

Musterprüfung

Themen:

- A. Mathematische Zeichen und Abkürzungen
- B. Zahlenmengen
- C. Addition und Subtraktion von ganzen Zahlen
- D. Multiplikation und Division von ganzen Zahlen
- E. Multiplikation von Summen und Differenzen
- F. Binomische Formeln
- G. Ausklammern
- H. Rechnen mit Brüchen
- I. Multiplikation von Brüchen
- J. Division von Brüchen

A.1.) Es sei $M = \{1, 3, 5, 8, 10\}$

Wahr oder falsch?

- a) $\{1\} \in M$
- b) $\{3\} \notin M$
- c) $\{8\} \in M$
- d) $\{7\} \notin M$
- e) $\{1, 3, 5\} \subset M$
- f) $\{1, 2\} \subset M$
- g) $\{1, 3, 10\} \not\subset M$

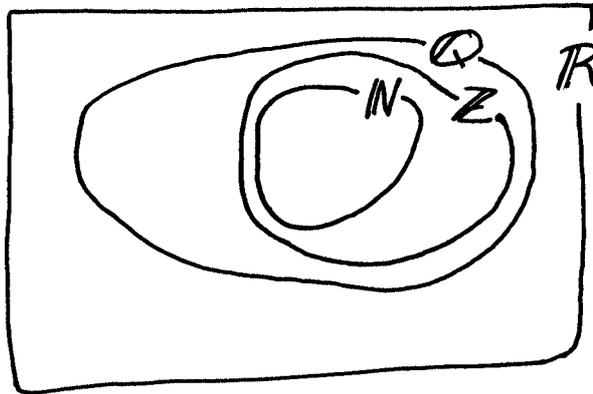
A.2.) Handelt es sich um eine Konjunktion, eine Disjunktion, eine Implikation oder eine Äquivalenz?

- a) $a \vee b$
- b) $b \Rightarrow a$
- c) $a \Leftrightarrow b$
- d) $a \wedge b$

A.3.) Verbinde äquivalente Aussagen dargestellt in „Sprechweise“ und mit Symbolen der mathematischen Logik.

- | | | | |
|---------------------------|---|---|-----------------------|
| a oder b | • | • | $a \Rightarrow b$ |
| a und b sind gleichwertig | • | • | $a \wedge b$ |
| aus a folgt b | • | • | $a \vee b$ |
| a und b | • | • | $a \Leftrightarrow b$ |

B.1.) Platziere die Elemente von $M = \{-\frac{7}{3}, -2, -\sqrt{2}, -1, 0, \frac{2}{3}, 1, \sqrt{3}, \pi, 5\}$ in untenstehendes Venn-Diagramm.



B.2.) Es sei $M = \mathbb{Q} \setminus \mathbb{N}$.

Welche Elemente von $A = \{-\frac{4}{3}, -2, 0, \frac{1}{3}, 1, \frac{4}{3}, 2\}$ sind Elemente von M ?

C.1.) Berechne

a) $(-5) + (-3) - (-4) + 2$

b) $-((-2) - 5) - (2 - (-1))$

c) $5x - ((-3) + 3x)$

d) $5a - ((-3a) + 2b) - (3 - a + 2b)$

e) $13a - (2a + 4b - 5) - (2a - 5b)$

D.1.) Berechne

a) $(-7) \cdot 0$

b) $(3x) \cdot (-4y)$

c) $2a(a - 3b + c - 4) + a(2b - c)$

d) $(-3r)(2a - b + 3c - 7) + 11r + 6ar$

E.1.) Berechne

a) $(x+3) \cdot (x-7)$

b) $(x^2-2) \cdot (x+1)$

c) $(2x+3y) \cdot (3x-4y)$

d) $(2x+5y-1) \cdot (3x+2y)$

e) $(a+b) \cdot (a^2+2ab+b^2)$

f) $(a+b)^2 - (a^2+2b^2)$

g) $(2a+b)^3$

h) $(7x^2+y^2)(4x^2-3y^2)$

F.1.) Berechne mithilfe der binomischen Formeln

a) $(a+2b)^2$

b) $(3ax-4)^2$

c) $(5a-7k)^2$

d) $(3a+8x) \cdot (3a-8x)$

e) $(5ax-3k) \cdot (5ax+3k)$

F.2.) Ergänze

a) $a^2 - 8a + \dots = (\dots)^2$

b) $(a + \dots) \cdot (a - \dots) = \dots^2 - 16b^2$

c) $\frac{x^2}{25} + 2x + \dots = (\dots)^2$

d) $4a^3 + 12a^2b + \dots = a(\dots)^2$

G.1.) Klammere (-1) aus

a) $-x - 5y$

b) $-a + 2b - c$

c) $2a - 3b + 4c$

G.2.) Ausklammern „mit Gewalt“

a) $3a$ aus $3a^2 + 7ab + 9ac + 6$

b) 4 aus $4a^2 + 12ab + 9b^2$

G.3.) Faktorisiere (zerlege in möglichst viele Faktoren)

a) $16x^2 - 4$

b) $ax^2 - abx$

c) $8x^2 - 16ax + 32bx$

d) $7(m-5) + 7(m+5)$

e) $ax - 2by + ay - 2bx$

f) $2bdx - adx + acx - 2bcx$

g) $21bc - 4ad + 6ac - 14bd$

h) $4awy - 3axz + 2awx - 6ayz$

i) $8ay^2 + 2ax^2 - 8axy$

j) $48ax^2 - 120a^2xy + 75a^3y^2$

k) $45ax^2 - 125ay^2$

l) $18a^2d - 30abc - 45abd + 12a^2c$

m) $10abc + 5a^2c - 10a^2d - 20abd$

n) $12a^3 + 8a^2b - 12abc - 18a^2c$

o) $30a^2x - 5bx + 15ax - 10abx$

G.4.) Zerlege das Trinom in ein Produkt von Binomen, z.B.

$$3a^2 + 5ab - 2b^2 = (3a - b)(a + 2b)$$

a) $2a^2 + 5ab - 3b^2$

b) $15a^2 + 11ab - 12b^2$

c) $12a^2 - 11ab - 5b^2$

d) $28a^2 + 27a - 10$

e) $12a^2 - 5ax - 2x^2$

f) $3a^2 - \frac{17}{2}ab + 6b^2$

H.1.) Kürze folgende Brüche

a) $\frac{3x}{21ax}$

b) $\frac{5ax^2y}{15a^2xy}$

c) $\frac{5ax - 5bx}{20ay - 20by}$

d) $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$

e) $\frac{3a^2 + 30a}{10a + 100}$

f) $\frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2}$

g) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x - 4}$

H.2.) Mache die Brüche gleichnamig

a) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$

b) $\frac{1}{a}, \frac{2a}{a+b}, \frac{a+b}{a-b}$

c) $\frac{x}{ab}, \frac{y}{ac}, \frac{z}{bc}$

d) $\frac{a}{3x}, \frac{b}{2xy}, \frac{c}{4y}$

H.3.) Ordne die Brüche mithilfe von „ \leq “.
Ohne Taschenrechner!

a) $\frac{4}{9}, \frac{2}{5}, \frac{7}{15}, \frac{5}{12}, \frac{7}{18}$

b) $\frac{13}{24}, \frac{17}{32}, \frac{3}{4}, \frac{7}{16}, \frac{7}{12}$

H.4.) Berechne

a) $\frac{3}{8} - \frac{5}{12} + \frac{5}{24}$

b) $\frac{3x-2}{5} + \frac{2x-9}{15} - \frac{4x+9}{6}$

c) $\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}$

d) $\frac{4}{(a+1)^2} - \frac{3}{a^2-1} - \frac{7}{a+1}$

e) $\frac{4}{(a-1)^2} - \frac{2}{a^2-1} - \frac{6}{a+1}$

f) $\frac{9a-b}{a^2-b^2} - \frac{5}{a+b} - \frac{7}{a-b}$

$$g) \frac{2}{a-2b} + \frac{3}{a+3b} - \frac{3a}{a^2+ab-6b^2}$$

$$h) \frac{3}{5a-3x} + \frac{7}{3x-5a}$$

$$i) \frac{1}{a+b-c} - \frac{1}{a+b+c}$$

I.1.) Berechne

$$a) \frac{7}{24} \cdot \frac{5}{9}$$

$$b) \frac{-3}{22} \cdot \frac{11}{21}$$

$$c) \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} + \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{8}$$

$$d) \frac{30ab^2c}{7x^2y} \cdot \frac{21x^2y^2}{20a^2bc^2}$$

$$e) \frac{x^2-y^2}{a+b} \cdot \frac{a^2-b^2}{x-y}$$

$$f) 21a^2 \left[\frac{2x}{7a} - \frac{3y}{a^2} \right]$$

$$g) \frac{4a^2+4a+1}{4a^2+2a} \cdot \frac{2a}{2a+1}$$

$$h) \frac{x+3}{x^2-9} \cdot \frac{x^2-3x}{x^2+3x}$$

$$i) \left(\frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} \right) \cdot \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \right)$$

$$j) \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b} \right) \cdot \left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b} \right)$$

$$k) \left(\frac{a^2-b^2}{a+b} - \frac{a^2+b^2}{a-b} \right) \cdot \left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \right)$$

$$l) \left(\frac{ab^2}{a-b} + \frac{a^2b}{a+b} \right) \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

7.1.) Berechne

$$a) \left(\frac{-1}{20} \right) : \frac{1}{5}$$

$$b) \frac{6}{2+1}$$

$$c) \frac{a}{a + \frac{a}{a+1}}$$

$$d) \frac{6a^2b}{5x^3y^2} : \frac{2ab}{3x^2} : \frac{9a}{2bxy}$$

$$e) \left(\frac{3a^2b}{4x^2y} - \frac{ab^2}{2xy} \right) : \frac{ab}{4xy^2}$$

$$f) \left(1 - \frac{2}{x+2} \right) : \left(7 + \frac{1}{x+2} \right)$$

$$g) \left(a+1 + \frac{a}{a-3} \right) : \left(a-1 - \frac{a}{a-3} \right)$$

$$h) \left(\frac{1}{a - \frac{1}{a+1}} \right) : \left(\frac{1}{a + \frac{1}{a-1}} \right)$$

$$i) \left(a+b - \frac{a^2+b^2}{a+b} \right) : \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} \right)$$

Musterlösungen:

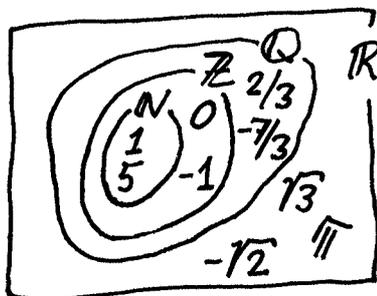
A.1.)

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
w	f	w	w	w	f	f

- A.2. a) Disjunktion
 b) Implikation
 c) Äquivalenz
 d) Konjunktion

- A.3.)
- | | | |
|--|--|--------------------------------|
| α oder β | | $\alpha \Rightarrow \beta$ |
| α und β sind gleichwertig | | $\alpha \wedge \beta$ |
| aus α folgt β | | $\alpha \vee \beta$ |
| α und β | | $\alpha \Leftrightarrow \beta$ |

B.1.)



B.2.) $\{-4/3, -2, 0, 1/3, 4/3\} \in M$

C.1a) $-5 - 3 + 4 + 2 = \underline{\underline{-2}}$

b) $2 + 5 - 2 - 1 = \underline{\underline{4}}$

c) $5x + 3 - 3x = \underline{\underline{2x + 3}}$

d) $5a + 3a - 2b - 3 + a - 2b = \underline{\underline{9a - 4b - 3}}$

e) $13a - 2a - 4b + 5 - 2a + 5b = \underline{\underline{9a + b + 5}}$

D.1a) 0

b) $-12xy$

c) $a(2a - 6b + 2c - 8 + 2b - c) = \underline{\underline{a(2a - 4b + c - 8)}}$

d) $-6ar + 3br - 9cr + 21r + 6ar + 11r = \underline{\underline{r(3b - 9c + 32)}}$

E.1a) $x^2 - 4x - 21$
 b) $x^3 + x^2 - 2x - 2$
 c) $6x^2 + xy - 12y^2$
 d) $6x^2 + 19xy + 10y^2 - 3x - 2y$
 e) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 f) $b(2a - b)$
 g) $8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$
 h) $28x^4 - 17x^2y^2 - 3y^4$

F.1a) $a^2 + 4ab + 4b^2$
 b) $9a^2x^2 - 24ax + 16$
 c) $25a^2 - 70ak + 49k^2$
 d) $9a^2 - 64x^2$
 e) $25a^2x^2 - 9k^2$

F.2a) $a^2 - 8a + 16 = (a - 4)^2$
 b) $(a + 4b) \cdot (a - 4b) = a^2 - 16b^2$
 c) $\frac{x^2}{25} + 2x + 25 = \left(\frac{x}{5} + 5\right)^2$
 d) $4a^3 + 12a^2b + 9ab^2 = a(2a + 3b)^2$

G.1a) $-x - 5y = (-1) \cdot (x + 5y)$
 b) $-a + 2b - c = (-1) \cdot (a - 2b + c)$
 c) $2a - 3b + 4c = (-1) \cdot (-2a + 3b - 4c)$

G.2a) $3a^2 + 7ab + 9ac + 6 = 3a\left(a + \frac{7b}{3} + 3c + \frac{2}{a}\right)$
 b) $4a^2 + 12ab + 9b^2 = 4\left(a^2 + 3ab + \frac{9}{4}b^2\right)$

$$G.3a) 4(4x^2 - 1) = 4(2x+1)(2x-1)$$

$$b) ax(x-b)$$

$$c) 8x(x-2a+4b)$$

$$d) 14m$$

$$e) (a-2b)(x+y)$$

$$f) x(a-2b)(c-d)$$

$$g) (2a+7b)(3c-2d)$$

$$h) a(x+2y)(2w-3z)$$

$$i) 2a(x-2y)^2$$

$$j) 3a(4x-5ay)^2$$

$$k) 5a(3x-5y)(3x+5y)$$

$$l) 3a(2a-5b)(2c+3d)$$

$$m) 5a(a+2b)(c-2d)$$

$$n) 2a(3a+2b)(2a-3c)$$

$$o) 5x(2a+1)(3a-b)$$

$$G.4a) (a+3b)(2a-b)$$

$$b) (3a+4b)(5a-3b)$$

$$c) (3a+b)(4a-5b)$$

$$d) (4a+5)(7a-2)$$

$$e) (4a+x)(3a-2x)$$

$$f) \left(\frac{3}{2}a-2b\right)(2a-3b) \text{ oder } (3a-4b)\left(a-\frac{3}{2}b\right)$$

H.1a) $1/(7a)$

b) $x/(3a)$

c) $x/(4y)$

d) $(x-3)/(x+3)$

e) $3a/10$

f) $x/(x+y)$

g) $x-1$

H.2a) $\frac{8}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}$

b) $\frac{a^2-b^2}{a(a^2-b^2)}, \frac{2a^3-2a^2b}{a(a^2-b^2)}, \frac{a(a+b)^2}{a(a^2-b^2)}$

c) $\frac{cx}{abc}, \frac{by}{abc}, \frac{az}{abc}$

d) $\frac{4ay}{12xy}, \frac{6b}{12xy}, \frac{3cx}{12xy}$

H.3a) $\frac{7}{18} < \frac{2}{5} < \frac{5}{12} < \frac{4}{9} < \frac{7}{15}$

b) $\frac{7}{16} < \frac{17}{32} < \frac{13}{24} < \frac{7}{12} < \frac{3}{4}$

H4a) $1/6$

b) $\frac{2x-75}{30}$

c) $4ab/(a^2-b^2)$

d) $a(7a-1)/[(a-1)(a+1)^2]$

e) $-2a(3a-7)/[(a+1)(a-1)^2]$

f) $-3/(a-b)$

$$g) 2a / [(a-2b)(a+3b)] = 2a / (a^2 + ab - 6b^2)$$

$$h) 4 / (3x - 5a)$$

$$i) 2c / [(a+b+c)(a+b-c)] = 2c / [(a+b)^2 - c^2]$$

$$I.1a) 35/216$$

$$b) -1/14$$

$$c) 10/3$$

$$d) 9by / (2ac)$$

$$e) (a-b)(x+y)$$

$$f) 6ax - 63y$$

$$g) 1$$

$$h) 1 / (x+3)$$

$$i) (a^6 - b^6) / (a^2 b^2)$$

$$j) \frac{-8ab(a^2 + b^2)}{(a^2 - b^2)^2}$$

$$k) \frac{-4ab(a^2 - ab + b^2)}{(a-b)^2}$$

$$l) \frac{a^2 + b^2}{a-b}$$

$$J.1a) -1/4$$

$$b) 2$$

$$c) (a+1) / (a+2)$$

$$d) 2b / (5y)$$

$$e) (3ay - 2bxy) / x = (3a - 2bx)y / x$$

$$f) \quad x / (7x + 15)$$

$$g) \quad \frac{a^2 - a - 3}{a^2 - 5a + 3}$$

$$h) \quad \frac{a^3 + 1}{a^3 - 2a + 1}$$

$$i) \quad -(a^2 + b^2) / (a - b)$$