Musterprüfung

Themen:

- Quadratische Gleichungen
- Quadratische Funktionen

Lernziele:

A. Quadratische Gleichungen

1. Ich weiss, wie man die Diskriminante einer quadratischen Gleichung berechnet und ich kenne ihre Bedeutung.
2. Ich kann die Wurzeln einer quadratischen Gleichung mithilfe der Lösungsformel

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

berechnen.

3. Ich kenne die Vietaschen Sätze und kann sie anwenden.
4. Ich kann Textaufgaben, die zu quadratischen Gleichungen führen, auflösen.

B. Quadratische Funktionen

1. Ich kann die Nullstellen der Parabel bestimmen.
2. Ich weiss, wie man die Funktionsgleichung einer vertikal und/oder horizontal ver-

schobenen Parabel bestimmt.

3. Ich weiss, wie man aus der Funktionsgleichung $f(x) = ax^2 + bx + c$ den Scheitelpunkt mithilfe der Gleichungen

$$S\begin{pmatrix}-b/(2a) \\ c - b^2/(4a)\end{pmatrix}$$

erhält.

4. Ich weiss, wie man aus dem Scheitelpunkt und einem weiteren Punkt auf der Parabel die Scheitelpunktgleichung bestimmt.

5. Ich weiss, wie man die Schnittpunkte von einer Parabel und einer Geraden berechnet.

6. Ich weiss, wie man Schnittpunkte von zwei Parabeln berechnet.

7. Ich kann die Funktionsgleichung $f(x) = ax^2 + bx + c$ in die Form $f(x) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$ bringen.

8. Ich weiss wie man eine Parabel in der Scheitelpunktform verschiebt.

9. Ich weiss wie man eine Normalparabel durch zwei Punkte legt.

A.1.1) Bestimme die Anzahl Elemente in der Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

a) $2x^2 - 5x + 1 = 0$

b) $3x^2 - 6x + 5 = 0$

c) $4x^2 - 20x + 25 = 0$

A.1.2) Für welche Werte von a hat

$$ax^2 + 6x + 9 = 0$$

eine leere Menge als Lösungsmenge?

A.2.1) Bestimme die Lösungsmenge von

a) $x^2 + 13x = 30$

b) $5x^2 + x = 48$

c) $4x^2 - 11x = 63/2$

d) $\dfrac{x}{2x+1} + \dfrac{2}{x} = \dfrac{1}{2x+1}$

A.2.2) Bestimme in $2x^2 - 3x - a = 0$ den Parameter a so, dass $x_1 = 2$ ein Element der Lösungsmenge ist und bestimme die zweite Lösung.

A.3.1) Bestimme die zweite Wurzel in der quadratischen Gleichung mit einer gegebenen Wurzel. Bestimme auch den Wert des Parameters c.

a) $2x^2 + 8x + c = 0$, $x_1 = 3$

b) $2x^2 + cx + 15 = 0$, $x_1 = 5$

A.4.1) Die Differenz von zwei Zahlen beträgt 6. Das Produkt der Zahlen beträgt 667. Bestimme die beiden Zahlen.

A.4.2) Die Summe von zwei Zahlen beträgt 53. Das Produkt der beiden Zahlen beträgt 682. Bestimme die beiden Zahlen.

A.4.3) Die Summe aus einer Zahl und ihrem Kehrwert beträgt 221/70. Bestimme die Zahl.

A.4.4) Wenn man bei einem Bruchterm, dessen Nenner um 4 grösser ist als der Zähler, vom Zähler und vom Nenner je 4 subtrahiert, so erhält man einen Bruchterm, der um 1/6 kleiner ist als der ursprüngliche. Bestimme den ursprünglichen Bruchterm.

B.1.1) Bestimme die Nullstellen von

a) $p: y = x^2 - 12x + 5$

b) $p: y = 4x^2 - 12x + 9$

c) $p: y = 2x^2 - x + 1$

B.2.1) Die Funktionsgleichung der Parabel p_1 ist gegeben wie folgt: $p_1: y = 2x^2 - 3x + 5$. Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel p_2, die man durch Verschiebung von p_1 um

a) 3 nach rechts und 4 nach unten

b) 5 nach links und 2 nach oben

erhält.

B.3.1) Bestimme den Scheitelpunkt der Parabel mit der Funktionsgleichung

a) $p: y = 2x^2 - 4x + 5$

b) $p: y = x^2 - 6x + 7$

c) $p: y = 3x^2 - 2x + 5$

B.4.1) Von der Parabel p kennt man den Scheitelpunkt

a) $S\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$, sowie $P\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix} \in p$.

b) $S\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$, sowie $P\begin{pmatrix}4\\14\end{pmatrix} \in p$.

c) $S\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$, sowie $P\begin{pmatrix}1\\-6\end{pmatrix} \in p$.

Bestimme die Funktionsgleichung von p in der Scheitelpunktsform, sowie in der Form $f(x) = ax^2 + bx + c$.

B.4.2) Eine Parabel mit dem Scheitelpunkt $S\begin{pmatrix}2\\10\end{pmatrix}$ schneidet die y-Achse auf der Höhe $y = 2$. Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel in der Form $y = ax^2 + bx + c$.

B.4.3) Die Parabel p_1 mit dem Scheitelpunkt $S_1\begin{pmatrix}3\\-18\end{pmatrix}$ geht durch den Koordinatenursprung. Die Parabel p_2 erhält man durch horizontale und vertikale Verschiebung von p_1 so, dass der Scheitelpunkt von p_2 gegeben ist wie folgt: $S_2\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$.

Bestimme die Funktionsgleichungen von p_1 und p_2 in der Form $f(x)=ax^2+bx+c$.

B.5.1) Die Funktionsgleichungen einer Parabel und einer Geraden sind gegeben wie folgt:

a) $p: y=2x^2-3x+1$ und $g: y=x+1$

b) $p: y=x^2-2x$ und $g: y=6x-15$

c) $p: y=x^2+3x$ und $g: y=x-10$

Bestimme Schnittpunkte von p und g. Kommentiere das Ergebnis.

B.5.2) Die Funktionsgleichungen einer Parabel und einer Geraden sind gegeben wie folgt: $p: y=x^2+49$ und $g: y=mx$.
Für welche Werte der Steigung m von g is g eine

a) Sekante?

b) Tangente?

c) Passante?

B.6.1) Bestimme Schnittpunkte der Parabeln p_1 und p_2 mit Funktionsgleichungen wie folgt:

a) $p_1: y=x^2-5x+2$ und $p_2: y=x^2-3x+4$

b) $p_1: y=2x^2-7x+3$ und $p_2: y=x^2-2x-3$

c) $p_1: y=2x^2-x+11$ und $p_2: y=3x^2+9$

B.6.2) Für welche Werte von q berühren sich die Parabeln p_1 und p_2 wie folgt:

$$p_1: y = 2x^2 + qx - 5$$
$$p_2: y = x^2 + x - 9$$

B.7.1) Eine Parabel p mit Scheitelpunkt $S\binom{5}{-9}$ schneidet die x-Achse an der Stelle $x = 2$. Bestimme die Funktionsgleichung von p in der Form $p: y = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$.

B.7.2) Bestimme die Nullstellen und den Scheitelpunkt S der Parabel p mit der Funktionsgleichung $p: y = 3 \cdot (x - 1) \cdot (x + 3)$.

B.7.3) Bestimme die Funktionsgleichung von

a) $p: y = 6x^2 - 17x + 5$

b) $p: y = 2(x - 3)^2 - 50$

in der Form $p: y = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$.

B.8.1) Bestimme den Scheitelpunkt der Parabel $p_1: y = 2x^2 - 8x + 15$. Bestimme alsdann die Parabel p_2 in der Scheitelpunktform, die man durch Verschiebung von p_1 um

a) zwei Einheiten nach rechts und 3 Einheiten nach oben erhält.

b) drei Einheiten nach links und 5 Einheiten nach oben erhält.

c) vier Einheiten nach links und 3 Einheiten nach unten erhält.

B.8.2) Die Parabel $p_2: y = 2x^2 + 4x - 2$ erhält man durch Verschiebung der Parabel $p_1: y = 2x^2 - 8x + 5$. Bestimme den Verschiebungsvektor.

B.8.3)* Die Parabel $p_1: y = x^2 - 4x$ soll horizontal so verschoben, dass sie durch den Punkt $P\binom{6}{5}$ geht. Bestimme die Gleichung der verschobenen Parabel p_2 in der Normalform.

B.9.1) Bestimme die Gleichung der verschobenen Normalparabel durch die Punkte $A\binom{3}{7}$ und $B\binom{6}{4}$ in der Normalform.

B.9.2) Wie muss man die Normalparabel $p: y = x^2$

a) horizontal verschieben, damit der Punkt $A\binom{5}{9}$ auf der verschobenen Parabel liegt?

b) vertikal verschieben, damit der Punkt $B\binom{4}{7}$ auf der verschobenen Parabel liegt?

B.9.3) Der Scheitelpunkt der verschobenen Normalparabel liegt auf der x-Achse. Die y-Achse schneidet die Parabel auf der Höhe $y = 12.25$. Bestimme die Gleichung dieser Parabel in der Normalform.

Musterlösungen:

A.1.1) a) $D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 17 > 0 \rightarrow$ 2 Lösungen

b) $D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = -24 < 0 \rightarrow$ keine Lösung

c) $D = 400 - 4 \cdot 4 \cdot 25 = 0 \rightarrow$ eine Lösung

A.1.2) $D = 36 - 4 \cdot a \cdot 9 = 36(1 - a) < 0 \rightarrow a > 1$

A.2.1a) $x^2 + 13x - 30 = (x + 15) \cdot (x - 2) = 0 \rightarrow x_1 = 2$ und $x_2 = -15$

b) $5x^2 + x - 48 = 0$

a	5
b	1
c	-48

$D = 1 - 4 \cdot 5 \cdot (-48) = 961 = 31^2$

$\rightarrow x = \dfrac{-1 \pm 31}{2 \cdot 5} = \begin{cases} x_1 = 3 & \leftarrow (+) \\ x_2 = -3.2 & \leftarrow (-) \end{cases}$

c)

a	4
b	-11
c	-31.5

$4x^2 - 11x - 31.5 = 0$

$\rightarrow D = 121 - 4 \cdot 4 \cdot (-31.5) = 625 = 25^2$

$x = \dfrac{11 \pm 25}{2 \cdot 4} = \begin{cases} x_1 = 9/2 & \leftarrow (+) \\ x_2 = -7/4 & \leftarrow (-) \end{cases}$

d) $HN = x(2x+1) \rightarrow \dfrac{x^2}{x(2x+1)} + \dfrac{2(2x+1)}{x(2x+1)} = \dfrac{x}{x(2x+1)}$

$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; -1/2\}$

$x^2 + 3x + 2 = (x+1) \cdot (x+2) = 0 \rightarrow x_1 = -1$

$x_2 = -2$

A.2.2) $x = 2 \rightarrow 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 - a = 2 - a = 0 \rightarrow a = 2$

$2x^2 - 3x - 2 = (2x+1) \cdot \underbrace{(x-2)}_{x_1} \rightarrow x_2 = -1/2$

A.3.1 a) $\overset{3}{x_1} + x_2 = -8/2 = -4 \xrightarrow{-3} x_2 = -7$

$c = x_1 \cdot x_2 \cdot a = 3 \cdot (-7) \cdot 2 = -42$

b) $\underset{5}{x_1} \cdot \underset{?}{x_2} = \dfrac{15}{2} \xrightarrow{:5} x_2 = 3/2$

$c = -a \cdot x_1 + x_2 = -2 \cdot (5 + 3/2) = -13$

A.4.1) $x \cdot (x-6) = x^2 - 6x = 667 \rightarrow$

$x^2 - 6x - 667 = 0 \rightarrow D = 36 + 4 \cdot 667 = 2704 = 52^2$

$\rightarrow x = (6 \pm 52)/2 = 3 \pm 26 \rightarrow$ 2 Lösungen

23 und 29 oder −23 und −29

A.4.2) $x \cdot (53-x) = 682 \rightarrow x^2 - 53x + 682 = 0$

a	1
b	-53
c	682

$D = 2809 - 4 \cdot 682 = 81 = 9^2$

$\rightarrow x = \frac{53 \pm 9}{2} = \begin{cases} x_1 = 31 \\ x_2 = 22 \end{cases}$

$\rightarrow$ 22 und 31

A.4.3) $x + \frac{1}{x} = \frac{221}{70} \longrightarrow x^2 - \frac{221}{70}x + 1 = 0$

$D = \left(\frac{221}{70}\right)^2 - 4 = \frac{29'241}{70^2} = \left(\frac{171}{70}\right)^2$

$\rightarrow x = \frac{\frac{221}{70} \pm \frac{171}{70}}{2} = \begin{cases} x_1 = 14/5 = 2.8 \\ x_2 = 5/14 \end{cases}$

A.4.4) $\frac{x}{x+4} - \frac{x-4}{x} = \frac{1}{6}$

$HN = x \cdot (x+4) \longrightarrow \frac{x^2}{x \cdot (x+4)} - \frac{x^2-16}{x(x+4)} = \frac{(1/6)x \cdot (x+4)}{x \cdot (x+4)}$

$\rightarrow 16 = (1/6)x(x+4) \rightarrow x^2 + 4x - 96 = 0$

a	1
b	4
c	-96

$D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot (-96) = 400 = 20^2 \rightarrow$

$x = \frac{-4 \pm 20}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x_1 = 8 & \leftarrow \oplus \\ x_2 = -12 & \leftarrow \ominus \end{cases}$

1. Lösung: $\frac{8}{12}$

2. Lösung: $\frac{-12}{-8}$

B.1.1) a) $y = x^2 - 12x + 5 = 0 \rightarrow D = 144 - 4 \cdot 5 = 124$

$x = \frac{12 \pm \sqrt{124}}{2} = 6 \pm \sqrt{31} \begin{cases} x_1 = 11.568 \\ x_2 = 0.432 \end{cases}$

b) $x = (12 \pm 0)/8 \rightarrow x_1 = x_2 = 3/2$

Keine einfachen Nullstellen. Parabel berührt x-Achse an der Stelle $x = 3/2$

c) $x = \frac{1 \pm \sqrt{-7}}{4} \rightarrow$ keine Nullstelle

B.2.1a) $p_2: y + 4 = 2(x-3)^2 - 3(x-3) + 5 \quad | -4$

$y = 2(x^2 - 6x + 9) - 3x + 10$

$p_2: y = 2x^2 - 15x + 28$

b) $p_2: y - 2 = 2(x+5)^2 - 3(x+5) + 5 \quad | +2$

$y = 2(x^2 + 10x + 25) - 3x - 8$

$p_2: y = 2x^2 + 17x + 42$

B.3.1a) $x_S = -b/(2a) = 4/(2 \cdot 2) = 1$
$y_S = c - b^2/(4a) = 5 - 16/8 = 3$ $\Big\} S\binom{1}{3}$

b) $x_S = -b/(2a) = 6/2 = 3$
$y_S = c - b^2/(4a) = 7 - 36/4 = -2$ $\Big\} S\binom{3}{-2}$

c) $x_S = -b/(2a) = 2/6 = 1/3$
$y_S = c - b^2/(4a) = 5 - 4/12 = 14/3$ $\Big\} S\binom{1/3}{14/3}$

B.4.1a) $p: y = a(x-2)^2 - 3$, $P\binom{4}{1} \in p: 1 = a(4-2)^2 - 3$
$= 4a - 3 \rightarrow a = 1 \rightarrow p: y = (x-2)^2 - 3 \rightarrow$
$p: y = x^2 - 4x + 1$

b) $p: y = a(x-1)^2 - 4$, $P\binom{4}{14} \in p: 14 = a \cdot (4-1)^2 - 4 \rightarrow$
$9a = 18 \rightarrow a = 2 \rightarrow p: y = 2(x-1)^2 - 4 \rightarrow$
$p: y = 2x^2 - 4x - 2$

c) $p: y = a(x+3)^2 + 2$, $P\binom{1}{-6} \in p: -6 = a(1+3)^2 + 2 \rightarrow$
$16a = -8 \rightarrow a = -1/2 \rightarrow p: y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 + 2 \rightarrow$
$p: y = -\frac{x^2}{2} - 3x - \frac{5}{2}$

B.4.2) $p: y = a(x-2)^2 + 10$, $P\binom{0}{2} \in p: 2 = a(0-2)^2 + 10$

$\rightarrow 4a = -8 \rightarrow a = -2 \rightarrow p: y = -2(x-2)^2 + 10$

$= -2(x^2 - 4x + 4) + 10 \rightarrow \underline{\underline{p: y = -2x^2 + 8x + 2}}$

B.4.3) $p_1: y = a(x-3)^2 - 18$, $O\binom{0}{0} \in p: 0 = a \cdot (0-3)^2 - 18 =$

$9a - 18 = 9(a-2) = 0 \rightarrow a = 2$

$S_1\binom{3}{-18}$ und $S_2\binom{5}{0} \rightarrow$ 2 nach rechts
18 nach oben

$p_1: y = 2(x-3)^2 - 18$

$\downarrow y-18 \quad \downarrow x-2$

$p_2: y - 18 = 2(x-2-3)^2 - 18 = 2(x-5)^2 - 18 \quad | +18$

$p_2: y = 2(x-5)^2 = 2(x^2 - 10x + 25)$

$\underline{\underline{p_2: y = 2x^2 - 20x + 50}}$

B.5.1a) $\left| \begin{array}{l} p: y = 2x^2 - 3x + 1 \\ g: y = x + 1 \end{array} \right| \rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = x + 1$

$2x^2 - 4x = 2x(x-2) = 0$

$x_1 = 0 \rightarrow y_1 = x_1 + 1 = 1 \rightarrow S_1\binom{0}{1}$

$x_2 = 2 \rightarrow y_2 = x_2 + 1 = 3 \rightarrow S_2\binom{2}{3}$

2 Schnittpunkte

b) $\left| \begin{array}{l} p: x^2 - 2x = y \\ g: y = 6x - 15 \end{array} \right| \rightarrow x^2 - 2x = 6x - 15$

$x^2 - 8x + 15 = (x-5) \cdot (x-3) = 0$

$x_1 = 3 \rightarrow y_1 = 3^2 - 2 \cdot 3 = 3 \rightarrow S_1\binom{3}{3}$

$x_2 = 5 \rightarrow y_2 = 5^2 - 2 \cdot 5 = 15 \rightarrow S_2\binom{5}{15}$

2 Schnittpunkte

c) $\left| \begin{array}{l} p: y = x^2 + 3x \\ g: y = x - 10 \end{array} \right| \rightarrow x^2 + 3x = x - 10 \rightarrow x^2 + 2x + 10 = 0$

$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = -36 < 0$

$\rightarrow$ <u>keine Schnittpunkte</u>

B.5.2) $\left| \begin{array}{l} p: y = x^2 + 49 \\ g: y = mx \end{array} \right|$ $x^2 + 49 = mx$

$x^2 - mx + 49 = 0$

$D = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49 = m^2 - 196 = m^2 - 14^2$

$\rightarrow m = \pm 14$

a) Wenn $m > 14$ od. $m < -14$

b) " $m = 14$ od. $m = -14$

c) " $-14 < m < 14$

B.6.1) a) $\left| \begin{array}{l} p_1: y = x^2 - 5x + 2 \\ p_2: y = x^2 - 3x + 4 \end{array} \right|$ $x^2 - 5x + 2 = x^2 - 3x + 4$

$-2x = 2 \rightarrow x = -1$

$y = +1 + 3 + 4 = 8$

$\rightarrow \underline{\underline{S\begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix}}}$

b) $\left| \begin{array}{l} p_1: 2x^2 - 7x + 3 = y \\ p_2: x^2 - 2x - 3 = y \end{array} \right|$ $2x^2 - 7x + 3 = x^2 - 2x - 3$

$x^2 - 5x + 6 = (x-3) \cdot (x-2)$

$= 0 \rightarrow x_1 = 2, y_1 = 4 - 4 - 3$

$\underline{\underline{S_1\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}}}$

$x_2 = 3, y_2 = 9 - 6 - 3 = 0$

$\rightarrow \underline{\underline{S_2\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}}}$

c) $\left| \begin{array}{l} p_1: y = 2x^2 - x + 11 \\ p_2: y = 3x^2 + 9 \end{array} \right|$ $3x^2 + 9 = 2x^2 - x + 11$

$x^2 + x - 2 = (x-1) \cdot (x+2) = 0$

$x_1 = 1 \rightarrow y_1 = 3 + 9 = 12 \rightarrow S_1\begin{pmatrix} 1 \\ 12 \end{pmatrix}$

$x_2 = -2 \rightarrow y_2 = 12 + 9 = 21 \rightarrow \underline{\underline{S_2\begin{pmatrix} -2 \\ 21 \end{pmatrix}}}$

B.6.2) $p_1 \cap p_2$: $2x^2 + qx - 5 = x^2 + x - 9$

$x^2 + (q-1)x + 4 = 0$

$D = (q-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = (q-1)^2 - 4^2 = 0 \rightarrow q = 1 \pm 4$

$\oplus \rightarrow \underline{\underline{q_1 = 5}}$ $\ominus \rightarrow \underline{\underline{q_2 = -3}}$

B.7.1) Nullstellen: $x_1 = 2$. Wegen Symmetrie

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = x_S = 5 \rightarrow x_2 = 2 \cdot 5 - x_1 = 8 \rightarrow$$

$$p: y = a \cdot (x-8) \cdot (x-2)$$

$$S\binom{5}{-9} \in p: -9 = a \cdot (5-8) \cdot (5-2) = -9a \;\big|\; :(-9)$$

$$\rightarrow a = 1 \rightarrow \underline{\underline{p: y = (x-8) \cdot (x-2)}}$$

B.7.2) $3 \cdot (x-1) \cdot (x+3)$

$$\rightarrow x_1 = -3$$

$$\rightarrow x_2 = 1$$

$$x_S = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-3+1}{2} = -1$$

$$y_S = y(1) = 3 \cdot (-1-1) \cdot (-1+3) = -12 \rightarrow \underline{\underline{S\binom{-1}{-12}}}$$

B.7.3) a)

a	6
b	-17
c	5

$$D = 17^2 - 4 \cdot 6 \cdot 5 = 169 = 13^2$$

$$x = \frac{17 \pm 13}{2 \cdot 6} \begin{cases} x_1 = 5/2 \leftarrow \oplus \\ x_2 = 1/3 \leftarrow \ominus \end{cases}$$

$$p: y = a \cdot (x - 5/2) \cdot (x - 1/3)$$

$$y(0) = 6 \cdot 0 - 17 \cdot 0 + 5$$

$$= a \cdot (-5/2) \cdot (-1/3) = +5/6\, a = 5$$

$$\rightarrow a = 6 \rightarrow \underline{\underline{p: y = 6(x - 5/2) \cdot (x - 1/3)}}$$

b) $2(x-3)^2 = 50 \rightarrow (x-3)^2 = 25 = 5^2$

$\rightarrow x = 3 \pm 5$, $x_1 = 8$ und $x_2 = -2 \rightarrow$

$p: y = a(x-8)(x+2)$, $y(0) = 2 \cdot (0-3)^2 - 50$

$= -32 = a \cdot (-8) \cdot 2 = -16a \rightarrow a = 2 \rightarrow$

$$\underline{\underline{p: y = 2(x-8) \cdot (x+2)}}$$

B.8.1) $S\begin{pmatrix} -b/(2a) \\ c-b^2/(4a) \end{pmatrix} \rightarrow S\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

a	b	c
2	-8	15

a) $\underline{\underline{p_2: y = 2\cdot(x-4)^2+10}} \leftarrow S_2\begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$

b) $\underline{\underline{p_2: y = 2\cdot(x+1)^2+12}} \leftarrow S_2\begin{pmatrix} -1 \\ 12 \end{pmatrix}$

c) $\underline{\underline{p_2: y = 2\cdot(x+2)^2+4}} \leftarrow S_2\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

B.8.2) $S\begin{pmatrix} -b/(2a) \\ c-b^2/(4a) \end{pmatrix}$

p_2:

a	b	c
2	4	-2

$S_2\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$

p_1:

a	b	c
2	-8	5

$S_1\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\underline{\underline{\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}}}$

<u>3 Einheiten nach links</u> und <u>eine Einheit nach unten</u>

B.8.3) $p_1: y = x^2 - 4x$

a	b	c
1	-4	0

$S\begin{pmatrix} -b/(2a) \\ c-b^2/(4a) \end{pmatrix}$

$S\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \rightarrow p_1: y = (x-2)^2 - 4 \rightarrow p_2: y = (x-c)^2 - 4$

$P\begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix} \in p_2: \; 5 = (6-c)^2 - 4 \rightarrow (6-c)^2 = 9 \rightarrow$

$6 - c = \pm 3 \rightarrow c = 6 \mp 3 \rightarrow c_1 = 9$ und $c_2 = 3$

Zwei Lösungen: $p_{21}: y = (x-3)^2 - 4$ und

$p_{22}: y = (x-9)^2 - 4$

$p_{21}: y = x^2 - 6x + 5$

$\underline{\underline{p_{22}: y = x^2 - 18x + 77}}$

B.9.1) $p: y = x^2 + bx + c.$

$A\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix} \in p: \; 7 = 9 + 3b + c \rightarrow c = -2 - 3b$

$B\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \in p: \; 4 = 36 + 6b + c \rightarrow c = -32 - 6b$

$6b + 32 = 3b + 2 \rightarrow 3b = -30 \xrightarrow{:3} b = -10$

$c = -2 - 3b = 28 \rightarrow \underline{\underline{p: y = x^2 - 10x + 28}}$

B.9.2a) $p: y = (x - x_0)^2$, $A\binom{5}{9} \in p: 9 = (5 - x_0)^2 \rightarrow$

$5 - x_0 = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \rightarrow x_0 = 5 \mp 3$

Zwei Lösungen: $x_{01} = 8 \leftarrow \oplus$

$x_{02} = 2 \leftarrow \ominus$

Antw.: Um 2 Einheiten nach rechts oder um 8 Einheiten nach rechts.

b) $p: y = x^2 + y_0$, $B\binom{4}{7} \in p: 7 = 4^2 + y_0 \xrightarrow{-16} y_0 = -9$

Antw.: Um 9 Einheiten nach unten.

B.9.3) $p: y = (x - x_0)^2 + y_0$, wobei $y_0 = 0 \rightarrow p: y = (x - x_0)^2$

$A\binom{0}{12.25} \in p: 12.25 = (0 - x_0)^2 = x_0^2 \longrightarrow$

$x_0 = \pm\sqrt{12.25} = \pm 3.5$

Zwei Lösungen: $p_1: y = x^2 + 7x + 12.25$

$p_2: y = x^2 - 7x + 12.25$

Quadratische Funktionen

Formelblatt

$$p: y = ax^2 + bx + c$$

Nullstellen: $y = 0 = ax^2 + bx + c \rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Faktorisierte Form: $y = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

Scheitelpunkt: $p: y = ax^2 + bx + c$, $S\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$

$$S\begin{pmatrix} -b/(2a) \\ c - \dfrac{b^2}{4a} \end{pmatrix}, \quad x_0 = \frac{-b}{2a} \qquad y_0 = c - \frac{b^2}{4a}$$

Scheitelpunktform: $p: y = a \cdot (x - x_0)^2 + y_0$

Schnittpunkt mit Geraden:

Die Gerade sei gegeben in Normalform: $g: y = m \cdot x + q$

$$g \cap p: \underbrace{ax^2 + bx + c = mx + q}_{\text{quadratische Gleichung in } x}$$

Auflösen ergibt x-Koordinaten der Schnittpunkte.

$D > 0 \rightarrow$ Sekante (2 Lösungen)

$D = 0 \rightarrow$ Tangente (1 Lösung)

$D < 0 \rightarrow$ Passante (keine Lösung)