ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Ecole polytechnique fédérale de Zurich
Politecnico federale di Zurigo

Rektorat

Schriftliche Aufnahmeprüfungen **Herbst 2006**

PHYSIK (deutsch)

Kandidaten-Nr.
NAME:
Vorname:

Die Resultate müssen den **vollständigen Lösungsweg** und **alle Zwischenresultate** enthalten. *(Beschluss der Aufnahmeprüfungskommission vom 15.9.2000)*

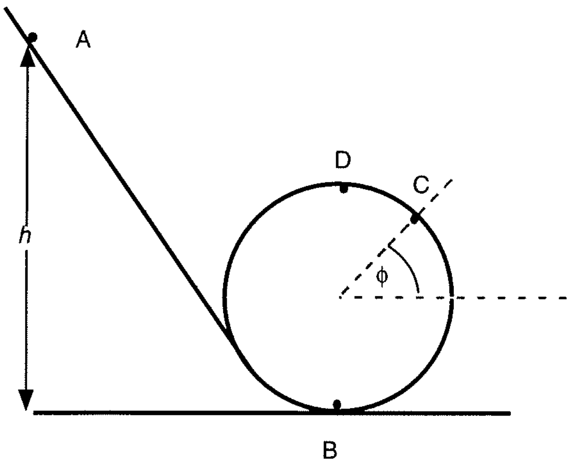
1. Looping [3P ; 2P ; 1P]

Aus der Höhe h (Punkt A) wird ein Kügelchen mit der Masse m eine schiefe Ebene mit anschliessendem Looping mit Radius R hinunter gelassen (Figur 1). Das Kügelchen gleitet die schiefe Ebene hinunter und durchläuft anschliessend die Punkte B, C, D, B. Die Reibungen sind vernachlässigbar.

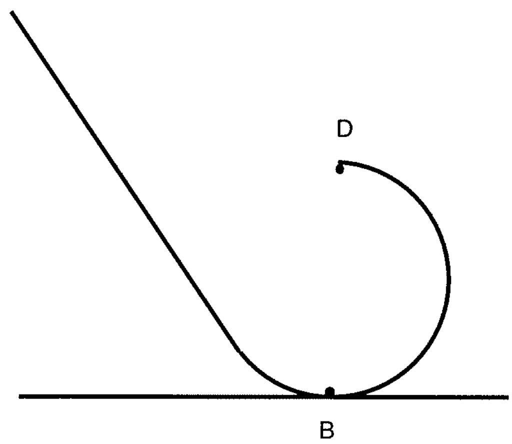
a) Zeichnen Sie deutlich alle Kräfte ein, die auf das Kügelchen im Punkt C (Markierungspunkt durch Winkel ϕ) wirken und drücken Sie die von der Schiene auf das Kügelchen wirkende Kraft in Abhängigkeit der Geschwindigkeit v_c des Kügelchens in diesem Punkt C aus.

b) Aus welcher minimalen Höhe h_{min} muss das Kügelchen mindestens losgelassen werden, damit es im Looping bei Punkt D nicht herunterfällt?

c) Nun schneidet man einen Teil des Loopings im Punkt D ab (Figur 2). In welchem Abstand zu Punkt B fällt die Kugel nun auf die Horizontale, wenn es in der in Aufgabe 1. b) berechneten minimalen Höhe h_{min} losgelassen wird.



Figur 1



Figur 2

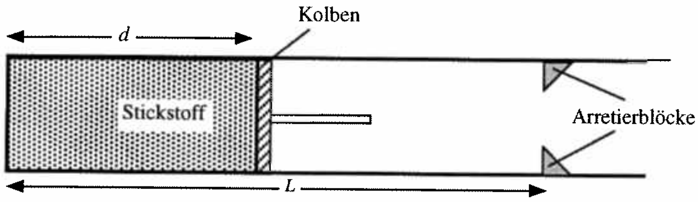
2. Ideales Gas [1P ; 2P ; 3P]

Ein waagrechter Zylinder (mit der Länge L = 65 cm und der Querschnittsfläche 100 cm^2) enthält ein bestimmtes Volumen Stickstoff welches durch einen beweglichen Kolben abgegrenzt ist. Das Gas, dessen Anfangstemperatur 25°C beträgt, befindet sich unter Atmosphärendruck $p_{atm}=10^5$ N/m^2 und besitzt im Zylinder ein durch die Länge d = 40 cm bestimmtes Volumen. Man fügt dann dem Gas die Wärmemenge Q_{tot} = 1.9 kJ zu, so dass sich der Kolben bis zu den Arretierblöcken bewegt.

a) Welche Masse hat der Stickstoff?

b) Welche Wärmemenge müsste man hineinstecken, dass sich das Gas nur gerade bis zu den Arretierblöcken ausdehnen würde?

c) Wie gross ist die Temperatur am Ende dieses Prozesses (nach der Übertragung von Q_{tot})? Zeichnen Sie für den ganzen Prozess die Veränderung des Druckes in Abhängigkeit der Wärmemenge auf.



3. Ablenkung von Protonen [1P ; 1P ; 3P ; 1P]

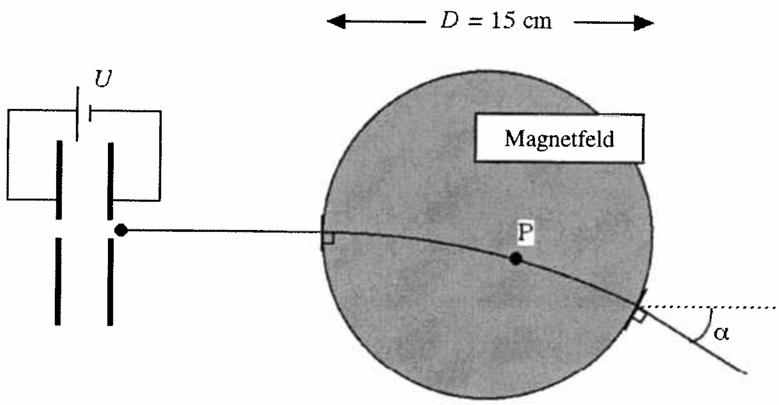
Protonen werden zwischen zwei parallelen Platten, an welche die Spannung U angelegt ist, beschleunigt. Sie treten anschliessend in eine Zone, wo ein homogenes Magnetfeld B herrscht ein und führen dort eine kreisförmige Flugbahn aus.

a) Wie gross muss die an die Platten angelegte Spannung sein, dass die Protonen aus dem anfänglichen Stillstand eine Geschwindigkeit von $v = 3.0 \cdot 10^6$ m/s erreichen?

b) Wie gross ist die Geschwindigkeit der Protonen, wenn sie sich genau in der Mitte der beschleunigenden Platten befinden?

c) Das Magnetfeld habe die Stärke 60 mT. Geben Sie die Richtung und den Sinn des Magnetfeldes an. Zeichnen Sie andererseits die Kraft ein, die auf ein Proton im Punkt P wirkt und berechnen Sie den Radius der Flugbahn des Protons in diesem Punkt P.

d) Berechnen Sie den Ablenkungswinkel α des Protons.



4. Enteisung einer Autoheckscheibe [3P ; 3P]

Die Autoheckscheibe (Abmessungen der Scheibe: 150 cm x 60 cm) ist mit einer 0.1 mm dicken Eisschicht (0°C) bedeckt. Das Eis bringt man mit einer Heckscheibenheizung, die aus feinen Konstantandrähten besteht, die die gleiche Länge wie die Scheibe haben, zum Schmelzen. Die 15 Drähte sind in regelmässigen Abständen über die ganze Scheibe verteilt angeordnet und werden parallel mit einer Spannung $U = 12$ V gespiesen. Man nimmt an, dass 60% der in den Drähten entstandenen Wärme das Eis zum Schmelzen bringt.

a) Welche Leistung ist erforderlich, wenn man das Eis in 8 Minuten zum Schmelzen bringen möchte?

b) Berechnen Sie den Querschnitt und den Durchmesser des Heizdrahtes.

5. Formation eines Bildes in Luft und in Wasser [2P ; 1P ; 1.5P ; 1.5P]

Eine leere Glaswanne der Länge $D = 25$ cm trägt auf einer Seite ein eingestanzter Gegenstand (Pfeil). In der Entfernung x vom Gegenstand aus hat es eine Sammellinse mit dem Brechungsindex $n = 2.6$ und der Brennweite $f = 6$ cm.

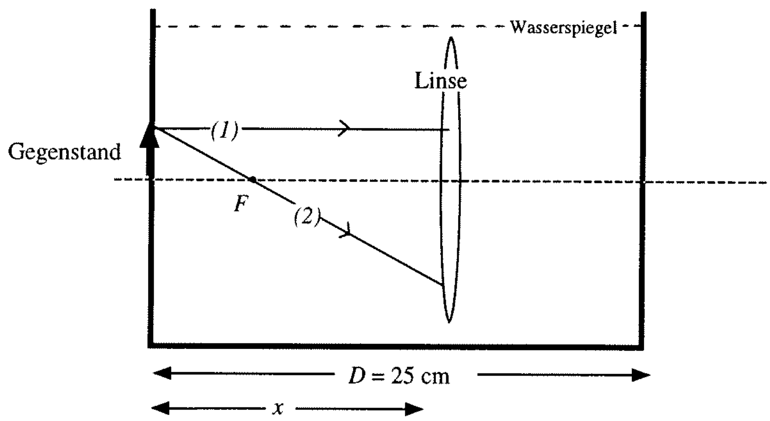
a) Berechnen Sie den Abstand x zwischen Linse und Gegenstand für ein Bild das genau auf der vom Gegenstand gegenüberliegenden Seite der Glaswanne abgebildet wird.

Anschliessend füllt man die Glaswanne mit Wasser bis der Gegenstand und die Linse vollständig unter Wasser sind; der Abstand Gegenstand – Linse bleibt unverändert. In dieser Situation vernachlässigt man die Dicke der Glaswannenwand und man nimmt an, dass für kleine Winkel die Annäherung $\sin(\alpha) = \tan(\alpha)$ gilt.

b) Wie gross ist nun die Brennweite der Linse im Wasser? (falls Sie keine Lösung gefunden haben, können Sie mit $f_{wasser} = 10$ cm weiterrechnen)

c) Zeichnen Sie das Bild, indem Sie die Strahlen (1) (Parallelstrahl) und (2) (Brennpunktsstrahl) vervollständigen. Es ist nur eine Skizze verlangt, keine massstäbliche Zeichnung!

d) Berechnen Sie nun in dieser Situation den Abstand des Bildes von der Linse.



Problème 1:

(a) $[\Sigma F_n = ma_n]_C$: $mg\sin\phi + F_N = m\frac{v_C^2}{R}$ ==> $\underline{F_N = m\frac{v_C^2}{R} - mg\sin\phi}$

Forces: (1) poids vertical; (2) force exercée par rail dirigée vers centre du cercle.

(b) Atteindre point D: $F_N=0$ pour $\phi = \pi/2$ => vitesse min en D: $0 = m\frac{v_D^2}{R} - mg$ => $v_D = \sqrt{Rg}$

Conservation énergie mécanique: $mg(h_{min} - 2R) = \frac{1}{2}mv_D^2 = \frac{1}{2}mRg$ ==> $\underline{h_{min} = \frac{5}{2}R}$

(c) Vitesse horizontale en D: $v_H = \sqrt{Rg}$; temps de chute t donnée par: $2R = \frac{1}{2}gt^2$

Portée à partir de B: $\underline{\text{Portée} = v_H t = 2R}$

Problème 2:

(a) Gaz parfait: $n = \frac{pV}{RT} = \frac{10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 298} = 0,1615$ mol $\cong 0,162$ mol; Masse: $m = n \cdot M \cong \underline{4,52 \text{ g}}$

(b) Premier principe: $Q_1 = p\Delta V + \Delta U = C_p n\Delta T$: chauffage à pression constante

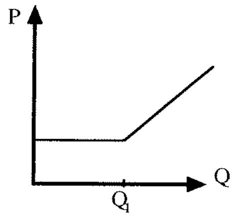
Calcul de ΔT: $T' = T\frac{V'}{V} = 298\frac{65}{40} \cong 484$ K d'où $\Delta T \cong 186$ K et la chaleur à fournir vaut:

$Q_1 = C_p n\Delta T = \frac{i+2}{2}R \cdot n \cdot \Delta T \cong 875$ J. Donc $\underline{Q_1 \cong 875 \text{ J}}$

(c) Premier principe: $Q_2 = 0 + \Delta U = C_V n\Delta T'$: chauffage à volume constant

avec $Q_2 = Q_{tot} - Q_1 = 1025$ J. On en tire: $\Delta T' = \frac{Q_2}{nC_V} = \frac{2Q_2}{iRn} \cong 306$ K d'où:

$T_{finale} \cong 484 + 306 = \underline{790 \text{ K}}$



Problème 3:

(a) Travail force électrique: $eU = \frac{1}{2}mv^2$ Donc: $U = \frac{mv^2}{2e} = \frac{1,67.10^{-27}(3.10^6)^2}{2 \cdot 1,6.10^{-19}} \cong \underline{47 \text{ kV}}$

(b) Champ homogène entre les plaques: $v^2 \propto x$ d'où: $v' = \frac{v}{\sqrt{2}} = \underline{2,12.10^6 \text{ m/s}}$

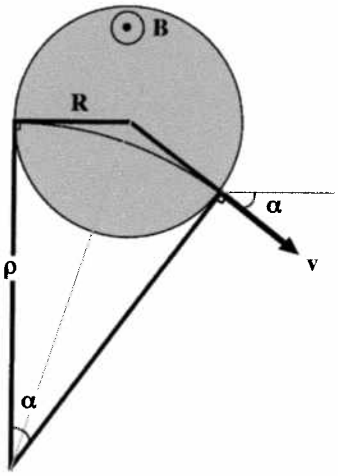
(c) Force dirigée vers centre cercle; champ B perpendiculaire à feuille, dirigée vers le haut.

$\vec{F}_{Lo} = e \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$ Mouvement circulaire uniforme: $m\frac{v^2}{\rho} = evB$ car v perpendiculaire à B.

Rayon de courbure: $\rho = \frac{mv}{eB} = \frac{1,67.10^{-27}3.10^6}{1,6.10^{-19}60 \cdot 10^{-3}} \cong \underline{0,522 \text{ m}}$

(d) Voir dessin ci-dessous.

$\frac{R}{\rho} = \tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{0,15/2}{0,522} = 0,1437$ d'où $\underline{\alpha \cong 16,4°}$



Problème 4:

(a) Chaleur pour faire fondre la glace: $Q_f = (\rho_{gl} V) L_f = 917 \cdot 96.10^{-6} \cdot 3{,}3.10^5 = 27{,}23 \text{ kJ}$

Puissance (η= 100%) $=Q_f/t=56{,}7$ W ; Puissance effective (η= 60%) $P = \dfrac{56{,}7}{0{,}6} \cong \underline{94{,}6 \text{ W}}$

(b) $P = \dfrac{U^2}{R_{tot}}$ donc la résistance totale vaut: $R_{tot} = \dfrac{U^2}{P} = \dfrac{12^2}{94{,}6} = 1{,}523 \ \Omega$

Résistance pour 1 fil: $R = R_{tot} \cdot 15 = 22{,}84 \ \Omega$.

Section du fil: $S = \rho \dfrac{\ell}{R} = 49.10^{-8} \dfrac{1{,}5}{22{,}84} \cong 32{,}1.10^{-9} \text{ m}^2 = \underline{0{,}032 \text{ mm}^2}$;

correspond à un diamètre de $\underline{0{,}202 \text{ mm}}$

Problème 5:

(a) Loi des lentilles: $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{25-x} = \dfrac{1}{6} \Rightarrow x^2 - 25x + 150 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{25 \pm \sqrt{625 - 4 \cdot 150}}{2} = \dfrac{25 \pm 5}{2}$

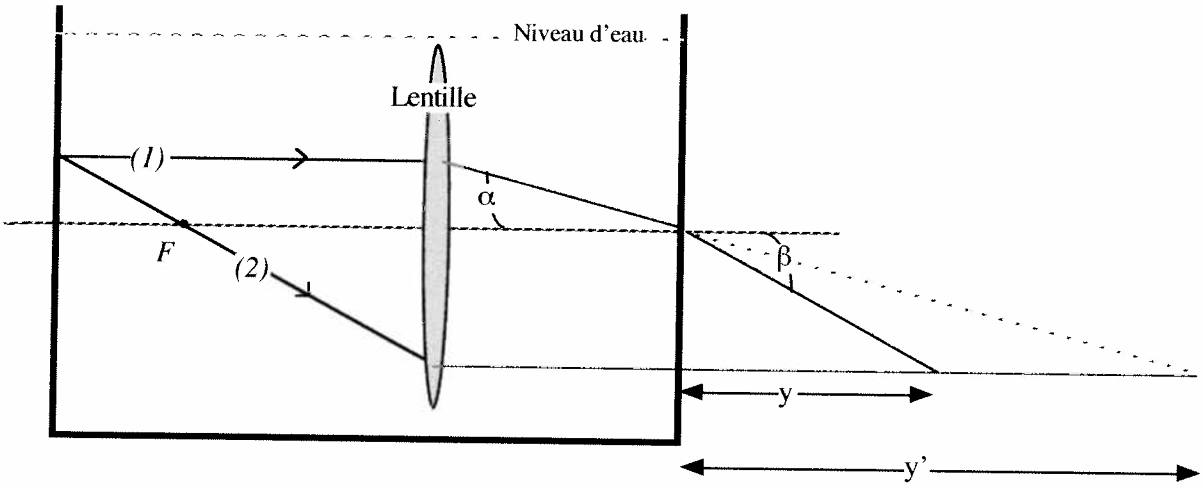
Image rapetissée: $\underline{x = 15 \text{ cm}}$

(b) Focale dans l'air: $\dfrac{1}{f} = (n-1) \cdot k$; Focale dans l'eau: $\dfrac{1}{f_{eau}} = \dfrac{(n-1{,}333)}{1{,}333} \cdot k$

d'où $\dfrac{f_{eau}}{f} = \dfrac{1{,}333(2{,}6-1)}{2{,}6-1{,}333} = 1{,}6833$ et donc $\underline{f_{eau} = 10{,}10 \text{ cm}}$

(c) Voir figure page suivante. En l'absence d'interface du bac, l'image se formerait dans l'eau à la distance p' donnée par: $\dfrac{1}{15} + \dfrac{1}{p'} = \dfrac{1}{10{,}10}$ soit $p' = 30{,}9$ cm. L'image se trouverait ainsi à la distance $y' = 30{,}9 - 10 = 20{,}9$ cm du bac.

A cause de la réfraction à l'interface, l'image se forme en y. En effet, réfraction:
$1.333 \sin\alpha = \sin\beta \Longrightarrow \dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha} = 1{,}333 \cong \dfrac{\tan\beta}{\tan\alpha} = \dfrac{y'}{y}$. Donc $y = 15{,}69$ cm et l'image vraie se forme à $p'_{vrai} = 15{,}69 + 10 \cong \underline{25{,}7 \text{ cm}}$ de la lentille.



Niveau d'eau
Lentille
(1)
(2)
F
α
β
y
y'