

1.) Schreibe als Bruch und kürze

a) $x^5 : x^3$

b) $x^4 : x^0$

c) $7^5 : 7^5$

d) $(ab)^4 : (ab)^3$

2.) Kürze

a) $8a^5bx / (4a^4)$

d) $124a^3bx^2z / (93a^2b^4xz^2)$

b) $24ab^4c / (48a^2b^2c)$

e) $165ab^4ux^2 / (66a^2b^3u^2x^3)$

c) $162ux^2z^3 / (27u^2z^4)$

f) $115a^3b^2xy^2z^3 / (46a^4bx^2yz^4)$

3.) Bestimme den Definitionsbereich des ungekürzten Terms und kürze. Bestimme auch „behebbar Definitionslücken“). Definitionslücken, die beim Kürzen verschwinden.

a) $\frac{x^3(x^2-9)}{x^3+3x^2}$

d) $\frac{x^4-2x^3}{x^3-8}$ schwierig!!!

b) $\frac{x^4-x^3-20x^2}{x^3+x^2-12x}$

e) $\frac{x^2-2x-24}{x^2-16}$

c) $\frac{x^4-16}{x^3+2x^2}$

f) $\frac{x^5-x^3}{x^3-x}$

4.) Bestimme A

a) $\frac{2}{3} = \frac{A}{15}$

f) $\frac{7xz^2}{21x} = \frac{-z^2}{A}$

b) $\frac{3x}{7y} = \frac{A}{42ay}$

g) $\frac{-A}{28axy^2} = \frac{3z}{-7xy}$

c) $\frac{63ax}{77ay} = \frac{9x}{A}$

h) $\frac{-3z}{8ax} = \frac{12az^2}{A}$

d) $\frac{A}{21bz} = \frac{-1}{7b}$

i) $\frac{-7x^2z}{-25xz^3} = \frac{7x}{A}$

e) $\frac{-9x^2y^3}{A} = \frac{3y}{5z}$

j) $\frac{12a^2bc}{A} = \frac{48a^3bc^2}{28abc}$

5.) Bestimme A

$$a) 3 = \frac{A}{4}$$

$$d) a+3b = \frac{A}{a-3b}$$

$$b) 2a+b = \frac{A}{c}$$

$$e) e+2f = \frac{A}{2f-e}$$

$$c) x-y = \frac{A}{a}$$

$$f) x^2 + \frac{1}{a} = \frac{A}{a}$$

6.) Mache aus der Summe einen einzelnen Bruchterm

$$a) \frac{a}{a-b} + \frac{2a-b}{a-b} - \frac{a+b}{a-b}$$

$$b) \frac{a}{7} - \frac{5a+8b}{35} + \frac{7b}{10}$$

$$c) \frac{ab}{2c} - \frac{a}{4} + \frac{b}{3c} - \frac{ab}{10c}$$

$$d) \frac{(a+2b)^2}{a^3-4ab^2} - \frac{2ab}{a-2b} + \frac{4b}{2b-a}$$

$$e) \frac{x}{x^2-y^2} + \frac{y}{y^2-x^2}$$

und kürze den Bruchterm wenn möglich.

7.) Bestimme das kgV von

$$a) a, b \text{ und } c$$

$$b) 2a, 3b \text{ und } 4c$$

$$c) 5a^2, 10bc \text{ und } 6a^2c$$

$$d) a-b, a, a^2-ab \text{ und } b$$

$$e) x^2, y^2, x-y \text{ und } x^2-y^2$$

$$f) 20a^2-20ab+5b^2 \text{ und } 8ac-4bc$$

$$g) 2a, 8a^3-1 \text{ und } 2a-1 \quad (!) \text{ schwierig!!!}$$

8.) Mache die Bruchterme gleichnamig

$$a) \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{2}{15} \text{ und } \frac{4}{10}$$

$$c) \frac{2}{a+b}, \frac{-3}{a-2b}, \frac{5a}{ab}, \frac{7}{a^2b-ab^2-2b^3}$$

$$b) \frac{2}{ac}, \frac{-3}{bc}, \frac{2}{c} \text{ und } \frac{7}{-abc}$$

$$d) \frac{u+v}{u^2-v^2}, \frac{u-v}{u^2+uv} \text{ und } \frac{u+v}{uv+v^2}$$

9.) Berechne und vereinfache

a) $\frac{3a}{2} + \frac{2a}{3} - \frac{7a}{6}$

b) $\frac{3a}{b^2} - \frac{5c}{b^2} + \frac{8b}{b^3}$

c) $\frac{3a-2y}{ax^2} - \frac{3b+4y}{a^2x}$

d) $\frac{x^2}{x-1} - x$

e) $\frac{1}{a} - \frac{2}{ab} + \frac{3}{b^2}$

f) $\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b} + \frac{c}{b-a}$

g) $\frac{5x}{x^2-xy} + \frac{3}{x+y} + \frac{7y}{xy+y^2} - \frac{2}{x^2-y^2} + \frac{3}{y^2-x^2}$

h) $\frac{2a+5}{3a^2-12} + \frac{1}{6-3a}$

10.) Vereinfache den Term und fülle nebenstehende Wertetabelle aus

$\frac{3}{x} - \frac{2}{x^2+x} - \frac{5x}{x^2-1}$

| x | Bruchterm |
|----|-----------|
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |

11.) Berechne und vereinfache

a) $3 \cdot \frac{1}{6}$

d) $a \cdot \frac{1}{a}$

g) $(a+1) \cdot \frac{b}{a^2+a}$

b) $5 \cdot \frac{2}{5}$

e) $b^2 \cdot \frac{1}{ab}$

h) $\frac{a-b}{a+b} \cdot \frac{a+b}{a^2-b^2}$

c) $\frac{3}{7} \cdot \frac{21}{20}$

f) $\frac{a^2}{bc} \cdot \frac{c^2}{ab}$

i) $\frac{a}{x-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{ax+a}$

12.) Berechne und vereinfache

a) $\left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot \frac{b^2}{a}$

d) $\frac{x^2 - y^4}{3a + 3b} \cdot \frac{2a + 2b}{x + y^2}$

b) $\left(\frac{-x}{2y}\right)^3 \cdot \left(\frac{-y}{x}\right)^2$

e) $\frac{a}{x+1} \cdot \frac{x^2 + 2x + 1}{ax + a}$

c) $\left(\frac{3c}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{2ab}{3c}\right)^3$

f) $\frac{a^2 + ab - a}{b} \cdot \frac{b}{a^2 + 2ab + b^2 - 1}$

13.) Berechne und vereinfache

a) $\frac{ab}{c} : \frac{ac}{b}$

g) $\left(\frac{a^2 - 2ab}{a + 2b}\right) : \left(\frac{a^2 - 4b^2}{a}\right)$

b) $\frac{a-b}{c} : \frac{ac-bc}{a}$

h) $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : \left(\frac{a^2 - b^2}{a}\right)$

c) $\left(\frac{a}{b} - 1\right) : \left(\frac{a-b}{b}\right)$

i) $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{9a}\right) : \left(\frac{3a+b}{b}\right)$

d) $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) : \left(\frac{a+b}{c}\right)$

j) $\left(\frac{a}{b} + \frac{a}{c}\right) : \left(\frac{a}{b^2} - \frac{a}{c^2}\right)$

e) $\frac{a}{b} : \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{a}{b}\right)$

k) $\left(\frac{a}{c} - \frac{c}{a}\right) : \left(\frac{a+c}{a}\right)$

f) $\left(\frac{-3ab}{c+1}\right) : \left(\frac{6ac}{bc+b}\right)$

l) $\left(\frac{a^2 - 16}{b}\right) : \left(\frac{a+4}{a-4}\right)$

14.) Im allgemeinen gilt $a-b = b-a$ nicht. In welchen speziellen Fällen gilt es trotzdem?

15.) Bestimme die Lösungsmenge bezüglich der Lösungsvariablen x

a) $\frac{x}{x+3} = \frac{3-x}{8x}$

f) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{2x}{3}$

b) $\frac{x}{7} - \frac{x}{8} = \frac{3}{56}$

g) $\frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1} = 0$

c) $\frac{2x}{9} + \frac{5x}{18} = 3$

h) $\frac{4x-1}{11} + \frac{x+2}{5} = \frac{x+1}{2}$

d) $\frac{3x}{14} - \frac{17x}{21} = \frac{5-5x}{7}$

i) $\frac{7x+1}{2x+1} + \frac{3x-1}{2x+1} = 4$

e) $\frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} \cdot (2x-1) \right) - \frac{3}{16} = 0$

j) $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 - \frac{1}{x}\right) = \frac{8}{x^2}$

Musterlösungen:

1.)

| | | | |
|-------|-------|-----|------|
| (a) | (b) | (c) | (d) |
| x^2 | x^4 | 1 | ab |

2.)

| | | | | | |
|--------|------------|-------------|-----------------|------------|--------------|
| (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) |
| $2abx$ | $b^2/(2a)$ | $6x^2/(uz)$ | $(4ax)/(3b^3z)$ | $5b/(aux)$ | $5by/(2axz)$ |

3.)

| | Gekürzter Term | Definitionsbereich | Beherrbare Definitionslücken |
|----|----------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| a) | $x(x-3)$ | $\mathbb{Q} \setminus \{-3, 0\}$ | $x = -3, x = 0$ |
| b) | $\frac{x(x-5)}{x-3}$ | $\mathbb{Q} \setminus \{-4, 0, 3\}$ | $x = 0, x = -4$ |
| c) | $\frac{(x-2)(x^2+4)}{x^2}$ | $\mathbb{Q} \setminus \{-2, 0\}$ | $x = -2$ |
| d) | $\frac{x^3}{x^2+2x+4}$ | $\mathbb{Q} \setminus \{2\}$ | $x = 2$ |
| e) | $\frac{x-6}{x-4}$ | $\mathbb{Q} \setminus \{-4, 4\}$ | $x = -4$ |
| f) | x^2 | $\mathbb{Q} \setminus \{-1, 0, 1\}$ | $x = -1$ $x = 0$ $x = 1$ |

4.)

| | A |
|----|--------------|
| a) | 10 |
| b) | $18ax$ |
| c) | $11y$ |
| d) | $-3z$ |
| e) | $-15x^2y^2z$ |

| | A |
|----|------------|
| f) | -3 |
| g) | $12ayz$ |
| h) | $-32a^2xz$ |
| i) | $25z^2$ |
| j) | 7 |

5.)

| | A |
|----|------------|
| a) | 12 |
| b) | $2ac + bc$ |
| c) | $a(x - y)$ |

| | A |
|----|--------------|
| d) | $a^2 - 9b^2$ |
| e) | $4f^2 - e^2$ |
| f) | $ax^2 + 1$ |

6.)

| (a) | (b) | (c) |
|-----|----------|-----------------------------|
| 2 | $33b/70$ | $(24ab + 20b - 15ac)/(60c)$ |

d)
$$\frac{a + 2b - 2a^2b - 4ab}{a(a - 2b)}$$

e) $1/(x + y)$

7.)

a) $a \cdot b \cdot c$

b) $12 \cdot a \cdot b \cdot c$

c) $30 \cdot a^2 \cdot b \cdot c$

d) $a \cdot b \cdot (a - b)$

e) $x^2 y^2 (x^2 - y^2)$

f) $20 \cdot c \cdot (2a - b)^2$

g) $2a \cdot (2a - 1) (4a^2 + 2a + 1)$

8.) a) $\frac{15}{60}, \frac{10}{60}, \frac{8}{60}$ und $\frac{24}{60}$

b) $\frac{2b}{abc}, \frac{-3a}{abc}, \frac{2ab}{abc}$ und $\frac{-7}{abc}$

c) $ab \cdot (a + b) (a - 2b)$

d) $u \cdot v \cdot (u - v) \cdot (u + v)$

9. a) a

b) $(3a - 5c + 8)/b^2$

c) $(3a^2 - 2ay - 3bx - 4xy)/(a^2 x^2)$

d) $1/(x - 1)$

e) $(3a + b^2 - 2b)/(ab^2)$

f) $(a^2 - 2ab - b^2 - ac - bc)/(a^2 - b^2)$

g) $5(3x - y - 1)/(x^2 - y^2)$

h) $(a + 3)/[3(a^2 - 4)]$

10.)
$$-\frac{2x^2 + 2x + 1}{x(x^2 - 1)}$$

| x | Bruchterm |
|----|------------------|
| -2 | 5/6 |
| -1 | nicht definiert* |
| 0 | nicht definiert* |
| 1 | nicht definiert* |
| 2 | -13/6 |
| 3 | -25/24 |

* wegen verbotener Division durch null

- 11.) a) $\frac{1}{2}$
b) 2
c) $\frac{9}{20}$

- d) 1
e) $\frac{b}{a}$
f) $\frac{ac}{b^2}$

- g) $\frac{b}{a}$
h) $\frac{1}{(a+b)}$
i) $\frac{(x-1)}{(x+1)}$

- 12.) a) $\frac{a^2}{b}$
b) $-\frac{x}{(8y)}$
c) $\frac{8ab^3}{(3c)}$

- d) $\frac{2(x-y^2)}{3}$
e) 1
f) $\frac{a}{(a+b+1)}$

13. a) $\frac{b^2}{c^2}$
b) $\frac{a}{c^2}$
c) 1
d) $\frac{c}{(ab)}$
e) $\frac{a^2}{(a+b+a^2)}$
f) $-\frac{b^2}{(2c)}$

- g) $\frac{a^2}{(a+2b)^2}$
h) $\frac{1}{b}$
i) $\frac{(9a^2-b^2)}{(9a(3a+b))} = \frac{(3a-b)}{(9a)}$
j) $\frac{bc}{(c-b)}$
k) $\frac{(a-c)}{c}$
l) $\frac{(a-4)^2}{b}$

14.) Nur falls $a=b$

15. a) $x \in \{-1, 1\}$
b) $x=3$
c) $x=6$
d) $x=6$
e) $x=2$

- f) $x \in \{-2, 0, 2\}$
g) Keine Lösung!
h) $x=3$
i) $x=2$
j) $x \in \{-3, 3\}$