |                 |
|---------------|-----------------|
| a) $\pi_1$    | f) $\pi_{98}$   |
| b) $\pi_3$    | g) $\pi_{144}$  |
| c) $\pi_{11}$ | h) $\pi_{180}$  |
| d) $\pi_{15}$ | i) $\pi_{625}$  |
| e) $\pi_{30}$ | j) $\pi_{1050}$ |

E.1) Berechne

- |                  |                              |
|------------------|------------------------------|
| a) $17 \bmod 3$  | e) $18 \bmod 5$              |
| b) $-17 \bmod 3$ | f) $11 \bmod 3 + 15 \bmod 3$ |
| c) $21 \bmod 5$  | g) $(11+15) \bmod 3$         |
| d) $13 \bmod 1$  | h) $(17 \bmod 7) \bmod 2$    |

E.2) Berechne  $x$ . Es sei  $x \in \mathbb{N}$ .

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| a) $20 \bmod x = 3$ | d) $x \bmod 7 = 5$  |
| b) $x \bmod 4 = 2$  | e) $13 \bmod 8 = x$ |
| c) $21 \bmod x = 5$ | f) $11 \bmod x = 2$ |

F.1) Berechne (Erstelle eine Wertetabelle)

- a)  $H(x) = (x \cdot (x^2 \bmod 5) \bmod 3) \bmod 10$   
für  $x \in \{0, 1, 2, 4\}$
- b)  $H(x) = (x \cdot (x \bmod 3)^2 \bmod 5) \bmod 10$   
für  $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$
- c)  $H(x) = (x \bmod 2) \cdot (x \bmod 5) \bmod 10$   
für  $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- d)  $H(x) = (2x \bmod 5) \cdot (x \bmod 3) \cdot x \bmod 10$   
für  $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Musterlösungen

A.1a)  $5^{2+4} = 5^6$

b)  $7^{2-3} = 7^{-1} = 1/7$

c)  $5^{(1/3+1/6)} = 5^{1/2} = \sqrt{5}$

d)  $5^0 = 1 \rightarrow 5^0 \cdot 5^4 = 5^4$

e)  $5^{1/2-1/6} = 5^{1/3} = \sqrt[3]{5}$

f)  $(2 \cdot 3)^4 = 6^4$

g)  $(6 \cdot 5)^5 = 30^5$

h)  $(7 \cdot 3)^8 = 21^8$

i)  $(6 \cdot 1/3)^7 = 2^7$

j)  $(\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9})^5 = (\frac{2}{3})^5$

k)  $4^{5-3} = 4^2$

l)  $7^{7-6} = 7^1 = 7$

m)  $5^{3-(-4)} = 5^{3+4} = 5^7$

n)  $7^{3/4} : 7^{1/2} = 7^{3/4-1/2} = 7^{1/4} = \sqrt[4]{7}$

o)  $8^{3/4-(-5/4)} = 8^{3/4+5/4} = 8^2$

p)  $3^5 \cdot 12^5 = (3/12)^5 = (1/4)^5 = 4^{-5}$

q)  $(\frac{8}{15} \cdot \frac{16}{27})^4 = (\frac{8}{15} \cdot \frac{27}{16})^4 = (\frac{9}{10})^4$

r)  $(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{15})^5 = (\frac{2}{3} \cdot \frac{15}{4})^5 = (\frac{5}{2})^5$

s)  $(\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{8})^3 : (\frac{2}{3})^3 = (\frac{1}{2})^3 : (\frac{2}{3})^3 = (\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3})^3 = (\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2})^3 = (\frac{3}{4})^3$

t)  $(\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{12})^4 \cdot (\frac{25}{48})^4 = (\frac{4}{5} \cdot \frac{12}{5})^4 \cdot (\frac{25}{48})^4 = (\frac{48}{25})^4 \cdot (\frac{25}{48})^4 = (\frac{48}{25} \cdot \frac{25}{48})^4 = 1^4 = 1$

A.2a)  $7^2 \cdot (5+2^2) = 7^2 \cdot (5+4) = 7^2 \cdot (9)$

b)  $7^2 \cdot (7+4-2^3) = 7^2(11-8) = 7^2 \cdot (3)$

$$c) 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot (3 + 7 \cdot 2 \cdot 5) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 (3 + 70) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot (73)$$

$$A.3) \frac{3^{-2} \cdot 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5^{-4} \cdot 5^4 \cdot 7^2 \cdot 17^4}{3^2 \cdot 5^4 \cdot 13^2 \cdot 17^{-4} \cdot 17^4} = \frac{2^3 \cdot 7^2 \cdot 17^4}{3^2 \cdot 5^4 \cdot 13^2}$$

$$A.4) \quad (a) \sqrt[6]{5} \quad (d) \sqrt[7]{65}$$

$$(b) \sqrt[3]{3} \quad (e) \sqrt[3]{74}$$

$$(c) \sqrt[3]{4^2} \quad (f) \sqrt[3]{9^2}$$

$$A.5a) 5^{2 \cdot 3} = 5^6$$

$$b) 3^{(4/7) \cdot 2} = 3^{8/7} = \sqrt[7]{3^8}$$

$$c) 5^3 \cdot (4/3) = 5^4$$

$$d) (9/13)^3$$

$$e) \frac{5^{2 \cdot 3}}{5^{3 \cdot 4}} = \frac{5^6}{5^{12}} = 5^{6-12} = \underline{\underline{5^{-6}}}$$

$$f) (2^{3 \cdot (-2)})^{-4} = (2^{-6})^{-4} = 2^{(-6) \cdot (-4)} = 2^{24}$$

$$g) \left(\left(\frac{5}{4}\right)^2\right)^3 = \left(\frac{5}{4}\right)^{2 \cdot 3} = \left(\frac{5}{4}\right)^6$$

$$h) \left(\left(\left(4 \cdot 3\right)^3\right)^2\right)^3 = \left(\left(\left(12\right)^3\right)^2\right)^3 = \left(12^{3 \cdot 2}\right)^3 =$$

$$\left(12^6\right)^3 = 12^{6 \cdot 3} = 12^{18}$$

$$i) (4^3)^4 = 4^{3 \cdot 4} = 4^{12}$$

B.1) 18 und 28

B.2a) 342, 345, 348 (3 Lösungen)

b) 3792, 3795, 3798 (3 Lösungen)

c) 4137, 4437, 4737 (3 Lösungen)

d) 50'241, 53'241, 56'241, 59'241 (4 Lösungen)

B.3a) 5320, 5324, 5328 (3 Lösungen)

b) 63'116, 63'136, 63'156, 63'176, 63'196 (5 Lösungen)

c) Keine Lösung weil Endziffer ungerade

d) 4088, 4188, 4288, 4388, 4488, 4588, 4688, 4788, 4888, 4988 (10 Lösungen)

e) Keine Lösung weil Endziffer ungerade  
 f) 808, 828, 848, 868, 888 (5 Lösungen)

B.4a) 450, 456 (2 Lösungen)

b) 3714, 3744, 3774 (3 Lösungen)

c) Keine Lösung (Endziffer ungerade)

d) 528, 558, 588 (3 Lösungen)

B.5a) 3564

b) 8208, 8298 (2 Lösungen)

c) 171

d) 3222

B.6a) 30'540, 33'540, 36'540, 39'540 (4 Lösungen)

b) 51'120, 51'420, 51'720 (3 Lösungen) 51'420,

c) Keine Lösung. Endziffer ist ungerade

d) (0420), 3420, 6420, 9420 (4 Lösungen)

e) 120, 150, 180 (3 Lösungen)

B.7) 23, 29, 31, 37

B.8) Durch 1, 2, 3, 5,  $2 \cdot 3 = 6$ ,  $2 \cdot 5 = 10$ ,  $3 \cdot 5 = 15$ ,  $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

B.9) Nur eine (2).

B.10)

<del>1</del>	2	3	<del>4</del>	5	<del>6</del>	7	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>
11	<del>12</del>	13	<del>14</del>	<del>15</del>	<del>16</del>	17	<del>18</del>	19	<del>20</del>
<del>21</del>	<del>22</del>	23	<del>24</del>	<del>25</del>	<del>26</del>	<del>27</del>	<del>28</del>	29	<del>30</del>
31	<del>32</del>	<del>33</del>	<del>34</del>	<del>35</del>	<del>36</del>	37	<del>38</del>	<del>39</del>	<del>40</del>
41	<del>42</del>	43	<del>44</del>	<del>45</del>	<del>46</del>	47	<del>48</del>	<del>49</del>	<del>50</del>
<del>51</del>	<del>52</del>	53	<del>54</del>	<del>55</del>	<del>56</del>	<del>57</del>	<del>58</del>	59	<del>60</del>
61	<del>62</del>	<del>63</del>	<del>64</del>	<del>65</del>	<del>66</del>	67	<del>68</del>	<del>69</del>	<del>70</del>
71	<del>72</del>	73	<del>74</del>	<del>75</del>	<del>76</del>	<del>77</del>	<del>78</del>	79	<del>80</del>
<del>81</del>	<del>82</del>	83	<del>84</del>	<del>85</del>	<del>86</del>	<del>87</del>	<del>88</del>	89	<del>90</del>
<del>91</del>	<del>92</del>	<del>93</del>	<del>94</del>	<del>95</del>	<del>96</del>	97	<del>98</del>	<del>99</del>	<del>100</del>



2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59,  
61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

C.1a)  $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

b)  $175 = 5 \cdot 5 \cdot 7$

c)  $385 = 5 \cdot 7 \cdot 11$

d)  $630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

e)  $1050 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

f)  $2205 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$

g)  $3024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$

h)  $3465 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

C.2a)  $\left. \begin{array}{l} 35 = 5 \cdot 7 \\ 84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \end{array} \right\} 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = \underline{\underline{420}}$

b)  $\left. \begin{array}{l} 45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \\ 54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \end{array} \right\} 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = \underline{\underline{270}}$

D.1a)  $\pi_1 = \{1\}$

b)  $\pi_3 = \{1, 3\}$

c)  $\pi_{11} = \{1, 11\}$

d)  $\pi_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$

e)  $\pi_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

f)  $\pi_{98} = \{1, 2, 7, 14, 49, 98\}$

g)  $\pi_{144} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144\}$

h)  $\pi_{180} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180\}$

i)  $\pi_{625} = \{1, 5, 25, 125, 625\}$

j)  $\pi_{1050} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 25, 30, 35, 42, 50, 70, 75, 105, 150, 175, 210, 350, 525, 1050\}$

E.1a) 2      e) 3

b) 1      f)  $2+0=2$

c) 1      g) 2

d) 0      h)  $3 \bmod 2 = 1$

E.2a)  $x = 17$ b)  $x \in \{2, 6, 10, 14, 18, \dots\}$ c)  $x \in \{8, 16\}$ d)  $x \in \{5, 12, 19, 26, 33, \dots\}$ e)  $x = 5$ f)  $x \in \{3, 9\}$ 

F.1a)

<b>x</b>	<b><math>x^2 \bmod 5</math></b>	<b><math>x \cdot (x^2 \bmod 5) \bmod 3</math></b>	<b>H(x)</b>
0	$0 \bmod 5 = 0$	$0 \cdot 0 \bmod 3 = 0$	$0 \bmod 10 = 0$
1	$1 \bmod 5 = 1$	$1 \cdot 1 \bmod 3 = 1$	$1 \bmod 10 = 1$
2	$4 \bmod 5 = 4$	$2 \cdot 4 \bmod 3 = 2$	$2 \bmod 10 = 2$
4	$16 \bmod 5 = 1$	$4 \cdot 1 \bmod 3 = 1$	$1 \bmod 10 = 1$

b)

<b>x</b>	<b><math>(x \bmod 3)^2</math></b>	<b><math>x \cdot (x \bmod 3)^2 \bmod 5</math></b>	<b>H(x)</b>
0	$(0 \bmod 3)^2 = 0$	$0 \cdot 0 \bmod 5 = 0$	$0 \bmod 10 = 0$
1	$(1 \bmod 3)^2 = 1$	$1 \cdot 1 \bmod 5 = 1$	$1 \bmod 10 = 1$
2	$(2 \bmod 3)^2 = 4$	$2 \cdot 4 \bmod 5 = 3$	$3 \bmod 10 = 3$
3	$(3 \bmod 3)^2 = 0$	$3 \cdot 0 \bmod 5 = 0$	$0 \bmod 10 = 0$
4	$(4 \bmod 3)^2 = 1$	$4 \cdot 1 \bmod 5 = 4$	$4 \bmod 10 = 4$

c)

<b>x</b>	<b><math>x \bmod 2</math></b>	<b><math>x \bmod 5</math></b>	<b>H(x)</b>
1	$1 \bmod 2 = 1$	$1 \bmod 5 = 1$	$1 \cdot 1 \bmod 10 = 1$
2	$2 \bmod 2 = 0$	$2 \bmod 5 = 2$	$0 \cdot 2 \bmod 10 = 0$
3	$3 \bmod 2 = 1$	$3 \bmod 5 = 3$	$1 \cdot 3 \bmod 10 = 3$
4	$4 \bmod 2 = 0$	$4 \bmod 5 = 4$	$0 \cdot 4 \bmod 10 = 0$
5	$5 \bmod 2 = 1$	$5 \bmod 5 = 0$	$1 \cdot 0 \bmod 10 = 0$

d)

<b>x</b>	<b><math>2x \bmod 5</math></b>	<b><math>x \bmod 3</math></b>	<b>H(x)</b>
1	$2 \cdot 1 \bmod 5 = 2$	$1 \bmod 3 = 1$	$2 \cdot 1 \cdot 1 \bmod 10 = 2$
2	$2 \cdot 2 \bmod 5 = 4$	$2 \bmod 3 = 2$	$4 \cdot 2 \cdot 2 \bmod 10 = 6$
3	$2 \cdot 3 \bmod 5 = 1$	$3 \bmod 3 = 0$	$1 \cdot 0 \cdot 3 \bmod 10 = 0$
4	$2 \cdot 4 \bmod 5 = 3$	$4 \bmod 3 = 1$	$3 \cdot 1 \cdot 4 \bmod 10 = 2$
5	$2 \cdot 5 \bmod 5 = 0$	$5 \bmod 3 = 2$	$0 \cdot 2 \cdot 5 \bmod 10 = 0$