

Übungen zu den binomischen Formeln

1.) Löse auf (mithilfe der binomischen Formeln)

a) $(a^2 + bc)^2$

d) $(4u - 3w)^2$

b) $(ac + b)^2$

e) $5 \cdot (2a - b)^2$

c) $(3u + 2v)^2$

f) $(a + b) \cdot (2a - 3b)^2$

2.) Schreibe ohne Klammern

a) $(a + 7b) \cdot (a - 7b)$

d) $(-z - \frac{5}{2})^2$

b) $(z - \frac{a}{3})^2$

e) $9 \cdot (a - \frac{b}{3})^2$

c) $(-x + 5)^2$

f) $(a + 2b)^3$

3.) Schreibe als Produkt mit möglichst vielen Faktoren (vollständig faktorisieren!)

a) $4x^2 - 4xy + y^2$

d) $81x^2 + 144y^2 - 216xy$

b) $a^3 - 121ab^4$

e) $36m^2n^4 - 900m^4$

c) $a^2 + 49 - 14a$

4.) Vereinfache

a) $(5 + x)^2 - (5 - x)^2$

b) $25x^2 - (2a - 5x)^2$

c) $(2a + b)^2 - (a - 2b)^2 - (2a + 3b)(2a - 3b) + (a - 4b)^2$

d) $\frac{(2a + 3b)^2 - 4(a - b)^2}{4a + b}$

e) $\frac{4}{3} \left(\frac{3}{2}x - y \right)^2 - 3 \left(x + \frac{y}{3} \right)^2$

5.) Erzeuge durch Umformung einen Term bei welchem man eine binomische Formel anwenden kann

a) $\left(\frac{a}{2} - b\right) \cdot (a + 2b)$

b) $(40x^2 - 5xy) \cdot (8x - y)$

c) $(-6x + 3y) \cdot (2x + y)$

d) $100a^3x^2 + 100a^2xy + 25ay^2$

6.) Ergänze

a) $? + 8r + 16 = (?)^2$

b) $4a^2 + 12ax + ? = (?)^2$

c) $\frac{a^2}{9} - ? + ? = (? - 2b)^2$

d) $x^2 - \frac{1}{3}xz + ? = (?)^2$

7.) Benutze binomische Formeln um den Bruchterm zu kürzen

a) $\frac{x^2 - 4y^2}{(x + 2y)^2}$

b) $\frac{a + 3b}{2a^2 + 12ab + 18b^2}$

c) $\frac{x^4y + 18x^2y^2 + 81y^3}{2x^4y - 162y^3}$

d) $\frac{(x + y) \cdot (x - 2y)}{x^2 - 4xy + 4y^2}$

Musterlösungen

$$1a) (a^2 + bc)^2 = a^4 + 2a^2bc + b^2c^2$$

$$b) (ac + b)^2 = a^2c^2 + 2abc + b^2$$

$$c) (3u + 2v)^2 = 9u^2 + 12uv + 4v^2$$

$$d) (4u - 3w)^2 = 16u^2 - 24uw + 9w^2$$

$$e) 5 \cdot (2a - b)^2 = 5 \cdot (4a^2 - 4ab + b^2) = 20a^2 - 20ab + 5b^2$$

$$f) (a+b) \cdot (2a-3b)^2 = (a+b) \cdot (4a^2 - 12ab + 9b^2) =$$

$$4a^3 - 12a^2b + 9ab^2 + 4a^2b - 12ab^2 + 9b^3 =$$

$$4a^3 - 8a^2b - 3ab^2 + 9b^3$$

$$2a) (a+7b) \cdot (a-7b) = a^2 - 49b^2$$

$$b) \left(z - \frac{a}{3}\right)^2 = z^2 - \frac{2az}{3} + \frac{a^2}{9}$$

$$c) (-x+5)^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$d) \left(-z - \frac{5}{2}\right)^2 = z^2 + 5z + \frac{25}{4}$$

$$e) 9 \cdot \left(a - \frac{b}{3}\right)^2 = 9 \cdot \left(a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right) = 9a^2 - 6ab + b^2$$

$$f) (a+2b)^3 = (a+2b) \cdot (a+2b)^2 = (a+2b) \cdot (a^2 + 4ab + 4b^2) =$$

$$a^3 + 4a^2b + 4ab^2 + 2a^2b + 8ab^2 + 8b^3 =$$

$$a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$$

$$3a) 4x^2 - 4xy + y^2 = (2x+y)^2$$

$$b) a^3 - 121ab^4 = a \cdot (a^2 - 121b^4) = a \cdot (a^2 - (11b^2)^2) =$$

$$a \cdot (a+11b) \cdot (a-11b)$$

$$c) a^2 + 49 - 14a = a^2 - 14a + 49 = (a-7)^2$$

$$d) 81x^2 + 144y^2 - 216xy = (9x)^2 - 216xy + (12y)^2 =$$

$$(9x - 12y)^2$$

$$e) 36m^2n^4 - 900m^4 = 36m^2(n^4 - 25m^2) = 36m^2 \cdot$$

$$((n^2)^2 - (5m)^2) = 36m^2 \cdot (n^2 + 5m) \cdot (n^2 - 5m)$$

$$4a) (5+x)^2 - (5-x)^2 = 25 + 10x + x^2 - (25 - 10x + x^2) \\ = 25 + 10x + x^2 - 25 + 10x - x^2 = 20x$$

$$b) 25x^2 - (4a^2 - 20ax + 25x^2) = 25x^2 - 4a^2 + 20ax \\ - 25x^2 = 20ax - 4a^2 = 4a(5x - a)$$

$$c) (2a+b)^2 - (a-2b)^2 - (2a+3b) \cdot (2a-3b) + (a-4b)^2 \\ = 4a^2 + 4ab + b^2 - (a^2 - 4ab + 4b^2) - (4a^2 - 9b^2) + a^2 \\ - 8ab + 16b^2 = 4a^2 + 4ab + b^2 - a^2 + 4ab - 4b^2 - 4a^2 \\ + 9b^2 + a^2 - 8ab + 16b^2 = 22b^2$$

$$d) \frac{4a^2 + 12ab + 9b^2 - 4a^2 + 8ab - 4b^2}{4a+b} \\ = \frac{20ab + 5b^2}{4a+b} = \frac{5b(4a+b)}{4a+b} = 5b$$

$$e) \frac{4}{3} \left(\frac{3}{2}x - y \right)^2 - 3 \left(x + \frac{y}{3} \right)^2 = \frac{4}{3} \left(\frac{9}{4}x^2 - 3xy + y^2 \right) - \\ 3 \left(x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{y^2}{9} \right) = 3x^2 - 4xy + \frac{4}{3}y^2 - \left(3x^2 + 2xy \\ + \frac{y^2}{3} \right) = 3x^2 - 4xy + \frac{4}{3}y^2 - 3x^2 - 2xy - \frac{y^2}{3} \\ = y^2 - 6xy = \underline{y \cdot (y - 6x)}$$

$$5a) \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(\frac{a}{2} - b \right) \cdot (a + 2b) = \frac{1}{2} \overbrace{(a - 2b) \cdot (a + 2b)}^{\text{binom. Formel}} = \frac{1}{2} (a^2 - 4b^2)$$

$$b) (40x^2 - 5xy) \cdot (8x - y) = 5x \cdot (8x - y) \cdot (8x - y) = \\ 5x(8x - y)^2 = 5x \cdot \underbrace{(8x - y) \cdot (8x - y)}_{\text{binom. Formel}}$$

$$c) (-6x + 3y) \cdot (2x - y) = -3 \cdot \underbrace{(2x - y) \cdot (2x + y)}_{\text{binom. Formel}} \\ = -3(4x^2 - y^2)$$

$$d) 100a^3x^2 + 100a^2xy + 25ay^2 = 25a[4a^2x^2 + 4axy \\ + y^2] = 25a \cdot \underbrace{(2ax + y)^2}_{\text{binom. Formel}}$$

$$6a) ? + 8r + 16 = (?)^2 \rightarrow r^2 + 8r + 16 = (r + 4)^2$$

$$b) 4a^2 + 12ax + ? = (?)^2 \rightarrow 4a^2 + 12ax + 9x^2 = (2a + 3x)^2$$

$$c) \frac{a^2}{9} - ? + ? = (? - 2b)^2 \rightarrow \frac{a^2}{9} - \frac{4}{3}ab + 4b^2 = \left(\frac{a}{3} - 2b\right)^2$$

$$d) x^2 - \frac{1}{3}xz + ? = (?)^2 \rightarrow x^2 - \frac{1}{3}xz + \frac{z^2}{36} = \left(x - \frac{z}{6}\right)^2$$

$$7a) \frac{x^2 - 4y^2}{(x+2y)^2} = \frac{(x+2y)(x-2y)}{(x+2y)^2} = \frac{x-2y}{x+2y}$$

$$b) \frac{a+3b}{2(a^2+6ab+9b^2)} = \frac{a+3b}{2(a+3b)^2} = \frac{1}{2(a+3b)}$$

$$c) \frac{x^4y + 18x^2y^2 + 81y^3}{2x^4y - 162y^3} = \frac{y \cdot (x^4 + 18x^2y + 81y^2)}{2y(x^4 - 81y^2)}$$

$$= \frac{(x^2 + 9y)^2}{2(x^2 + 9y) \cdot (x^2 - 9y)} = \frac{x^2 + 9y}{2(x^2 - 9y)}$$

$$d) \frac{(x+y) \cdot (x-2y)}{(x-2y)^2} = \frac{x+y}{x-2y}$$