

Musterprüfung 4-IT1

Themen: A. Ausklammern und Bruchrechnen
 B. Wurzelgesetze
 C. Zahlenfolgen
 D. Arithmetische Folgen und Reihen
 E. Fibonaccifolge

A.1) Vereinfache

$$a) \frac{1}{2x} - \frac{1}{x} : \frac{1}{3}$$

$$b) \frac{5m}{3} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4m}{5} - \frac{2}{3} \right)$$

$$c) \frac{10+5x}{15x+3} : \frac{3x+6}{-5x-1}$$

$$d) \frac{4a^2-12a}{20} : \frac{2a-6}{25}$$

$$e) - \frac{30x-50y}{x+y} : \frac{-15x^2+25xy}{3x+3y}$$

$$f) \frac{x(4x+7) - 7 \cdot (x-4)}{x \cdot (2y-7) - x \cdot (y-7) + 7}$$

A.2) Dividiere die Differenz von $7s/4$ und $5s/6$ durch die Summe der beiden Terme und vereinfache das Resultat.

A.3) Vereinfache

$$\frac{150a^2b + 60a^2}{-30a^2 \cdot (5b+2)}$$

A.4) Vereinfache

a) $\frac{3c}{20c-25d} : \frac{7c}{4c^2-5cd}$

b) $\frac{2rt-3t}{5t} : \frac{4r-6}{2r}$

c) $\frac{9a}{2} - \frac{6a-8b}{4}$

d) $\frac{(-2ab^3)^4}{20ab^4}$

e) $\frac{t-1}{2} : \frac{t}{3} + \frac{3}{t}$

f) $\frac{5b+6a}{6} - \frac{2a+4b}{3}$

A.5) Faktorisiere

a) $ax+a^2x+ax^2$

b) ax^2+a^2x+abx

c) $xy^2z+x^2y^2+xy^2z^2$

d) $3xyz^2+9x^2y+15xy^2$

e) $3x(4a+b)-b-4a$

f) $a+b+x \cdot (a+b-c)-c$

g) $7xy+45-35x-9y$

h) $2(x^2-y)(2a+1)-5b(y-x^2)(2a+1)$

i) $pr+qs+ps+qr$

k) $ax-bx-by+ay$

l) $a^3+ab-2a^2-2b$

m) $12px-8qx-3py+2qy$

n) $36p^2xy+12px^2y-24pxy^2-(6p)^2xy$

o) $2(a-b)(3x-y)-(b-a)(2x+y)$

B.1) Vereinfache

a) $\sqrt{25c^2 - (4c)^2}$

b) $\sqrt{2 \cdot (2^2b)^2 + (7b)^2}$

c) $\frac{15b^2}{a} \cdot \frac{\sqrt{2a \cdot 2a}}{\sqrt{3b \cdot 27b}}$

d) $\sqrt{25y^2 - (3y)^2} - \left(\frac{4y}{8} + \frac{15y}{6}\right)$

e) $\sqrt{45x^2 - (3x)^2} - \frac{6x^2}{\sqrt{25x^2 - 16x^2}}$

f) $\sqrt{8p \cdot (p-1) + 2p(4p+1) + 6p}$

C.1) Berechne das sechste Glied der Zahlenfolge

a) 1, 1, 1, 1, 1, ...

b) 1, 0, 1, 0, 1, ...

c) 1, -1, 1, -1, 1, ...

d) 1, 3, 5, 7, 9, ...

e) 1, -2, 3, -4, 5, ...

f) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, ...

g) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, ...

h) 2, 8, 18, 32, 50, ...

i) 0, 2, 6, 12, 20, ...

j) 0, $\frac{3}{2}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{15}{4}$, $\frac{24}{5}$, ...

D.1) Berechne

a) a_7 einer arithmetischen Folge mit $a_6 = 19$ und $d = 3$.

b) a_{100} einer arithmetischen Folge mit $a_1 = 3$ und $d = 5$.

c) a_{45} einer arithmetischen Folge mit $a_{41} = 68$ und

$$a_n = a_{n-1} - 3.$$

d) a_{26} einer arithmetischen Folge mit $a_1 = 5$ und $a_3 = 11$.

D.2) Berechne das Inkrement d einer arithmetischen Folge, wenn

- a) $a_7 - a_5 = 8$
- b) $a_3 - a_4 = -3$
- c) $a_1 = 13$ und $a_2 = 19$
- d) $a_3 = 20$ und $a_7 = 32$
- e) $a_n = 5 + 3n$
- f) $a_2 = 7$ und $a_3 + a_5 = 22$
- g) $s_4 = 38$ und $s_5 = 55$ (schwierig!)

D.3) Bestimme a_1 und d einer arithmetischen Folge, wenn

- a) $a_3 = a_2 + 5 = 9$
- b) $a_4 = 19$ und $a_8 = 31$
- c) $a_1 + a_2 = 14$ und $a_2 - a_1 = 4$
- d) $a_5 - a_2 = 12$ und $a_2 + a_5 = 42$

D.4) Berechne für eine arithmetische Folge

- a) s_8 , wenn $a_1 = 3$ und $d = 4$
- b) s_{11} , wenn $a_1 + a_{11} = 35$
- c) s_{17} , wenn $a_1 = 7$ und $a_2 = 9$
- d) s_7 , wenn $a_1 = 4$ und $s_6 = 99$
- e) s_9 , wenn $a_8 = 31$ und $a_9 = 34$
- f) s_{10} , wenn $a_2 = 8$ und $a_4 = 12$

D.5) Bestimme die Glieder der arithmetischen Folge in expliziter Darstellung ($a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$), wenn

- a) $a_1 = 5$ und $a_3 = 11$
- b) $a_{14} = -24$ und $a_{17} = -30$
- c) $a_5 = 5$ und $a_9 = 17$
- d) $a_3 = -35$ und $a_7 = -15$

D.6) Bestimme die Glieder der arithmetischen Folge in rekursiver Darstellung ($a_1 = \dots$ und $a_{n+1} = a_n + d$), wenn

- a) $a_3 = 5$ und $d = -2$
 b) $a_4 = 20$ und $a_7 = 29$
 c) $a_6 = 5$ und $a_9 = 11$
 d) $a_8 = 11$ und $a_{11} = 8$

E. 1) Fibonacci-Zahlen

a) Notiere die ersten zwölf Glieder der Fibonaccifolge

b) Es seien a_j Glieder der Fibonaccifolge

b.1) Berechne $a_3 - a_2$, $a_4 - a_3$, $a_5 - a_4$, $a_6 - a_5$
und $a_7 - a_6$

b.2) Berechne a_2/a_1 , a_3/a_2 , a_4/a_3 , a_5/a_4 , a_6/a_5
und a_7/a_6
Vergleiche die Quotienten mit der Zahl
 $(1 + \sqrt{5})/2 = 1.618$. Kommentiere!

c) Berechne aus zwei Gliedern der Fibonaccifolge die gesuchten zwei Glieder der Fibonaccifolge. Nur die zwei gegebenen Glieder der Folge und die Rekursionsformel $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ dürfen zur Berechnung der gesuchten Glieder verwendet werden.

c.1) $a_{24} = ?$, $a_{25} = 75'025$, $a_{26} = 121'393$, $a_{27} = ?$

c.2) $a_{17} = 1597$, $a_{18} = ?$, $a_{19} = 4181$, $a_{20} = ?$

c.3) $a_{14} = 377$, $a_{15} = ?$, $a_{16} = ?$, $a_{17} = a_{15} + 987 = ?$

c.4) $a_{17} = 1597$, $a_{18} = ?$, $a_{19} = ?$, $a_{20} = 6765$
(schwierig!)

Musterlösungen

$$A.1a) \frac{1}{2x} - \frac{1}{x} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2x} - \frac{2}{2x} \cdot \frac{3}{1} = \frac{1}{2x} - \frac{6}{2x} = \frac{1-6}{2x} = \underline{\underline{\frac{-5}{2x}}}$$

$$b) \frac{5m}{3} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4m}{5} - \frac{2}{3} \right) = \frac{5m}{3} - \left(\frac{4m}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \right) \\ = \frac{5m}{3} - \left(\frac{2m}{5} - \frac{1}{3} \right) = \frac{5m}{3} - \frac{2m}{5} + \frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 5m}{5 \cdot 3} - \frac{3 \cdot 2m}{3 \cdot 5} \\ + \frac{5 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{25m - 6m + 5}{15} = \underline{\underline{\frac{19m+5}{15}}}$$

$$c) \frac{5 \cdot (2+x)}{3 \cdot (5x+1)} \cdot \frac{(-1) \cdot (5x+1)}{3 \cdot (x+2)} = \underline{\underline{\frac{-5}{9}}}$$

$$d) \frac{4a(a-3)}{20} \cdot \frac{25}{2(a-3)} = \underline{\underline{\frac{5a}{2}}}$$

$$e) \frac{(-1) \cdot 10 \cdot (3x-5y)}{x+y} \cdot \frac{3(x+y)}{(-1) \cdot 5x(3x-5)} = \underline{\underline{\frac{6}{x}}}$$

$$f) \frac{4x^2 + 7x - 7x + 28}{2xy - 7x - xy + 7x + 7} = \underline{\underline{\frac{4(x^2+7)}{xy+7}}}$$

$$A.2) \left(\frac{7s}{4} - \frac{5s}{6} \right) : \left(\frac{7s}{4} + \frac{5s}{6} \right) = \left(\frac{3 \cdot 7s}{3 \cdot 4} - \frac{2 \cdot 5s}{2 \cdot 6} \right) : \left(\frac{3 \cdot 7s}{3 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 5s}{2 \cdot 6} \right) \\ = \left(\frac{21s - 10s}{12} \right) : \left(\frac{21s + 10s}{12} \right) = \frac{11s}{12} : \frac{31s}{12} = \frac{11s}{12} \cdot \frac{12}{31s} \\ = \underline{\underline{\frac{11}{31}}}$$

$$A.3) \frac{30a^2(5b+2)}{-30a^2 \cdot (5b+2)} = \underline{\underline{-1}}$$

$$A.4a) \frac{3c}{5 \cdot (4c-5d)} \cdot \frac{c \cdot (4c-5d)}{7c} = \underline{\underline{\frac{3c}{35}}}$$

$$b) \frac{(2r-3) \cdot t}{5t} \cdot \frac{2r}{2 \cdot (2r-3)} = \underline{\underline{\frac{r}{5}}}$$

$$c) \frac{2 \cdot 9a}{2 \cdot 2} - \frac{6a-8b}{4} = \frac{18a - (6a-8b)}{4} = \frac{18a-6a+8b}{4}$$

$$= \frac{12a+8b}{4} = \frac{4(3a+2b)}{4} = \underline{\underline{3a+2b}}$$

$$d) \frac{16a^4 b^{12}}{20a b^4} = \underline{\underline{\frac{4a^3 b^8}{5}}}$$

$$e) \frac{t-1}{2} \cdot \frac{3}{t} + \frac{3}{t} = \frac{3}{t} \left[\frac{t-1}{2} + 1 \right] = \frac{3}{t} \left[\frac{t-1}{2} + \frac{2}{2} \right] =$$

$$\underline{\underline{\frac{3}{2t} (t+1)}}$$

$$f) \frac{5b+6a}{6} - \frac{2(2a+4b)}{2 \cdot 3} = \frac{5b+6a - (4a+8b)}{6} =$$

$$\frac{5b+6a-4a-8b}{6} = \underline{\underline{\frac{2a-3b}{6}}}$$

A.5a) $ax \cdot (a+x+1)$

b) $ax \cdot (a+b+x)$

c) $xy^2 \cdot (x+z+z^2)$

d) $3xy \cdot (3x+5y+z^2)$

e) $3x \cdot (4a+b) - 1 \cdot (4a+b) = (4a+b) \cdot (3x-1)$

f) $x \cdot (a+b-c) + (a+b-c) = (a+b-c) \cdot (x+1)$

g) $(7x-9) \cdot y + 5 \cdot (9-7x) = (7x-9) \cdot y - 5 \cdot (7x-9) =$
 $(7x-9) \cdot (y-5)$

h) $2 \cdot (x^2-y)(2a+1) + 5b(x^2-y)(2a+1)$
 $= (2a+1) \cdot (5b+2)(x^2-y)$

i) $(p+q) \cdot r + (p+q)s = (p+q) \cdot (r+s)$

k) $(a-b)x - (a-b)y = (a-b)(x-y)$

l) $a^2(a-2) + b \cdot (a-2) = (a^2+b) \cdot (a-2)$

m) $3p(4x-y) - 2q(4x-y) = (3p-2q) \cdot (4x-y)$

$$n) 36p^2xy + 12pxy \cdot (x-2y) - 36p^2xy = \\ 12pxy \cdot (x-2y)$$

$$o) 2(a-b)(3x-y) + (a-b)(2x+y) = \\ (a-b)[6x-2y+2x+y] = (a-b)(8x-y)$$

$$B.1a) \sqrt{25c^2 - 16c^2} = \sqrt{9c^2} = \sqrt{(3c)^2} = \underline{\underline{3c}}$$

$$b) \sqrt{2 \cdot 16b^2 + 49b^2} = \sqrt{81b^2} = \sqrt{(9b)^2} = \underline{\underline{9b}}$$

$$c) \frac{15b^2}{a} \cdot \frac{2a}{\sqrt{81b^2}} = \frac{15b^2}{1} \cdot \frac{2}{9b} = \underline{\underline{\frac{10b}{3}}}$$

$$d) \sqrt{25y^2 - 9y^2} - \left(\frac{y}{2} + \frac{5y}{2}\right) = \sqrt{16y^2} - \left(\frac{y+5y}{2}\right) = \\ \sqrt{16y} - \frac{6y}{2} = 4y - 3y = \underline{\underline{y}}$$

$$e) \sqrt{45x^2 - 9x^2} - \frac{6x^2}{\sqrt{9x^2}} = \sqrt{36x^2} - \frac{6x^2}{3x} = \\ 6x - 2x = \underline{\underline{4x}}$$

$$f) \sqrt{8p^2 - 8p + 8p^2 + 2p + 6p} = \sqrt{16p^2} = \underline{\underline{4p}}$$

$$C.1a) a_6 = 1$$

$$h) \left. \begin{array}{cccccc} 2 & 8 & 18 & 32 & 50 & 72 \\ 6 & 10 & 14 & 18 & 22 & \end{array} \right\} a_6 = 72$$

$$b) a_6 = 0$$

$$i) \left. \begin{array}{cccccc} 0 & 2 & 6 & 12 & 20 & 30 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & \end{array} \right\} a_6 = 30$$

$$c) a_6 = -1$$

$$d) a_6 = 11$$

$$e) a_6 = -6$$

$$f) a_6 = \frac{1}{6}$$

$$g) a_6 = \frac{1}{32}$$

$$j) \left. \begin{array}{cccccc} 0 & 3 & 8 & 15 & 24 & 35 \\ 3 & 5 & 7 & 9 & 11 & \end{array} \right\} \text{Zähler}$$

$$\left. \begin{array}{cccccc} ? & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & & \end{array} \right\} \text{Nenner}$$

$$\rightarrow a_6 = \frac{35}{6}$$

$$D.1a) a_7 = a_6 + d = 19 + 3 = \underline{\underline{22}}$$

$$b) a_{100} = a_1 + 99 \cdot d = 3 + 99 \cdot 5 = \underline{\underline{498}}$$

$$c) a_n = a_{n-1} - 3 \rightarrow d = -3$$

$$a_{45} = a_{41} + 4d = 68 + 4 \cdot (-3) = 68 - 12 = \underline{\underline{56}}$$

$$d) a_3 = 11 = a_1 + 2d = 5 + 2d \xrightarrow{-5} 2d = 11 - 5 = 6 \\ \xrightarrow{:2} d = 3 \rightarrow a_{26} = a_1 + 25d = 5 + 25 \cdot 3 = \underline{\underline{80}}$$

$$D.2a) a_7 - a_5 = 2d = 8 \stackrel{:2}{\rightarrow} \underline{\underline{d=4}}$$

$$b) a_3 - a_4 = -d = -3 \rightarrow \underline{\underline{d=3}}$$

$$c) a_2 = a_1 + d \stackrel{-a_1}{\rightarrow} d = a_2 - a_1 = 19 - 13 = \underline{\underline{6}}$$

$$d) a_7 = a_3 + 4d \stackrel{-a_3}{\rightarrow} 4d = a_7 - a_3 = 32 - 20 = 12 \\ \stackrel{:4}{\rightarrow} \underline{\underline{d=3}}$$

$$e) \begin{array}{c|c|c|c|c} n & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline a_n & 5+3=8 & 5+3 \cdot 2=11 & 5+3 \cdot 3=14 & 5+3 \cdot 4=17 \\ \hline \end{array}$$

$\underline{\underline{d=3}}$ 3 3 3

$$f) a_2 = 7 \rightarrow \begin{cases} a_3 = a_2 + d = 7 + d \\ a_5 = a_2 + 3d = 7 + 3d \end{cases} \left. \vphantom{\begin{cases} a_3 \\ a_5 \end{cases}} \right\} 14 + 4d = 22 \\ \stackrel{-14}{\rightarrow} 4d = 22 - 14 = 8 \stackrel{:4}{\rightarrow} \underline{\underline{d=2}}$$

$$g) S_5 = S_4 + a_5 = 38 + a_1 + 4d = 55 \stackrel{-38}{\rightarrow} a_1 + 4d = 17 \\ \stackrel{-4d}{\rightarrow} a_1 = 17 - 4d$$

$$S_4 = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 4a_1 + 6d = 38 \\ \stackrel{:4}{\rightarrow} a_1 + 1.5d = 9.5 \stackrel{-1.5d}{\rightarrow} a_1 = 9.5 - 1.5d = 17 - 4d \\ \underline{\underline{d=3}}$$

$$D.3a) a_2 + 5 = 9 \stackrel{-5}{\rightarrow} a_2 = 4, a_3 = a_2 + d = a_2 + 5 \\ \rightarrow \underline{\underline{d=5}}, a_2 = a_1 + d = a_1 + 5 = 4 \stackrel{-5}{\rightarrow} \underline{\underline{a_1=-1}}$$

$$b) a_8 = a_4 + 4d \rightarrow 31 = 19 + 4d \stackrel{-19}{\rightarrow} 4d = 12 \stackrel{:4}{\rightarrow} \underline{\underline{d=3}} \\ a_4 = a_1 + 3d = a_1 + 9 = 19 \stackrel{-9}{\rightarrow} \underline{\underline{a_1=10}}$$

$$c) a_2 - a_1 = \underline{\underline{d=4}} \rightarrow \\ a_1 + a_2 = a_1 + a_1 + d = 2a_1 + d = 14 \stackrel{-4}{:2} \rightarrow \underline{\underline{a_1=5}}$$

$$d) a_5 - a_2 = 3d = 12 \stackrel{:3}{\rightarrow} \underline{\underline{d=4}} \rightarrow \\ a_2 + a_5 = a_1 + d + a_1 + 4d = 2a_1 + 5d = 42 \\ 2a_1 + 5 \cdot 4 = 2a_1 + 20 = 42 \stackrel{-20}{\rightarrow} 2a_1 = 22 \stackrel{:2}{\rightarrow} \underline{\underline{a_1=11}}$$

$$D.4a) S_8 = 8 \cdot \frac{a_1 + a_8}{2} = 4 \cdot (a_1 + a_8) = 4 \cdot (3 + 3 + 7 \cdot 4) \\ = \underline{\underline{136}}$$

$$b) S_{11} = 11 \cdot \frac{a_1 + a_{11}}{2} = 11 \cdot \frac{35}{2} = \underline{\underline{192.5}}$$

$$c) d = a_2 - a_1 = 9 - 7 = 2, S_{17} = 17 \cdot \frac{a_1 + a_{17}}{2} = \\ 17 \cdot \frac{a_1 + a_1 + 16d}{2} = 17 \cdot (a_1 + 8d) = 17 \cdot (7 + 8 \cdot 2) = \underline{\underline{391}}$$

$$d) S_6 = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = \\ 6a_1 + 15d = 99 \xrightarrow{-6a_1} 15d = 99 - 6a_1 = 99 - 6 \cdot 4 = \\ 75 \xrightarrow{:15} d = 5$$

$$S_7 = S_6 + a_7 = S_6 + a_1 + 6d = 99 + 4 + 6 \cdot 5 = \underline{\underline{133}}$$

$$e) a_9 - a_8 = 34 - 31 = 3 = d, S_9 = 9 \cdot \frac{a_1 + a_9}{2} = \\ 9 \cdot \frac{a_1 + a_1 + 8d}{2} = 9(a_1 + 4d), a_8 = a_1 + 7d = 31 \\ \xrightarrow{-7d} a_1 = 31 - 7 \cdot 3 = 10, S_9 = 9(a_1 + 4d) = 9 \cdot (10 + \\ 4 \cdot 3) = 9 \cdot 22 = \underline{\underline{198}}$$

$$f) a_4 - a_2 = 2d = 12 - 8 = 4 \xrightarrow{:2} d = 2, a_1 = a_2 - d = \\ 8 - 2 = 6, S_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) = 5(2 \cdot 6 + 18) = \underline{\underline{150}}$$

$$D.5a) a_3 = a_1 + 2d = 5 + 2d = 11 \xrightarrow{:2} d = (11 - 5)/2 = 3 \\ \rightarrow \underline{\underline{a_n = 5 + (n-1) \cdot 3 = 2 + 3n}}$$

$$b) a_{17} - a_{14} = 3d = -30 + 24 = -6 \xrightarrow{:3} d = -2 \\ a_{14} = a_1 + 13d = a_1 + 13 \cdot (-2) = -24 \xrightarrow{+26} a_1 = 2 \\ a_n = 2 + (n-1) \cdot (-2) \rightarrow \underline{\underline{a_n = 2 - 2 \cdot (n-1) = 4 - 2n}}$$

$$c) a_9 - a_5 = 4d = 17 - 5 = 12 \xrightarrow{:4} d = 3, a_5 = a_1 + 4d \\ = a_1 + 4 \cdot 3 = a_1 + 12 = 5 \xrightarrow{-12} a_1 = -7 \rightarrow \\ \underline{\underline{a_n = -7 + (n-1) \cdot 3 = 3n - 10}}$$

$$d) a_7 - a_3 = 4d = -15 + 35 = 20 \xrightarrow{:4} d = 5$$

$$a_3 = -35 = a_1 + 2d = a_1 + 10 \xrightarrow{-10} a_1 = -45 \rightarrow$$

$$\underline{\underline{a_n = -45 + (n-1) \cdot 5 = 5n - 50 = 5 \cdot (n-10)}}$$

$$D.6a) a_1 = a_3 - 2d = 5 - 2 \cdot (-2) = 9$$

$$\underline{\underline{a_1 = 9, a_{n+1} = a_n - 2}}$$

$$b) a_7 - a_4 = 29 - 20 = 9 = 3d \xrightarrow{:3} d = 3$$

$$a_1 = a_4 - 3d = 20 - 3 \cdot 3 = 11$$

$$\underline{\underline{a_1 = 11, a_{n+1} = a_n + 3}}$$

$$c) a_9 - a_6 = 11 - 5 = 6 = 3d \xrightarrow{:3} d = 2, a_1 = a_6 - 5d$$

$$= 5 - 5 \cdot 2 = -5, \underline{\underline{a_1 = -5, a_{n+1} = a_n + 2}}$$

$$d) a_{11} - a_8 = 8 - 11 = -3 = 3d \xrightarrow{:3} d = -1, a_1 = a_8 - 7d$$

$$= 11 - 7 \cdot (-1) = 18, \underline{\underline{a_1 = 18, a_{n+1} = a_n - 1}}$$

$$E.1a) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144$$

$$b.1) a_3 - a_2 = a_1 = 1$$

$$a_4 - a_3 = a_2 = 1$$

$$a_5 - a_4 = a_3 = 2$$

$$a_6 - a_5 = a_4 = 3$$

$$a_7 - a_6 = a_5 = 5$$

$$b.2) a_2/a_1 = 1$$

$$a_3/a_2 = 2/1 = 2$$

$$a_4/a_3 = 3/2 = 1.5$$

$$a_5/a_4 = 5/3 = 1.667$$

$$a_6/a_5 = 8/5 = 1.6$$

$$a_7/a_6 = 13/8 = 1.625$$

Das Verhältnis a_{n+1}/a_n
näher sich dem Wert
1.618

$$C.1) a_{26} = a_{24} + a_{25} \rightarrow a_{24} = a_{26} - a_{25} = 121'393 -$$

$$75'025 = \underline{\underline{46'368}}, a_{27} = a_{25} + a_{26} = 75'025 +$$

$$121'393 = \underline{\underline{196'418}}$$

$$\begin{aligned} \text{c.2) } a_{17} + a_{18} = a_{19} &\rightarrow a_{18} = a_{19} - a_{17} = 4181 - \\ 1597 &= \underline{\underline{2584}}, a_{20} = a_{18} + a_{19} = 2584 + 4181 = \underline{\underline{6765}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c.3) } a_{17} = a_{15} + a_{16} = a_{15} + 987 &\rightarrow \underline{\underline{a_{16} = 987}} \\ a_{14} + a_{15} = a_{16} &\rightarrow a_{15} = a_{16} - a_{14} = 987 - 377 \\ = \underline{\underline{610}}, a_{17} = a_{15} + 987 &= 610 + 987 = \underline{\underline{1597}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{E.4) } a_{19} = a_{17} + a_{18} &\rightarrow a_{19} - a_{18} = a_{17} = 1597 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} - \\ a_{20} = a_{18} + a_{19} &\rightarrow a_{19} + a_{18} = a_{20} = 6765 \\ -2a_{18} = -5168 &\xrightarrow{:(-2)} a_{18} = \underline{\underline{2584}} \\ a_{19} = a_{17} + a_{18} &= 1597 + 2584 = \underline{\underline{4181}} \end{aligned}$$