

Musterprüfung 1 - IT2

- Themen:
- A. Reinquadratische Gleichungen
 - B. Anwendung der Lösungsformel.
Diskriminante
 - C. Faktorierte oder faktorisierte Formen
 - D. Quadratische Gleichungen mit Parametern
 - E. Quadratische Gleichungen von Funktionen.
Biquadratische Gleichungen
 - F. Textaufgaben
 - G. Quadratische Ungleichungen

A.1) Bestimme die Lösungsmenge von

a) $x^2 - 25 = 0$

b) $x^2 + 25 = 0$

c) $\frac{2}{x^2} = \frac{3}{x^2 + 2}$

d) $(x+1) \cdot (x-1) = 8$

B.1) Wie viele Elemente hat die Lösungsmenge?

a) $x^2 + x + 1 = 0$

b) $x^2 - 14x + 49 = 0$

c) $x^2 - x = 6$

d) $x^2 - 2x + 5 = 0$

B.2) Bestimme die Lösungsmenge von

a) $x^2 = 2x + 8$

b) $2x^2 + 7x = 15$

c) $12x^2 = 7x + 10$

d) $2x^2 - 15x + 25 = 0$

e) $12x^2 - 13x + 3 = 0$

C.1) Bestimme die Lösungsmenge von

a) $x^2 - 5x = 0$

b) $(x-1)^2 = 25$

c) $x^3 - x^2 = 2x$

d) $(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 8x + 15) = 0$

D.1) Bestimme den Parameter b in $x^2 + bx = 7$ so, dass $x_1 = 1$ eine Lösung ist und bestimme die zweite Lösung x_2 der Gleichung.

D.2) Für welche Werte des Parameters

a) b hat $x^2 + bx + 49 = 0$ eine Lösung?

b) c hat $x^2 - 6x + c = 0$ eine Lösung?

E.1) Berechne die Lösungsmenge von

a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

b) $x^4 + 7x^2 = 144$

c) $8\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 - 10\frac{x}{x+1} + 3 = 0$

d) $\frac{12}{(x+1)^2} - \frac{7}{x+1} + 1 = 0$

F.1) Die Summe zweier Zahlen ist gleich 25 und ihr Produkt ist gleich 150. Wie gross sind die Zahlen?

F.2) Ein Rechteck dessen Länge 5cm grösser ist als seine Breite hat einen Flächeninhalt von 456cm^2 . Berechne die Länge und die Breite des Rechtecks.

G.1) Bestimme die Lösungsmenge von

a) $x^2 + x - 2 \leq 0$

b) $x^3 - x^2 - 6x \leq 0$

Lösungen:

$$A. 1a) x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5 \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{-5, 5\}}}$$

$$b) x^2 = -25 \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{\}}}$$

$$c) \text{HN} = x^2 \cdot (x^2 + 2) \rightarrow 2(x^2 + 2) = 3x^2 \rightarrow 2x^2 + 4 = 3x^2 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{-2, 2\}}}$$

$$d) (x+1) \cdot (x-1) = x^2 - 1 = 8 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3 \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{-3, 3\}}}$$

$$B. 1a) \begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 1 & 1 & 1 \end{array} \quad D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0 \\ \rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$b) \begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 1 & -14 & 49 \end{array} \quad D = b^2 - 4ac = 14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49 = 0 \\ \rightarrow \text{eine Lösung}$$

$$c) \begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 1 & -1 & -6 \end{array} \quad D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 > 0 \\ \rightarrow \text{zwei Lösungen}$$

$$d) \begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 1 & -2 & 5 \end{array} \quad D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -16 < 0 \\ \rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$B. 2a) x^2 - 2x - 8 = 0 \quad \begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 1 & -2 & -8 \end{array} \quad \begin{array}{l} D = b^2 - 4ac \\ = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 36 \end{array} \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = 1 \pm 3 \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{-2, 4\}}}$$

$$b) 2x^2 + 7x - 15 = 0 \quad \begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 2 & 7 & -15 \end{array} \quad \begin{array}{l} D = b^2 - 4ac \\ = 49 - 4 \cdot 2 \cdot (-15) = 169 \end{array} \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 13}{4} \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{-5, 1.5\}}}$$

$$c) 12x^2 - 7x - 10 = 0 \quad \begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 12 & -7 & -10 \end{array} \quad \begin{array}{l} D = b^2 - 4ac \\ = 49 - 4 \cdot 12 \cdot (-10) \\ = 529 \end{array} \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{529}}{2 \cdot 12} \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \left\{ -\frac{2}{3}, \frac{5}{4} \right\}}}$$

$$d) 2x^2 - 15x + 25 = 0 \rightarrow D = b^2 - 4ac = 225 - 4 \cdot 2 \cdot 25 = 25$$

a	b	c
2	-15	25

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{15 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{15 \pm 5}{4} \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \left\{ \frac{5}{2}, 5 \right\}}}$$

$$e) 12x^2 - 13x + 3 = 0 \quad D = b^2 - 4ac = 13^2 - 4 \cdot 12 \cdot 3 = 25$$

a	b	c
12	-13	3

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 12} = \frac{13 \pm 5}{24}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{3}{4} \right\}}}$$

$$C.1a) x \cdot (x - 5) = 0 \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{0, 5\}}}$$

$$b) (x - 1)^2 = 25 \rightarrow x - 1 = \pm 5 \rightarrow x = 1 \pm 5$$

$$\rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{-4, 6\}}}$$

$$c) x \cdot (x^2 - x - 2) = 0$$

a	b	c
1	-1	-2

$$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 3}{2} \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{-1, 0, 2\}}}$$

$$d) x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

a	b	c
1	-8	15

$$D = b^2 - 4ac = 64 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 4 \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = 4 \pm 1$$

$$\rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{-2, 2, 3, 5\}}}$$

$$D.1) x = 1 \rightarrow 1 + b = 7 \rightarrow \underline{\underline{b = 6}}$$

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

a	b	c
1	6	-7

$$D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 64 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{x_2 = -7}}$$

$$D.2a) D = b^2 - 4ac = b^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 1 & b & 49 \end{array}$$

$$b^2 = 196 \rightarrow \underline{\underline{b = \pm 14}}$$

$$b) x^2 - 6x + c = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 1 & -6 & c \end{array}$$

$$D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 1 \cdot c = 0$$

$$4c = 36 \rightarrow \underline{\underline{c = 9}}$$

$$E.1a) z = x^2, z^2 = x^4$$

$$z^2 - 13z + 36 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 1 & -13 & 36 \end{array}$$

$$D = b^2 - 4ac = 169 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 25$$

$$z = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{13 \pm 5}{2} = \begin{cases} 9 \leftarrow \oplus \rightarrow x = \pm \sqrt{9} = \pm 3 \\ 4 \leftarrow \ominus \rightarrow x = \pm \sqrt{4} = \pm 2 \end{cases}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{-3, -2, 2, 3\}}}$$

$$b) z = x^2, z^2 = x^4 \rightarrow z^2 + 7z - 144 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 1 & 7 & -144 \end{array}$$

$$D = b^2 - 4ac = 49 - 4 \cdot 1 \cdot (-144) = 625$$

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{625}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm 25}{2} = \begin{cases} 9 \leftarrow \oplus \\ -16 \leftarrow \ominus \leftarrow \text{keine Lösung} \end{cases}$$

$$x = \pm \sqrt{9} = \pm 3 \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{-3, 3\}}}$$

$$c) z = \frac{x}{x+1} \rightarrow 8z^2 - 10z + 3 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 8 & -10 & 3 \end{array}$$

$$D = b^2 - 4ac = 100 - 4 \cdot 8 \cdot 3 = 4$$

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{10 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 8} = \frac{5 \pm 1}{8} = \begin{cases} \frac{3}{4} \leftarrow \oplus \\ \frac{1}{2} \leftarrow \ominus \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} z_1 = \frac{3}{4} = \frac{x}{x+1} &\rightarrow 4x = 3x + 3 \rightarrow x_1 = 3 \\ z_2 = \frac{1}{2} = \frac{x}{x+1} &\rightarrow 2x = x + 1 \rightarrow x_2 = 1 \end{aligned} \right\} \underline{\underline{\mathbb{L} = \{1, 3\}}}$$

$$d) z = 1/(x+1) \rightarrow 12z^2 - 7z + 1 = 0 \rightarrow \begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 12 & -7 & 1 \end{array}$$

$$D = b^2 - 4ac = 49 - 4 \cdot 12 \cdot 1 = 1$$

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 12} = \frac{7 \pm 1}{24}$$

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= \frac{1}{3} = \frac{1}{x+1} \rightarrow x_1 = 2 \\ z_2 &= \frac{1}{4} = \frac{1}{x+1} \rightarrow x_2 = 3 \end{aligned} \right\} \underline{\underline{L = \{2, 3\}}}$$

F.1) $x(25-x) = 150 \rightarrow x^2 - 25x + 150 = 0$

a	b	c
1	-25	150

$$D = 625 - 4 \cdot 1 \cdot 150 = 25$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{25 \pm 5}{2 \cdot 1} = \begin{cases} 15 \leftarrow \oplus \\ 10 \leftarrow \ominus \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 = 15 &\rightarrow 25 - x_1 = 10 \\ x_2 = 10 &\rightarrow 25 - x_2 = 15 \end{aligned} \right\} \text{Die Zahlen sind } \underline{\underline{10 \text{ und } 15}}$$

F.2) $(x+5) \cdot x = 456 \rightarrow x^2 + 5x - 456 = 0$

a	b	c
1	5	-456

$$D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-456) = 1849$$

$$x = \frac{-5(\pm) \sqrt{1849}}{2a} = \frac{-5(\pm) 43}{2 \cdot 1} = \begin{cases} 19 \leftarrow \oplus \\ -24 \leftarrow \ominus \end{cases}$$

$$x = 19$$

$$x+5 = 24$$

$$\begin{array}{l} \text{Länge} = 24 \text{ cm} \\ \text{Breite} = 19 \text{ cm} \end{array} \Bigg\|$$

keine Lösung

G.1a) $x^2 + x - 2 = 0$ $D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$

a	b	c
1	1	-2

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} 1 \leftarrow \oplus \\ -2 \leftarrow \ominus \end{cases}$$

Probe: $x=0 \rightarrow 0+0-2 = -2 < 0 \rightarrow$

$$\underline{\underline{L = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}}}$$

b) $x \cdot (x^2 - x - 6) = 0$ $D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25$

a	b	c
1	-1	-6

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{+1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \leftarrow \oplus \\ -2 \leftarrow \ominus \end{cases}$$

Probe: $x=1 \rightarrow 1^3 - 1^2 - 6 = -6 < 0$

$$\underline{\underline{L = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2 \text{ oder } 0 \leq x \leq 3\}}}$$

