

Die Normalverteilung

Die **Wahrscheinlichkeitsdichte** der Normalverteilung ist wie folgt definiert:

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}$$

und für die **Verteilungsfunktion** gilt folgendes:

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-y^2/2} dy$$

Es gilt

$$\Phi(0) = \frac{1}{2}, \quad \Phi(-u) = 1 - \Phi(u) \quad \text{und} \quad \Phi(u) - \Phi(-u) = 2\Phi(u) - 1$$

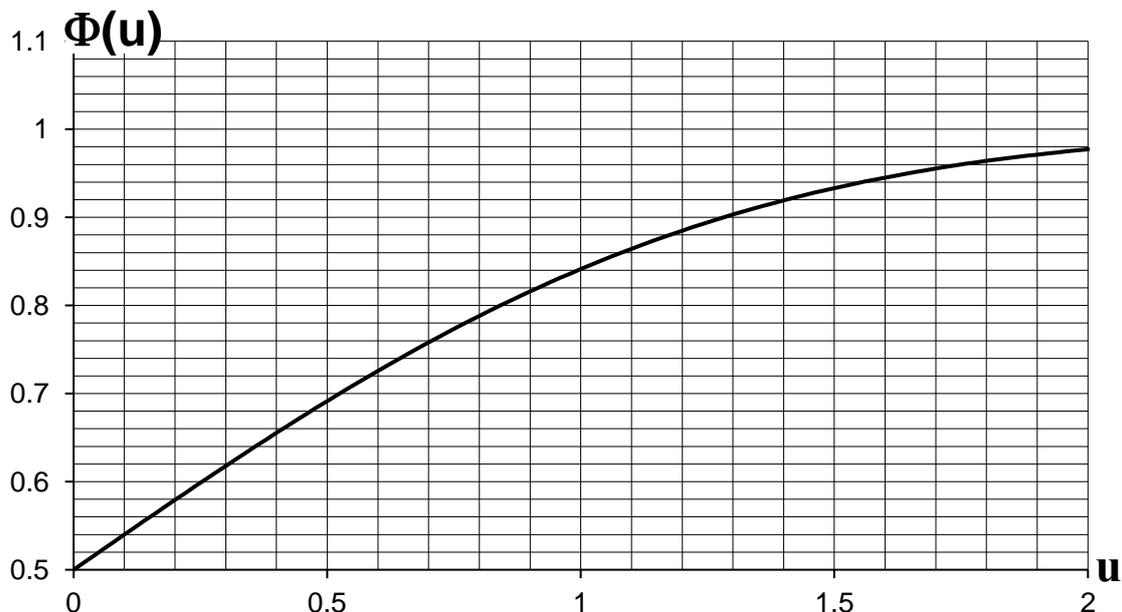
Aus Messwerten x mit einem Erwartungswert μ und einer Standardabweichung σ erhält man die **standardisierte Zufallsvariable** u wie folgt:

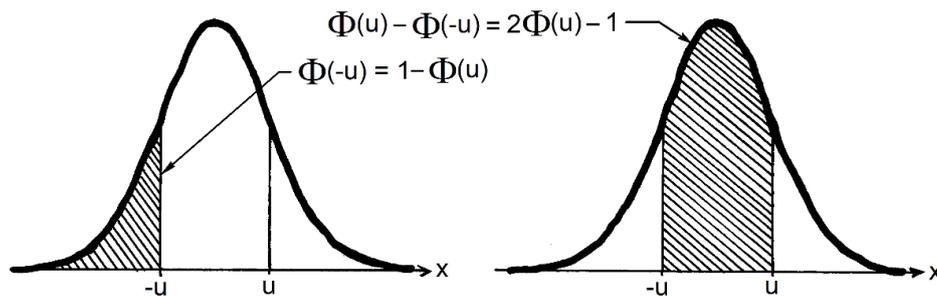
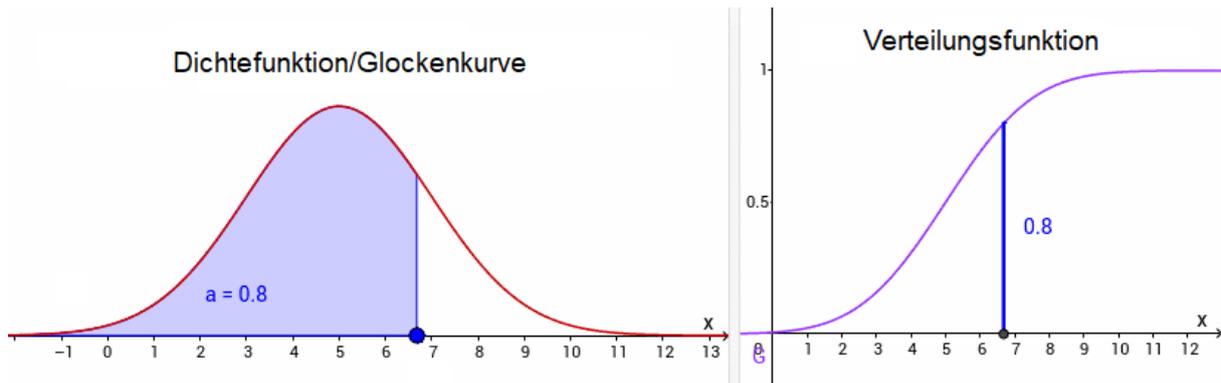
$$u = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (\text{Standardisierung!})$$

$$x = u\sigma + \mu$$

Bei der Standardisierung wird eine beliebige Normalverteilung auf die Standardnormalverteilung abgebildet.

Verteilungsfunktion ($\Phi(u)$):





Parameter für Stichproben:

Erwartungswert $\mu \rightarrow$ arithmetisches Mittel (\bar{x}):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j$$

Varianz $\sigma^2 \rightarrow$ empirische Varianz (s^2):

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n [x_j - \bar{x}]^2 = \frac{1}{n-1} \left(\left(\sum_{j=1}^n x_j^2 \right) - n(\bar{x})^2 \right)$$

Standardabweichung $\sigma \rightarrow$ empirische Standardabweichung (s):

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n [x_j - \bar{x}]^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\left(\sum_{j=1}^n x_j^2 \right) - n(\bar{x})^2 \right)}$$

Berechnung von μ und σ , wenn u_1 und u_2 (aus Prozenten) und x_1 und x_2 gegeben sind:

$$\sigma = \frac{x_1 - x_2}{u_1 - u_2} \quad \text{und} \quad \mu = \frac{x_2 u_1 - x_1 u_2}{u_1 - u_2}$$

u	f(u)	$\Phi(u)$									
0.02	0.39886	0.50798	1.02	0.23713	0.84614	2.02	0.05186	0.97831	3.02	0.00417	0.99874
0.04	0.39862	0.51595	1.04	0.2323	0.85083	2.04	0.0498	0.97932	3.04	0.00393	0.99882
0.06	0.39822	0.52392	1.06	0.22747	0.85543	2.06	0.0478	0.9803	3.06	0.0037	0.99889
0.08	0.39767	0.53188	1.08	0.22265	0.85993	2.08	0.04586	0.98124	3.08	0.00348	0.99896
0.1	0.39695	0.53983	1.1	0.21785	0.86433	2.1	0.04398	0.98214	3.1	0.00327	0.99903
0.12	0.39608	0.54776	1.12	0.21307	0.86864	2.12	0.04217	0.983	3.12	0.00307	0.9991
0.14	0.39505	0.55567	1.14	0.20831	0.87286	2.14	0.04041	0.98382	3.14	0.00288	0.99916
0.16	0.39387	0.56356	1.16	0.20357	0.87698	2.16	0.03871	0.98461	3.16	0.00271	0.99921
0.18	0.39253	0.57142	1.18	0.19886	0.881	2.18	0.03706	0.98537	3.18	0.00254	0.99926
0.2	0.39104	0.57926	1.2	0.19419	0.88493	2.2	0.03547	0.9861	3.2	0.00238	0.99931
0.22	0.3894	0.58706	1.22	0.18954	0.88877	2.22	0.03394	0.98679	3.22	0.00224	0.99936
0.24	0.38762	0.59483	1.24	0.18494	0.89251	2.24	0.03246	0.98745	3.24	0.0021	0.9994
0.26	0.38568	0.60257	1.26	0.18037	0.89617	2.26	0.03103	0.98809	3.26	0.00196	0.99944
0.28	0.38361	0.61026	1.28	0.17585	0.89973	2.28	0.02965	0.9887	3.28	0.00184	0.99948
0.3	0.38139	0.61791	1.3	0.17137	0.9032	2.3	0.02833	0.98928	3.3	0.00172	0.99952
0.32	0.37903	0.62552	1.32	0.16694	0.90658	2.32	0.02705	0.98983	3.32	0.00161	0.99955
0.34	0.37654	0.63307	1.34	0.16256	0.90988	2.34	0.02582	0.99036	3.34	0.00151	0.99958
0.36	0.37391	0.64058	1.36	0.15822	0.91308	2.36	0.02463	0.99086	3.36	0.00141	0.99961
0.38	0.37115	0.64803	1.38	0.15395	0.91621	2.38	0.02349	0.99134	3.38	0.00132	0.99964
0.4	0.36827	0.65542	1.4	0.14973	0.91924	2.4	0.02239	0.9918	3.4	0.00123	0.99966
0.42	0.36526	0.66276	1.42	0.14556	0.9222	2.42	0.02134	0.99224	3.42	0.00115	0.99969
0.44	0.36213	0.67003	1.44	0.14146	0.92507	2.44	0.02033	0.99266	3.44	0.00107	0.99971
0.46	0.35889	0.67724	1.46	0.13742	0.92785	2.46	0.01936	0.99305	3.46	0.001	0.99973
0.48	0.35553	0.68439	1.48	0.13344	0.93056	2.48	0.01842	0.99343	3.48	0.00094	0.99975
0.5	0.35207	0.69146	1.5	0.12952	0.93319	2.5	0.01753	0.99379	3.5	0.00087	0.99977
0.52	0.34849	0.69847	1.52	0.12566	0.93574	2.52	0.01667	0.99413	3.52	0.00081	0.99978
0.54	0.34482	0.7054	1.54	0.12188	0.93822	2.54	0.01585	0.99446	3.54	0.00076	0.9998
0.56	0.34105	0.71226	1.56	0.11816	0.94062	2.56	0.01506	0.99477	3.56	0.00071	0.99981
0.58	0.33718	0.71904	1.58	0.1145	0.94295	2.58	0.01431	0.99506	3.58	0.00066	0.99983
0.6	0.33322	0.72575	1.6	0.11092	0.9452	2.6	0.01358	0.99534	3.6	0.00061	0.99984
0.62	0.32918	0.73237	1.62	0.10741	0.94738	2.62	0.01289	0.9956	3.62	0.00057	0.99985
0.64	0.32506	0.73891	1.64	0.10396	0.9495	2.64	0.01223	0.99585	3.64	0.00053	0.99986
0.66	0.32086	0.74537	1.66	0.10059	0.95154	2.66	0.0116	0.99609	3.66	0.00049	0.99987
0.68	0.31659	0.75175	1.68	0.09728	0.95352	2.68	0.011	0.99632	3.68	0.00046	0.99988
0.7	0.31225	0.75804	1.7	0.09405	0.95543	2.7	0.01042	0.99653	3.7	0.00042	0.99989
0.72	0.30785	0.76424	1.72	0.09089	0.95728	2.72	0.00987	0.99674	3.72	0.00039	0.9999
0.74	0.30339	0.77035	1.74	0.0878	0.95907	2.74	0.00935	0.99693	3.74	0.00037	0.99991
0.76	0.29887	0.77637	1.76	0.08478	0.9608	2.76	0.00885	0.99711	3.76	0.00034	0.99992
0.78	0.29431	0.7823	1.78	0.08183	0.96246	2.78	0.00837	0.99728	3.78	0.00031	0.99992
0.8	0.28969	0.78814	1.8	0.07895	0.96407	2.8	0.00792	0.99744	3.8	0.00029	0.99993
0.82	0.28504	0.79389	1.82	0.07614	0.96562	2.82	0.00748	0.9976	3.82	0.00027	0.99993
0.84	0.28034	0.79955	1.84	0.07341	0.96712	2.84	0.00707	0.99774	3.84	0.00025	0.99994
0.86	0.27562	0.80511	1.86	0.07074	0.96856	2.86	0.00668	0.99788	3.86	0.00023	0.99994
0.88	0.27086	0.81057	1.88	0.06814	0.96995	2.88	0.00631	0.99801	3.88	0.00021	0.99995
0.9	0.26609	0.81594	1.9	0.06562	0.97128	2.9	0.00595	0.99813	3.9	0.0002	0.99995
0.92	0.26129	0.82121	1.92	0.06316	0.97257	2.92	0.00562	0.99825	3.92	0.00018	0.99996
0.94	0.25647	0.82639	1.94	0.06077	0.97381	2.94	0.0053	0.99836	3.94	0.00017	0.99996
0.96	0.25164	0.83147	1.96	0.05844	0.975	2.96	0.00499	0.99846	3.96	0.00016	0.99996
0.98	0.24681	0.83646	1.98	0.05618	0.97615	2.98	0.0047	0.99856	3.98	0.00014	0.99997
1	0.24197	0.84134	2	0.05399	0.97725	3	0.00443	0.99865	4	0.00013	0.99997

$\Phi(u)$	u								
0.5	0	0.6	0.25335	0.7	0.5244	0.8	0.84162	0.9	1.28155
0.502	0.00501	0.602	0.25853	0.702	0.53016	0.802	0.84879	0.902	1.29303
0.504	0.01003	0.604	0.26371	0.704	0.53594	0.804	0.856	0.904	1.30469
0.506	0.01504	0.606	0.26891	0.706	0.54174	0.806	0.86325	0.906	1.31652
0.508	0.02006	0.608	0.27411	0.708	0.54755	0.808	0.87055	0.908	1.32854
0.51	0.02507	0.61	0.27932	0.71	0.55339	0.81	0.8779	0.91	1.34076
0.512	0.03008	0.612	0.28454	0.712	0.55924	0.812	0.88529	0.912	1.35317
0.514	0.0351	0.614	0.28976	0.714	0.56511	0.814	0.89273	0.914	1.36581
0.516	0.04012	0.616	0.29499	0.716	0.571	0.816	0.90023	0.916	1.37866
0.518	0.04514	0.618	0.30023	0.718	0.57691	0.818	0.90777	0.918	1.39174
0.52	0.05015	0.62	0.30548	0.72	0.58284	0.82	0.91537	0.92	1.40507
0.522	0.05517	0.622	0.31074	0.722	0.58879	0.822	0.92301	0.922	1.41865
0.524	0.0602	0.624	0.316	0.724	0.59477	0.824	0.93072	0.924	1.4325
0.526	0.06522	0.626	0.32128	0.726	0.60076	0.826	0.93848	0.926	1.44663
0.528	0.07024	0.628	0.32656	0.728	0.60678	0.828	0.94629	0.928	1.46106
0.53	0.07527	0.63	0.33185	0.73	0.61281	0.83	0.95417	0.93	1.47579
0.532	0.0803	0.632	0.33716	0.732	0.61887	0.832	0.9621	0.932	1.49085
0.534	0.08533	0.634	0.34247	0.734	0.62496	0.834	0.97009	0.934	1.50626
0.536	0.09036	0.636	0.34779	0.736	0.63106	0.836	0.97815	0.936	1.52204
0.538	0.0954	0.638	0.35312	0.738	0.63719	0.838	0.98627	0.938	1.5382
0.54	0.10043	0.64	0.35846	0.74	0.64335	0.84	0.99446	0.94	1.55477
0.542	0.10547	0.642	0.36381	0.742	0.64952	0.842	1.00271	0.942	1.57179
0.544	0.11052	0.644	0.36917	0.744	0.65573	0.844	1.01103	0.944	1.58927
0.546	0.11556	0.646	0.37454	0.746	0.66195	0.846	1.01943	0.946	1.60725
0.548	0.12061	0.648	0.37993	0.748	0.66821	0.848	1.02789	0.948	1.62576
0.55	0.12566	0.65	0.38532	0.75	0.67449	0.85	1.03643	0.95	1.64485
0.552	0.13072	0.652	0.39073	0.752	0.6808	0.852	1.04505	0.952	1.66456
0.554	0.13577	0.654	0.39614	0.754	0.68713	0.854	1.05374	0.954	1.68494
0.556	0.14084	0.656	0.40157	0.756	0.69349	0.856	1.06252	0.956	1.70604
0.558	0.1459	0.658	0.40701	0.758	0.69988	0.858	1.07138	0.958	1.72793
0.56	0.15097	0.66	0.41246	0.76	0.7063	0.86	1.08032	0.96	1.75069
0.562	0.15604	0.662	0.41793	0.762	0.71275	0.862	1.08935	0.962	1.77438
0.564	0.16112	0.664	0.4234	0.764	0.71923	0.864	1.09847	0.964	1.79912
0.566	0.1662	0.666	0.42889	0.766	0.72574	0.866	1.10768	0.966	1.82501
0.568	0.17129	0.668	0.4344	0.768	0.73228	0.868	1.11699	0.968	1.85218
0.57	0.17638	0.67	0.43991	0.77	0.73885	0.87	1.12639	0.97	1.88079
0.572	0.18147	0.672	0.44544	0.772	0.74545	0.872	1.1359	0.972	1.91103
0.574	0.18657	0.674	0.45099	0.774	0.75209	0.874	1.14551	0.974	1.94313
0.576	0.19167	0.676	0.45654	0.776	0.75875	0.876	1.15522	0.976	1.97737
0.578	0.19678	0.678	0.46211	0.778	0.76546	0.878	1.16505	0.978	2.01409
0.58	0.20189	0.68	0.4677	0.78	0.77219	0.88	1.17499	0.98	2.05375
0.582	0.20701	0.682	0.4733	0.782	0.77897	0.882	1.18504	0.982	2.09693
0.584	0.21214	0.684	0.47891	0.784	0.78577	0.884	1.19522	0.984	2.14441
0.586	0.21727	0.686	0.48454	0.786	0.79262	0.886	1.20553	0.986	2.19729
0.588	0.2224	0.688	0.49019	0.788	0.7995	0.888	1.21596	0.988	2.25713
0.59	0.22755	0.69	0.49585	0.79	0.80642	0.89	1.22653	0.99	2.32635
0.592	0.23269	0.692	0.50153	0.792	0.81338	0.892	1.23723	0.992	2.40892
0.594	0.23785	0.694	0.50722	0.794	0.82038	0.894	1.24809	0.994	2.51215
0.596	0.24301	0.696	0.51293	0.796	0.82742	0.896	1.25908	0.996	2.65207
0.598	0.24817	0.698	0.51866	0.798	0.8345	0.898	1.27024	0.998	2.87817

Aufgabe IS-NV-1: Für eine Stichprobe aus einer normalverteilten Messgrösse wie folgt: {14,16,10,17,13,15,16,14,10,15} bestimme folgendes:

- a) Das arithmetische Mittel.
- b) Die Varianz
- c) Die Standardabweichung.

Aufgabe IS-NV-2: Für eine Stichprobe aus einer normalverteilten Messgrösse wie folgt: {13,17,12,15,14,16,15,18,17,13,15} bestimme folgendes:

- a) Das arithmetische Mittel.
- b) Die Varianz
- c) Die Standardabweichung.

Aufgabe IS-NV-3: Für welchen Wert u_0 der standardisierten Zufallsvariablen u liegen

- a) 20% der Werte oberhalb von u_0 ?
- b) 50% der Werte unterhalb von u_0 ?
- c) 30% der Werte oberhalb von u_0 ?
- d) 90% der Werte zwischen symmetrischen Schranken $-u_0$ und u_0 ?

Aufgabe IS-NV-4: Wie viel Prozent der Werte der standardisierten Zufallsvariablen liegen

- a) oberhalb $u = 0$?
- b) unterhalb $u = 0$?
- c) unterhalb von $u = 1.5$?
- d) oberhalb von $u = -1.5$?
- e) zwischen $u = 1$ und $u = 2$?
- f) zwischen $u = -1$ und 2 ?
- g) zwischen $u = -3$ und $u = 3$

Aufgabe IS-NV-5: Wie viel Prozent der Werte einer normalverteilten Zufallsvariablen liegen

- a) unterhalb von $x = \mu$?
- b) oberhalb von $x = \mu$?
- c) unterhalb von $\mu + \sigma$?
- d) oberhalb von $\mu - \sigma$?
- e) zwischen $\mu - 2\sigma$ und $\mu + 2\sigma$?
- f) zwischen $\mu - 3\sigma$ und $\mu + 3\sigma$?

Aufgabe IS-NV-6: Max sagt zu Moritz „Ich bin ein cleveres Bürschchen. Nur 15% der Leute haben einen höheren IQ als ich“. Wie hoch ist der IQ von Max, wenn der IQ eine normalverteilte Zufallsgrösse mit $\mu = 100$ und $\sigma = 15$ ist?

Aufgabe IS-NV-7: Moritz sagt zu Max. „Mein IQ ist 125. Nur wenige Leute haben einen höheren IQ als ich“. Wie viel Prozent der Leute haben einen höheren IQ als Moritz, wenn der IQ eine normalverteilte Zufallsgrösse mit $\mu = 100$ und $\sigma = 15$ ist?

Aufgabe IS-NV-8: Wie viele Standardabweichungen dürfen Werte einer normalverteilten Zufallsvariablen höchstens vom Erwartungswert abweichen, wenn 90% der Messwerte innerhalb symmetrischer Schranken vom Erwartungswert liegen sollen.

Aufgabe IS-NV-9: Die Füllmenge an Zucker von Tüten sei normalverteilt mit $\mu = 1.012\text{kg}$ und $\sigma = 0.007\text{kg}$. Wie viel Prozent der Tüten sind „untergewichtig“, wenn auf der Beschriftung eine Füllmenge von 1.000kg angegeben ist?

Aufgabe IS-NV-10: Der Erwartungswert einer normalverteilten Zufallsvariablen liegt bei 204. Wie gross ist die Standardabweichung, wenn 20% der Werte über 209 liegen?

Aufgabe IS-NV-23: Ein Bauteil einer Maschine wird durch Punktschweissen an dieser befestigt. Sämtliche Schweißpunkte lösen sich wenn eine kritische Zugkraft F auf die Bauteile wirkt. Diese kritische Zugkraft soll mindestens 400 N betragen. Welcher prozentuale Anteil der Verbindungen ist akzeptabel, wenn Stichproben ergeben haben, dass F normalverteilt mit einem Mittelwert von 480 N und einer Standardabweichung von 50 ist?

Aufgabe IS-NV-24: Bei der Herstellung von Kondensatoren mit einer Kapazität von $5 \mu\text{F}$ sind die gemessenen Kapazitäten normalverteilt mit einem Mittelwert von $5 \mu\text{F}$ und einer Standardabweichung von $0,02 \mu\text{F}$. Welcher Teil der Produktion ist Ausschuss, wenn die Kapazität

- mindestens $4,98 \mu\text{F}$ betragen soll?
- höchstens $5,05 \mu\text{F}$ betragen soll?
- mindestens $4,98 \mu\text{F}$ und höchstens $5,05 \mu\text{F}$ betragen soll?
- um weniger als $0,03 \mu\text{F}$ vom Sollwert $5 \mu\text{F}$ abweichen darf?

Aufgabe IS-NV-25: Eine Maschine füllt ein Pulver in Dosen. Die Abfüllmenge z ist normalverteilt mit einer Standardabweichung von 8 g. Auf welchen Mittelwert μ muss man die Maschine einstellen, damit höchstens 5% aller Dosen weniger als 250 g Pulver enthalten?

Aufgabe IS-NV-26: Das Schlachtgewicht von Schweinen (eines bestimmten Alters) ist normalverteilt mit einem Mittelwert von 100 kg und einer Standardabweichung von 20 kg. Wie gross ist

- die Wahrscheinlichkeit, dass das Schlachtgewicht eines Schweins grösser ist als 120 kg?
- die Wahrscheinlichkeit, dass das Schlachtgewicht eines Schweins kleiner ist als 90 kg?
- das "Mindestgewicht", wenn der prozentuale Anteil untergewichtiger Schweine 5% beträgt?
- das "Höchstgewicht", wenn der prozentuale Anteil übergewichtiger Schweine 8% beträgt?

Aufgabe IS-NV-27: Eine Stichprobe von 11 Stahlkugeln für Kugellager ergab für deren Durchmesser d Messwerte (in μm) wie folgt: $\{1011,996,1041,1033,1023,1024,1035,1032,1047,1026,1018\}$. Wie gross ist der Ausschuss in Prozent, wenn für die Durchmesser d folgendes gelten soll? $990 \mu\text{m} \leq d \leq 1050 \mu\text{m}$?

Aufgabe IS-NV-28: Ein Hersteller von Isolierband soll Rollen mit 40 m Isolierband herstellen. Die Länge des aufgerollten Isolierbands sei normalverteilt. Wie gross darf die Standardabweichung der Rollen höchstens sein, wenn der Mittelwert 40 m betragen soll und 96% der Rollen nicht mehr als 20 cm vom Mittelwert abweichen dürfen?

Aufgabe IS-NV-29: Ein Futtermittelproduzent erhält von einem Abnehmer die Mitteilung, dass 4% der Säcke einer Lieferung von Kraftfutter untergewichtig und 3% übergewichtig seien. Der Produzent nimmt an, dass die Abfüllmengen normalverteilt seien. Wie gross sind Mittelwert und Standardabweichung der Normalverteilung, wenn der Sollwert für das Gewicht 50 kg beträgt und die Abweichung vom Sollwert nicht mehr als 2% betragen darf?

Aufgabe IS-NV-30: Die Durchmesser von Bolzen seien normalverteilt mit einer Standardabweichung von 0,5 mm. Bolzen mit einem Durchmesser von 21 mm müssen nachgearbeitet werden. Durch die Nacharbeit reduziert sich der Reinerlös für die betreffenden Bolzen um 15%. Bolzen mit einem Durchmesser von weniger als 19 mm sind unverkäuflich. Wie gross muss der Mittelwert für den Durchmesser der Bolzen gewählt werden, damit der zu erwartende Reinerlös pro Bolzen möglichst gross wird? Welcher prozentuale Anteil der Bolzen ist dann unverkäuflich und wie viele Prozent der Bolzen müssen nachgearbeitet werden?

Aufgabe IS-NV-31: Aus Frachtflugzeugen wird Ausrüstung für Bodentruppen abgeworfen. Die aus grosser Flughöhe abgeworfenen Pakete sind an je einem Fallschirm befestigt, der sich möglichst spät öffnen sollte um ein Abdriften im Wind zu vermeiden. Die Öffnung der Fallschirme wird durch Höhenmessgeräte ausgelöst. Öffnet sich der Fallschirm auf einer Höhe unterhalb von 50m über dem Erdboden, wird die Ausrüstung bei der Landung beschädigt oder gar zerstört. Auf welcher Höhe über dem Erdboden sollte die Öffnung der Fallschirme aktiviert werden, wenn die Messung der Flughöhe mit einer Standardabweichung von 30m behaftet ist und wenigstens 99% der Pakete unbeschädigt landen sollten?

Lösungen:

IS-NV-1: a) Erwartungswert = 14, (b) $s^2 = 52/9 = 5.78$, (c) $s = \sqrt{52/3} = 2.40$
IS-NV-2: a) Erwartungswert = 15, (b) $s^2 = 3.6$, (c) $s = \sqrt{3.6} = 1.90$
IS-NV-3: a) $u_0 = 0.8416$, (b) $u_0 = 0$, (c) $u_0 = 0.5244$, (d) $u_0 = 1.6449$
IS-NV-4: a) 50%, (b) 50%, (c) 93.32%, (d) 93.32%, (e) $\Phi(2) - \Phi(1) = 0.97725 - 0.84134 = 0.1359 \rightarrow 13.6\%$, (f) $\Phi(2) - \Phi(-1) = \Phi(2) + \Phi(1) - 1 = 0.97725 + 0.84134 - 1 = 0.81859 \rightarrow 81.9\%$, (g) $2 \cdot \Phi(3) - 1 = 2 \cdot 0.99865 - 1 = 0.9973 \rightarrow 99.7\%$
IS-NV-5: a) 50%, (b) 50%, (c) $u = 1 \rightarrow \Phi(1) = 0.84134 \rightarrow 84.1\%$, (d) $\Phi(-1) = 1 - \Phi(1) = 1 - 0.84134 = 0.15866 \rightarrow 15.9\%$, (e) $2 \cdot \Phi(2) - 1 = 2 \cdot 0.97725 - 1 = 0.9545 \rightarrow 95.5\%$, (f) $2 \cdot \Phi(3) - 1 = 2 \cdot 0.99865 - 1 = 0.9973 \rightarrow 99.7\%$
IS-NV-6: 85% $\rightarrow u = 1.03643 \rightarrow x = 1.03643 \cdot 15 + 100 = 115.5 \approx 116$
IS-NV-7: $u = (125 - 100)/15 = 1.667$, $\Phi(1.667) \approx 0.952 \rightarrow 1 - 0.952 = 0.048 \rightarrow 4.8\%$
IS-NV-8: $\Phi(u) = 0.95 \rightarrow u = 1.645$. Antwort: Die Schranken liegen 1.645 Standardabweichungen vom Erwartungswert entfernt.
IS-NV-9: $u = (1 - 1.012)/0.007 = -1.71$, $\Phi(-1.71) = 1 - \Phi(1.71) = 1 - 0.956 = 0.044 \rightarrow 4.4\%$
IS-NV-10: $\mu = 204$, $\Phi(u) = 0.8 \rightarrow u = 0.84162 = (x - 204)/\sigma = (209 - 204)/\sigma = 5/\sigma \rightarrow \sigma = 5/0.84162 = 5.9$
IS-NV-11: 10% $\rightarrow \Phi(-u_1) = 0.9 \rightarrow u_1 = -1.28155$, 80% $\rightarrow \Phi(u_2) = 0.8 \rightarrow u_2 = 0.84162$, $x_1 = 502$ und $x_2 = 532 \rightarrow \sigma = (x_1 - x_2)/(u_1 - u_2) = -30/(-2.12317) = 14.1$, $\mu = (u_1 \cdot x_2 - u_2 \cdot x_1)/(u_1 - u_2) = 520.1$
IS-NV-12: a) $P = 2 \Phi(0.1) - 1 = 0.0797$. (b) $P = 2 \Phi(0.2) - 1 = 0.1585$. (c) $P = 2 \Phi(0.5) - 1 = 0.3829$. (d) $P = 2 \Phi(1) - 1 = 0.6827$. (e) $P = 2 \Phi(2) - 1 = 0.9545$.
IS-NV-13: $n = 1.96$.
IS-NV-14: $\Phi(1.28155) = 0.9 \rightarrow \sigma = (70 - 65)/1.28155 = 3.902$.

IS-NV-15: a) $\Phi(u) = 0.9 \rightarrow u = 1.28155 \rightarrow 1.28155 \cdot \sigma = 3 \rightarrow \sigma = 3/1.28155 = 2.34$, (b) $\Phi(u) = 0.95 \rightarrow u = 1.64485 \rightarrow 1.64485 \cdot 2.34 = 3.85 \rightarrow$ im Bereich zwischen $(750 - 3.85)$ mm und $(750 + 3.85)$ mm
IS-NV-16: $(47 - \mu)/\sigma = 1.126$ und $(43 - \mu)/\sigma = -1.036 \rightarrow \mu = 44.92$ und $\sigma = 1.849$.
IS-NV-17: $\Phi(u) = 0.86 \rightarrow u = 1.08032 = 2.5/s \rightarrow \sigma = 2.5/1.08032 = 2.31, \sigma^2 = 2.31^2 = 5.36$
IS-NV-18: $u = (10 - 90)/40 = -2 \rightarrow \Phi(u) = 1 - 0.97725 \rightarrow 2.275\%$. Für kleine Durchmesser weicht die tatsächliche Verteilung der Teilchengrößen stark von einer Normalverteilung ab.
IS-NV-19: $u_1 = -0.75$ und $u_2 = 1, \Phi(1) - \Phi(-0.75) = \Phi(1) + \Phi(0.75) - 1 = 0.841 + 0.773 - 1 = 0.614 \rightarrow 61.4\%$
IS-NV-20: Erwartungswert $= \mu = 14.45454, \sigma = 1.6949, \Phi(u) = 0.975 \rightarrow u = 1.96, \mu - 1.96\sigma = 11.13, \mu + 1.96\sigma = 17.78 \rightarrow 11.13 \leq x \leq 17.78$.
IS-NV-21: $\Phi(u) = 0.95 \rightarrow u = 1.64485 \rightarrow \mu - 1.64485\sigma = 100 - 1.64485 \cdot 15 = 124.67, \mu + 1.64485\sigma = 100 + 1.64485 \cdot 15 = 75.33 \rightarrow 75 < IQ < 125$
IS-NV-22: Erwartungswert $= \mu = 242, \sigma = 4.2088, \Phi(-u) = 0.9 \rightarrow u = -1.28155 = (250 - \mu_{\text{new}})/\sigma \rightarrow \mu_{\text{new}} = 250 + 1.28155\sigma = 255.4$
IS-NV-23: $u = (400 - 480)/50 = -1.6. \Phi(-1.6) = 1 - \Phi(1.6) = 0.0548 \rightarrow$ ungef. 5.5%.
IS-NV-24: a) $\Phi = \Phi(-1) = 0,1587$. (b) $\Phi = 1 - \Phi(2,5) = 0,0062$. (c) $\Phi = \Phi(-1) + 1 - \Phi(2,5) = 0,1649$. (d) $\Phi = 2 \Phi(-1,5) = 2 [1 - \Phi(1,5)] = 0,1336$.
IS-NV-25: $P = 0,05$: Es ist $\Phi(-1,645) \approx 0,05 \rightarrow -1,645 \leq \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow \mu = 250\text{g} + 1,64485 \cdot \sigma = 263,16\text{ g}$.
IS-NV-26: a) $u = (120 - 100)/20 = 1 \rightarrow \Phi(1) = 0.84134 \rightarrow 15.9\%$, (b) $u = (90 - 100)/20 = -0.5, \Phi(-0.5) = 1 - \Phi(0.5) = 1 - 0.69146 = 0.309 \rightarrow 30.9\%$, (c) $\Phi(-u_1) = 0.95 \rightarrow u_1 = -1.64485 \rightarrow x_1 = \mu - 1.64485\sigma = 100 - 1.64485 \cdot 20 = 67.1$, (d) $\Phi(u_2) = 0.92 \rightarrow u_2 = 1.40507 \rightarrow x_2 = \mu + 1.40507\sigma = 100 + 1.40507 \cdot 20 = 128$
IS-NV-27: $\mu = 1026, \sigma = 14.262 \rightarrow u_1 = -2.524$ und $u_2 = 1.682 \rightarrow \Phi(1.682) - \Phi(-2.524) = \Phi(2.524) + \Phi(1.682) - 1 = 0.994199 + 0.953716 = 0.947915 \rightarrow 5.21\%$ Ausschuss.
IS-NV-28: $\Phi = 0,98$ für Rollen, die nicht zu lang sind. $\Phi(2.054) \approx 0.98 \rightarrow \frac{40,2 - 40}{\sigma} \geq 2.054 \rightarrow \sigma \leq 9.74\text{ cm}$.
IS-NV-29: Aus der zweiten Tabelle $x_1 = -1.75069 = \frac{49 - \mu}{\sigma}$ und $x_2 = 1,88079 = \frac{51 - \mu}{\sigma} \rightarrow \mu = 49,964\text{ kg}$ und $\sigma = 551\text{ g}$.
IS-NV-30: Der Reinerlös eines einwandfreien Bolzens sei c . Für den durchschnittlichen Erlös \bar{c} gilt dann folgendes: $\bar{c} = c [\Phi((\mu - 19\text{ mm})/\sigma) - 0,15 \Phi((\mu - 21\text{ mm})/\sigma)]$ und $d\bar{c}/d\mu = c [0,15 \exp(-(\mu - 19\text{ mm})^2/2\sigma^2) - \exp(-(\mu - 21\text{ mm})^2/2\sigma^2)]/\sqrt{2\pi}\sigma = 0 \rightarrow \mu = 20,24\text{ mm}$; 10,2% der Bolzen müssen nachgearbeitet werden und 1,96% der Bolzen sind unverkäuflich.

$$\text{IS-NV-31: } x_1 = 50, \Phi(-u_1) = 0.99 \rightarrow u_1 = -2.32635 = (x_1 - \mu)/\sigma \rightarrow \mu = x_1 + 2.32635\sigma = 50 + 2.32635 \cdot 30 = 120$$