Musterprüfung 1 – IT3

Themen: A. Arcusfunktionen
B. Berechnung von rechtwinkligen Dreiecken
C. Sinussatz und Cosinussatz

A.1) Berechne Winkel α im Bereich $0 \leq \alpha \leq 180°$ für welche

a) $\sin\alpha = 1/2$
b) $\sin\alpha = \sqrt{1/2}$
c) $\sin\alpha = \sqrt{3/4}$
d) $\sin\alpha = 0.6$
e) $\cos\alpha = 1/2$
f) $\cos\alpha = -1/2$
g) $\cos\alpha = 1/3$
h) $\cos\alpha = -2/3$

B.1) Berechne die Kathete b eines rechtwinkligen Dreiecks, wenn $a = 5$ und $\beta = 42°$.

B.2) Berechne die Winkel α und β im rechtwinkligen Dreieck mit $a = 3$ und $b = 4$.

B.3) Berechne den Schnittwinkel der Diagonalen eines 17 cm langen und 11 cm breiten Rechtecks.

B.4) Berechne die Basiswinkel $\alpha = \beta$ eines gleichschenkligen Dreiecks mit einer 13 cm langen Grundlinie und 11 cm langen Schenkeln.

B.5) Wie hoch ist ein gleichschenkliges Dreieck mit einer 14 cm langen Grundlinie und Basiswinkeln $\alpha = \beta = 52°$?

B.6) Berechne die Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit $\alpha = 34°$ und $h_c = 7$.

C.1) Berechne die fehlenden Seiten eines Dreiecks mit $a=5$, $\alpha=35°$ und $\beta=47°$.

C.2) Berechne die Seite c des Dreiecks mit $a=6$, $b=7$ und $\gamma=40°$.

C.3) Berechne die fehlenden Winkel eines Dreiecks mit $\alpha=30°$,
a) $a=3$ und $c=5$
b) $a=6$ und $c=5$

C.4) Berechne den Winkel γ eines Dreiecks mit $a=6$, $b=7$ und $c=11$.

C.5) Für ein Dreieck mit $\alpha=70°$ und $a=10$ gilt $c=2b$. Berechne die Längen der Seiten b und c.

Lösungen:

a) $\alpha_1=\arcsin 1/2=\underline{\underline{30°}}$, $\alpha_2=180°-\alpha_1=\underline{\underline{150°}}$

b) $\alpha_1=\arcsin\sqrt{1/2}=\underline{\underline{45°}}$, $\alpha_2=180°-\alpha_1=\underline{\underline{135°}}$

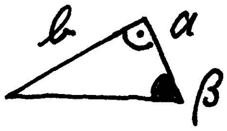
c) $\alpha_1=\arcsin\sqrt{3}/2=60°$, $\alpha_2=180°-\alpha_1=\underline{\underline{120°}}$

d) $\alpha_1=\arcsin 0.6=\underline{\underline{36.87°}}$, $\alpha_2=180°-\alpha_1=\underline{\underline{143.13°}}$

e) $\alpha=\arccos 1/2=\underline{\underline{60°}}$

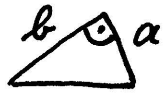
f) $\alpha=\arccos(-1/2)=\underline{\underline{120°}}$

g) $\alpha=\arccos(-2/3)=\underline{\underline{131.81°}}$

B.1) 

$\tan\beta=b/a \to b=a\cdot\tan\beta$

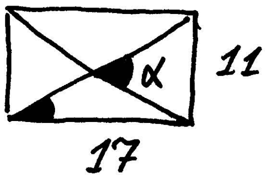
$b=5\cdot\tan 42°=\underline{\underline{4.50}}$

B.2) 

$\tan\alpha=\frac{a}{b}=\frac{3}{4} \to \alpha=\arctan 3/4=\underline{\underline{36.87°}}$

$\beta=90°-\alpha=\underline{\underline{53.13°}}$

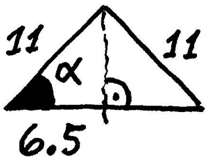
B.3)



$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{11}{17} \rightarrow \alpha = 2\arctan\frac{11}{17}$

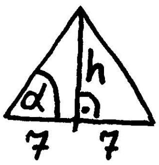
$\underline{\underline{\alpha = 65.81°}}$

B.4)



$\alpha = \arccos(6.5/11) = \underline{\underline{53.78°}}$

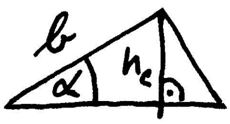
B.5)



$\tan\alpha = h/7 \rightarrow h = 7 \cdot \tan 52°$

$\underline{\underline{h = 8.96\,cm}}$

B.6)



$\sin\alpha = h_c / b \rightarrow b = h_c / \sin\alpha$

$\cos\alpha = b/c \rightarrow c = b/\cos\alpha$

$= \frac{h_c}{\sin\alpha} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{h_c}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha} = \frac{7}{\sin 34° \cos 34°}$

$\underline{\underline{c = 15.10}}$

C.1) $\frac{b}{\sin\beta} = \frac{a}{\sin\alpha} \rightarrow b = a \cdot \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = 5 \cdot \frac{\sin 47°}{\sin 35°}$

$\underline{\underline{b = 6.38}}$, $\gamma = 180° - \alpha - \beta = 98°$

$\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{a}{\sin\alpha} \rightarrow c = a \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = 5 \cdot \frac{\sin 98°}{\sin 35°} = \underline{\underline{8.63}}$

C.2) $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma} =$

$\sqrt{6^2 + 7^2 - 2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \cos 40°} = \underline{\underline{4.54}}$

C.3) $\frac{\sin\gamma}{c} = \frac{\sin\alpha}{a} \rightarrow \gamma = \arcsin\left(\frac{c}{a} \cdot \sin\alpha\right)$

a) $\gamma = \arcsin\left(\frac{5}{3} \cdot \sin 30°\right) = \arcsin(5/6)$

$\underline{\underline{\gamma_1 = 56.44°}}$, $\gamma_2 = 180° - \gamma_1 = \underline{\underline{123.56°}}$

$\beta_1 = 180° - \alpha - \gamma_1 = 180° - 30° - 56.44° = 93.56°$

$\beta_2 = 180° - \alpha - \gamma_2 = \gamma_1 - \alpha = 56.44° - 30° = \underline{\underline{26.44°}}$

b) $\gamma = \arcsin\left(\frac{5}{6} \cdot \sin 30^\circ\right) = \arcsin(5/12)$

$\underline{\underline{\gamma_1 = 24.62^\circ}}$, $\gamma_2 = 180^\circ - \gamma_1 = 155.38^\circ$ geht nicht

Mit $\gamma_2 = 155.38^\circ$ wäre $\alpha + \beta > 180^\circ$

$\beta_1 = 180^\circ - \alpha - \gamma_1 = 180^\circ - 30^\circ - 24.62^\circ = \underline{\underline{125.38^\circ}}$

C.4) $a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma = c^2 \rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}\right)$

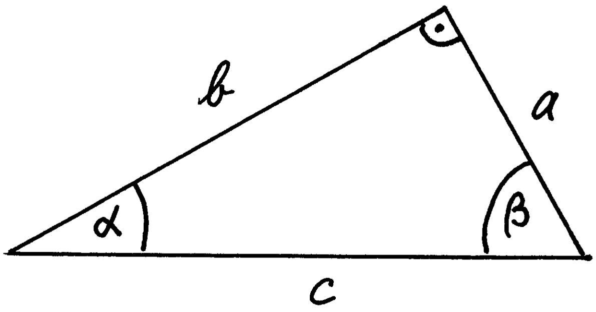
$= \arccos\left(\frac{6^2 + 7^2 - 11^2}{2 \cdot 6 \cdot 7}\right) = \arccos(-3/7) = \underline{\underline{115.38^\circ}}$

C.5) $a^2 = b^2 + (2b)^2 - 2b \cdot (2b) \cdot \cos\alpha$

$= b^2\left[1 + 4 - 4\cos\alpha\right] = b^2\left[5 - 4\cos\alpha\right]$

$\rightarrow b = \frac{a}{\sqrt{5 - 4\cos\alpha}} = \frac{10}{\sqrt{5 - 4\cos 70^\circ}} = \underline{\underline{5.25}}$

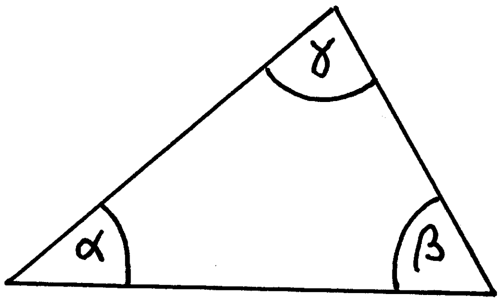
Formeln



$\tan\alpha = \frac{a}{b}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\tan\beta = \frac{b}{a}$ $\sin\beta = \frac{b}{c}$ $\cos\beta = \frac{a}{c}$

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Sinussatz: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

Cosinussatz: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$