

Kombinatorik

Aus einer **Grundgesamtheit** mit n Elementen wird eine **Stichprobe** k Elementen entnommen. Dabei kann die Stichprobe **geordnet** oder **ungeordnet** sein. "Geordnet" bedeutet, dass die Reihenfolge der Elemente wichtig ist, wie z.B. die Reihenfolge der Ziffern in einer dreistelligen Zahl. Werden die der Grundgesamtheit entnommenen Elemente zurückgelegt, so können Elemente mehrmals gezogen werden. Man spricht dann von **Wiederholung**.

Umfasst die Stichprobe alle in einer Grundgesamtheit enthaltenen Elemente, wobei die Grundgesamtheit identische Elemente enthalten kann, dann ergibt sich nur eine Möglichkeit, wenn die Reihenfolge der Elemente unwichtig ist. Interessanter wird die Sache, falls die Reihenfolge eine Rolle spielt. Man spricht dann von einer **Permutation**.

1. Beispiel: Wie viele fünfstellige Zahlen lassen sich aus den fünf Ziffern in $M = \{1;2;3;4;5\}$ erstellen?

Lösung: Dies ist eine **Permutation ohne Wiederholung** mit $n = 5$. Für diese gilt folgendes:

$$P_n = n!$$

Beim obigen Beispiel gibt es also $5!$ Zahlen, wobei $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$.

2. Beispiel: Wie viele Wörter (mit elf Buchstaben) lassen sich aus den Buchstaben im Wort "TITICACASEE" bilden?

Lösung: Das Wort hat elf Buchstaben. Von diesen wiederholen sich jedoch alle ausser "S". Wir haben es mit einer **Permutation mit Wiederholung** zu tun für welche gilt

$$P_n^{(k_1, k_2, \dots, k_m)} = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_m!}$$

Die Grössen k_1, k_2, \dots, k_m bedeuten die Anzahl identischer Elemente. Im obigen Beispiel haben wir sechs verschiedene Elemente wie folgt:

Nr.	Element	k
1	T	$k_1 = 2$
2	I	$k_2 = 2$
3	C	$k_3 = 2$
4	A	$k_4 = 2$
5	S	$k_5 = 1$
6	E	$k_6 = 2$

wobei $k_1 + k_2 + \dots + k_m = n$. Man erhält eine Anzahl Wörter wie folgt:

$$P_{11}^{(2,2,2,2,1,2)} = \frac{11!}{2! 2! 2! 2! 1! 2!} = P_{11}^{(2,2,2,2,2)} = \frac{11!}{(2!)^5} = 1'274'400$$

Weil $1! = 1$ müssen Elemente ohne Wiederholung (in unserem Fall der Buchstabe "S") nicht berücksichtigt werden.

Umfasst die Stichprobe nicht alle Elemente der Grundgesamtheit, dann haben wir es mit einer **Kombination** oder einer **Variation** zu tun. (Eine Permutation ohne Wiederholung ist eine spezielle Variation ohne Wiederholung mit $k = n$).

Stichprobe	Geordnet (Variation)	Ungeordnet (Kombination)
Mit Zurücklegen. Stichprobenumfang = k.	<p>Variation mit Wiederholung: $V_w = n^k$</p> <p>Beispiel: Wie viele Wörter mit vier Buchstaben kann man aus den Buchstaben im Alphabet (mit 26 Buchstaben) bilden?</p> <p>Lösung: Wir haben $n = 26$ und $k = 4$. Somit gibt es $26^4 = 456'976$ Wörter mit vier Buchstaben.</p>	<p>Kombination mit Wiederholung: $C_w = \binom{n+k-1}{k}$</p> <p>Beispiel: Wie viele verschiedene Würfe mit drei nicht unterscheidbaren Würfeln gibt es?</p> <p>Lösung: $n = 6$ und $k = 3 \rightarrow \binom{6+3-1}{3} = \binom{8}{3} = \frac{8!}{5! 3!} = 56$.</p>
Ohne Zurücklegen. Stichprobenumfang = k.	<p>Variation ohne Wiederholung: $V = \frac{n!}{(n-k)!}$</p> <p>Beispiel: Wie viele verschiedene Tipps gibt es bei eine Pferderennen mit 12 Rennpferden, wenn man auf die fünf Erstplatzierten in richtiger Reihenfolge wetten soll?</p> <p>Lösung: $n = 12$ und $k = 5$ $\rightarrow \frac{12!}{(12-5)!} = \frac{12!}{7!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 = 95'040$.</p>	<p>Kombination ohne Wiederholung: $C = \binom{n}{k}$</p> <p>Beispiel: Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es bei einem Zahlenlotto bei welchem von 12 Kugeln 5 gezogen werden? Lösung: $n = 12$ und $k = 5 \rightarrow \binom{12}{5} = \frac{12!}{5! 7!} = 792$.</p>

Permutation ohne Wiederholung: $P = N!$

Grundaufgabe: Wie viele verschiedene Buchstabenfolgen kann man aus den Buchstaben im Wort "ZIEL" erstellen? Antw.: $P = 4! = 24$.

Permutation mit Wiederholung: $P_w = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots}$

Grundaufgabe: Wie viele verschiedene Buchstabenfolgen kann man aus den Buchstaben im Wort "HOCHSCHULE" erstellen? Antw.: $P = \frac{10!}{2! 3!} = 302'400$.

Variation der Klasse k ohne Wiederholung: $V = \frac{N!}{(N - k)!}$

Grundaufgabe: Wie viele Wörter mit vier **verschiedenen** Buchstaben kann man aus den 26 Buchstaben des Alphabets bilden?

$$\text{Antw.: } V = \frac{26!}{22!} = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = 358'800.$$

Variation der Klasse k mit Wiederholung: $V_w = N^k$

Grundaufgabe: Wie viele Wörter mit vier Buchstaben kann man aus den 26 Buchstaben des Alphabets bilden? Antw.: $V_w = 26^4 = 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 = 456'976$.

Kombination der Klasse k ohne Wiederholung: $C = \binom{N}{k} = \frac{N!}{(N - k)! k!}$

Grundaufgabe: Wie viele Möglichkeiten gibt es, an einen Spieler von 36 Karten 6 auszuteilen? Antw.: $C = \binom{36}{6} = \frac{36!}{30! 6!} = 1'947'792$.

Kombination der Klasse k mit Wiederholung:

$$C_w = \binom{N + k - 1}{k} = \frac{(N + k - 1)!}{(N - 1)! k!}$$

Grundaufgabe: Wie viele verschiedene Würfe gibt es mit sieben nicht unterscheidbaren Würfeln? Antw.: $C_w = \binom{6 + 7 - 1}{7} = \binom{12}{7} = \frac{12!}{5! 7!} = 792$.

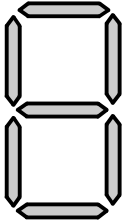
Aufgabe IS-K-1: Wie viele verschiedene Buchstabenfolgen (mit elf Buchstaben) lassen sich aus den Buchstaben im Wort "Mississippi" bilden?

Aufgabe IS-K-2: Wie gross ist die Anzahl Möglichkeiten, k identische Fahrzeuge auf n Parkplätze zu verteilen, wobei $n \geq k$.

Aufgabe IS-K-3: Bei einem Fussballturnier finden 28 Spiele statt, wobei jede Mannschaft gegen jede andere Mannschaft jeweils genau einmal spielen muss. Wie viele Mannschaften nehmen am Turnier teil?

Aufgabe IS-K-4: Wie viele ungerade vierstellige Zahlen gibt es?

<p>Aufgabe IS-K-5: Wie viele verschiedene Tipps gibt es in der 11er-Wette beim Fussballtoto? (Liste bestehend aus einer Folge von 11 Einträgen mit den drei Zeichen 0, x und 1).</p>
<p>Aufgabe IS-K-6: Bei einem Pferderennen mit 12 Teilnehmern nimmt ein Wettbüro Wetten für die Reihenfolge der ersten fünf Plätze an. Wie viele mögliche Wetten gibt es, wenn auf einem Formular ein Pferd höchstens ein Mal aufgeschrieben wird?</p>
<p>Aufgabe IS-K-7: Wie viele Möglichkeiten beim Zahlenlotto mit 49 Kugeln gibt es, wenn sechs Kugeln gezogen werden?</p>
<p>Aufgabe IS-K-8: Wie viele Möglichkeiten gibt es für ein Dutzend Personen einer Reisegesellschaft, sich in einen Reisebus mit zwanzig Sitzplätzen zu setzen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-9: Wie viele Möglichkeiten gibt es um aus einem Verein mit 23 Mitgliedern eine Delegation bestehend aus vier Leuten zu wählen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-10: Wie viele Möglichkeiten gibt es um aus einem Verein mit 23 Mitgliedern einen Vorstand bestehend aus einem Präsidenten, einem Vizepräsidenten, einem Aktuar und einem Kassier zu wählen? (Ein Vereinsmitglied darf nicht mehr als eine Funktion ausüben).</p>
<p>Aufgabe IS-K-11: Bei einer Hochzeitsgesellschaft sitzen das Hochzeitspaar und deren Eltern an einem Ende einer Tafelrunde. Wie viele Möglichkeiten gibt es, ihre 17 Hochzeitsgäste zu platzieren?</p>
<p>Aufgabe IS-K-12: Ein Raum kann mit insgesamt 6 Lampen beleuchtet werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es, den Raum (mit mindestens einer Lampe) zu beleuchten?</p>
<p>Aufgabe IS-K-13: Wie viele Trikoloren lassen sich aus den Farben Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau, Weiss und Schwarz herstellen, wenn benachbarte Farbstreifen nicht gleich sein dürfen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-14: Wie viele fünfstellige positive ungerade Zahlen gibt es?</p>
<p>Aufgabe IS-K-15: Auf einem Blatt Papier sind 40 Punkte eingezeichnet. Wie viele Möglichkeiten gibt es höchstens, um</p> <ol style="list-style-type: none"> durch zwei Punkte eine Gerade zu legen? drei Punkte zu einem Dreieck zu verbinden?
<p>Aufgabe IS-K-16: In einem Wettbüro können Spieler Wetten betreffend die fünf schnellsten von 19 Pferden in einem Rennen abschliessen.</p> <ol style="list-style-type: none"> Wie viele Möglichkeiten gibt es, die fünf schnellsten Pferde in beliebiger Reihenfolge aufzulisten? Wie viele Möglichkeiten gibt es, die fünf schnellsten Pferde in der Reihenfolge aufzulisten mit welcher sie beim Rennen durchs Ziel gehen?
<p>Aufgabe IS-K-17: Eine Bank möchte in den nächsten zwei Jahren sieben neue Filialen eröffnen. Für die neuen Filialen sind 15 verschiedene Standorte im Gespräch.</p> <ol style="list-style-type: none"> Wie viele Möglichkeiten gibt es bei der Auswahl von sieben definitiven Standorten unter den 15 möglichen? Wie viele Möglichkeiten gibt es, von den 15 möglichen Standorten sieben Standorte in der Reihenfolge zu benennen in welcher dort eine Filiale eröffnet werden soll?
<p>Aufgabe IS-K-18: Wie viele vierstellige Zahlen gibt es? [Anmerkung: 0109 sei eine dreistellige Zahl].</p>

<p>Aufgabe IS-K-27: Eine Schnellimbisskette hat eine Gruppe von Unterhaltungskünstlern angestellt, um für sie an ihren 26 Standorten Werbung zu betreiben. Die Kampagne soll bei den drei grössten Standorten der Schnellimbisskette beginnen. An jedem Standort verbringt die Gruppe eine Woche. Wie viele Möglichkeiten gibt es, das Programm der Gruppe zu gestalten?</p>	
<p>Aufgabe IS-K-28: Bei einem Eignungstest soll ein Kandidat für 25 Fragen von fünf vorgegebenen Antworten die jeweils richtige auswählen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, den Fragebogen auszufüllen, wenn man davon ausgeht, dass der Kandidat bei jeder der 25 Fragen nur eine der fünf möglichen Antworten ankreuzt oder die Frage nicht beantwortet?</p>	
<p>Aufgabe IS-K-29: Eine Werbeagentur hat für ein Produkt 20 verschiedene Werbeslogans kreiert. Der Auftraggeber möchte im kommenden Jahr in jeder der vier Jahreszeiten mit einem (verschiedenen) Werbeslogan der Agentur in Erscheinung treten. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die Werbekampagne?</p>	
<p>Aufgabe IS-K-30: Bei einer Abstimmung sollen vier Ämter besetzt werden. Es stehen 7 Kandidaten zur Wahl. Der Wähler erhält für jedes Amt einen Wahlzettel. Der Wähler kann auf jeden der vier Wahlzettel einen beliebigen der 7 Kandidaten notieren, den Wahlzettel leer lassen oder etwas hinschreiben was den betreffenden Wahlzettel ungültig macht. Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat der Wähler mit den vier Wahlzetteln seine Interessen zu vertreten? [Der Wähler kann einem Kandidaten für mehrere Ämter seine Stimme geben].</p>	
<p>Aufgabe IS-K-31: An die Tafelrunde des König Artus sind acht Ritter und acht Hofdamen geladen. Neben dem König sitzt die Königin und links und rechts von jedem Ritter sitzt eine Hofdame (oder die Königin). Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Sitzordnung, wenn zwei der Plätze für den König und die Königin reserviert sind, wobei die Königin stets rechts vom König sitzt.</p>	
<p>Aufgabe IS-K-32: Auf einem Blatt Papier sind 40 Punkte eingezeichnet. Davon liegen 10 Punkte auf einer Geraden. Wie viele Möglichkeiten gibt es höchstens, um</p> <ol style="list-style-type: none"> durch zwei Punkte eine Gerade zu legen? Zusammenfallende Geraden werden nur einfach gezählt. drei Punkte zu einem Dreieck mit einer Fläche grösser als Null zu verbinden? 	
<p>Aufgabe IS-K-33: Wie viele Möglichkeiten gibt es, um von 36 Jasskarten an einen Spieler 12 Karten auszuteilen?</p>	
<p>Aufgabe IS-K-34: Wie viele Möglichkeiten gibt es, um 36 Jasskarten an vier Spieler zu verteilen. (Jedem Spieler 9 Karten).</p>	
<p>Aufgabe IS-K-35: Wie gross ist die Anzahl Möglichkeiten um aus 100 Objekten 12 auszulesen?</p>	
<p>Aufgabe IS-K-36: Eine Anzeige besteht aus 50 Leuchtdioden. Wie viele Muster sind möglich, wenn 20 der 50 Leuchtdioden brennen?</p>	
<p>Aufgabe IS-K-37: Eine LCD-Anzeige besteht aus sieben Balken mit Leuchtdioden wie in nebenstehender Figur gezeigt. Wie viele Möglichkeiten gibt es mit dieser Anzeige Symbole darzustellen, wenn</p> <ol style="list-style-type: none"> ein Balken leuchtet? zwei Balken leuchten? drei Balken leuchten? eine beliebige Anzahl Balken leuchten? 	
<p>Aufgabe IS-K-38: Wie viele Teiler hat die Zahl 720?</p>	

<p>Aufgabe IS-K-39: In einer Studienwoche können 17 Schülern einer Klasse vier ungefähr gleich grosse Gruppen bilden. Wie viele Möglichkeiten zur Gruppenbildung gibt es, wenn drei Gruppen aus vier Schülern gebildet werden und die verbleibenden fünf Schüler die vierte Gruppe bilden?</p>
<p>Aufgabe IS-K-40: Eine Entomologin (Insektenforscherin) hat in einer Insektenfalle zehn Insekten von sechs verschiedenen Arten gefangen. Wie viele Möglichkeiten für die „Zusammensetzung“ der gefangenen Insekten gibt es?</p>
<p>Aufgabe IS-K-41: Wie viele Möglichkeiten gibt es bei einer Zimmerreservation für eine Gruppe von zehn Personen in vier Einzel- und drei Doppelzimmer in einem Hotel?</p>
<p>Aufgabe IS-K-42: Gegeben sind die Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 und 6. Wie viele</p> <ol style="list-style-type: none"> dreistellige Zahlen dreistellige Zahlen mit drei verschiedenen Ziffern ungerade dreistellige Zahlen gerade dreistellige Zahlen mit drei verschiedenen Ziffern <p>lassen sich aus diesen Ziffern bilden?</p>
<p>Aufgabe IS-K-43: Wie viele dreistellige Zahlen</p> <ol style="list-style-type: none"> gibt es, die gerade sind? mit Sieben als Zehnerziffer gibt es? mit den Ziffern 1, 2 und 3 gibt es, wenn jede der drei Ziffern einmal vorkommen muss? gibt es, die keine Sieben enthalten? enthalten die Ziffer 7 genau ein Mal? enthalten die Ziffer 7 mindestens ein Mal. enthalten die Ziffer 6 nicht, die Ziffer 7 hingegen mindestens ein Mal.
<p>Aufgabe IS-K-44: Eine Klasse mit siebzehn Schülern soll in drei Gruppen eingeteilt werden. Die erste Gruppe soll aus 4, die zweite aus 6 und die dritte aus 7 Schülern bestehen. Wie viele Einteilungen sind möglich?</p>
<p>Aufgabe IS-K-45: Wie viele Teilmengen mit höchstens drei Elementen lassen sich mit den Elementen der Menge $M = \{a,b,c,d,e,f,g\}$ bilden?</p>
<p>Aufgabe IS-K-46: Beim Zahlenlotto „6 von 49“ werden in einer Ziehung sechs von 49 Kugeln gezogen. Wie viele Möglichkeiten gibt es für einen Spieler genau drei der sechs gezogenen Kugeln zu „tippen“?</p>
<p>Aufgabe IS-K-47: Eine Gruppe von 15 Personen besteigt einen Zug mit drei Wagen. Wie viele Möglichkeiten, die Gruppe auf die drei Wagen zu verteilen gibt es?</p>
<p>Aufgabe IS-K-48: Eine Gesellschaft besteht aus fünf Personen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, diese fünf Personen auf sechs Stühle an einem Tisch zu verteilen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-49: Das Stadttheater hat einer Lehrerin fünf</p> <ol style="list-style-type: none"> gleiche Eintrittskarten Eintrittskarten für fünf verschiedene Vorstellungen <p>geschenkt. Die Lehrerin verteilt die Karten an Schüler in einer Klasse mit 22 Schülern. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür, wenn sie keinem Schüler mehr als eine Karte schenkt?</p>
<p>Aufgabe IS-K-50: Ein Kombinationsschloss enthält vier Ringe mit den Ziffern 0 bis 9. Das Schloss öffnet sich nur bei einer bestimmten Stellung der Ringe. Wie viele verschiedene Stellungen der Ringe gibt es?</p>

Aufgabe IS-K-51: Das Studentenparlament einer Uni hat 100 Sitze. Im Parlament soll eine Kommission mit einem Dutzend Mitgliedern gebildet werden. Das Parlament teilt sich auf in drei Parteien, sowie parteilose Mitglieder wie folgt:

Partei	Anzahl Mitglieder	Kommission
Autonome	16	2
Fundis	34	4
Realos	46	6
Parteilose	4	0

Die Kolonne ganz rechts zeigt die Anzahl Sitze auf welche die jeweilige Partei Anspruch erhebt. Wie viele Möglichkeiten für die personelle Zusammensetzung der Kommission gibt es, wenn jede Partei ihre Sitze in der Kommission mit Parteimitgliedern besetzt?

Aufgabe IS-K-52: Ein Byte enthält acht Bit. Bei Textdateien enthält ein Byte einen Buchstaben oder ein Symbol. Wie viele verschiedene Buchstaben oder Symbole können in einem Byte gespeichert werden?

Aufgabe IS-K-53: Wie viele siebenstellige Zahlen haben mindestens zwei gleiche Ziffern?

Aufgabe IS-K-54: Drei Würfel werden gleichzeitig geworfen. Wie viele Möglichkeiten könnte ein Beobachter unterscheiden, wenn

- alle Würfel genau gleich aussehen?
- die drei Würfel verschiedenfarbig sind?
- zwei Würfel blau und einer rot ist?

Aufgabe IS-K-55: Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Eröffnungsrunde in einem Fussballturnier mit zwölf Mannschaften?

Aufgabe IS-K-56: Ein Handlungsreisender wird innerhalb von vier Wochen 20 Städte besuchen.

- Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Reihenfolge in welcher er die 20 Städte besuchen wird?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es, von den zwanzig Städten fünf auszusuchen, die er in der ersten Woche besuchen wird.
- Der Handelsreisende erstellt den Reiseplan für die erste Woche. Er wählt fünf von den zwanzig Städten und legt die Reihenfolge fest in welcher sie besucht werden sollen. Wie viele verschiedene Reisepläne für die erste Woche sind möglich?
- Für jede Woche wählt der Handelsreisende fünf Städte, die er besuchen möchte. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die zwanzig Städte in vier Gruppen aufzuteilen?

Aufgabe IS-K-57: Ein Spieler erhält von 36 Jasskarten neun Karten. Wie viele verschiedene „Hände“ mit wenigstens einem Ass gibt es?

Aufgabe IS-K-58: Wie viele Möglichkeiten gibt es 36 Jasskarten an vier Spieler so zu verteilen, dass zwei Spieler A und B alle vier Assen erhalten? (Jeder Spieler erhält neun Karten).

Aufgabe IS-K-59: Ein Spieler erhält von 36 Jasskarten neun Karten. Wie viele verschiedene „Hände“ mit

- | | |
|------------------|-----------------------------|
| a) keinem „Herz“ | c) zwei „Herzen“ |
| b) einem „Herz“ | d) wenigstens drei „Herzen“ |
- gibt es?

Aufgabe IS-K-60: In einer Urne befinden sich drei Kugeln, eine weiße, eine graue und eine schwarze. Aus der Urne werden zwei Kugeln als eine

- a) geordnete Stichprobe ohne
 b) ungeordnete Stichprobe ohne
 c) geordnete Stichprobe mit
 d) ungeordnete Stichprobe mit

Zurücklegen entnommen.

1. Erstelle eine Liste mit allen möglichen Stichproben, z.B. „SG“ für eine schwarze und eine graue Kugel.
2. Klassifiziere die möglichen Stichproben als Kombinationen mit oder ohne Wiederholung oder als Variationen mit oder ohne Wiederholung.
3. Notiere eine „kompakte“ Formel für die Anzahl möglicher Stichproben.
4. Berechne die Anzahl möglicher Stichproben.

Aufgabe IS-K-61: Ein Würfel wird drei Mal geworfen. Die erste Augenzahl wird als Einerziffer einer dreistelligen Zahl notiert. Die zweite und dritte Augenzahl als Zehner- und Hunderterziffer. Wie viele dreistellige Zahlen können in dieser Weise „gewürfelt“ werden?

Aufgabe IS-K-62: In wie vielen verschiedenen Reihenfolgen können drei Mädchen und zwei Jungen in einer siebenköpfigen Familie geboren werden? [Beispiel: ♀♀♂♀♂].

Aufgabe IS-K-63: Fünf verschiedene Briefe werden zufällig in fünf adressierte Briefumschläge gesteckt. Wie viele Möglichkeiten der Zuordnung gibt es?

Aufgabe IS-K-64: Einer Urne mit 49 Kugeln werden nacheinander sechs Kugeln
 a) mit
 b) ohne
 Zurücklegen entnommen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn die Reihenfolge nicht interessiert?

Aufgabe IS-K-65: Bei einer Abschlussprüfung können 34 Schüler
 a) sich auf 40 Sitzplätze verteilen. Wie viele verschiedene Sitzordnungen sind möglich?
 b) von drei Aufsatzthemen wählen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Themenwahl in der Klasse gibt es?

Aufgabe IS-K-66: Vier Schülern einer Schulklasse stehen in einem Freifach neun verschiedene Computer zur Verfügung. Auf wie viele Arten kann man die Schüler an den Computern platzieren, wenn jeder Schüler einen Computer benutzt.

Aufgabe IS-K-67: Achtzehn Personen verteilen sich auf zwei Vierer- und zwei Fünfergruppen. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

Aufgabe IS-K-68: Wie viele verschiedene Folgen aus vier Nullen und acht Einsen gibt es, bei denen Nullen nicht benachbart sind?

Aufgabe IS-K-69: In einer Schublade befinden sich ein Paar weiße, zwei Paar schwarze und drei Paar blaue Socken. Im Dunkeln werden der Schublade vier Socken entnommen. Wie viele Möglichkeiten der „Farbenwahl“ gibt es?

Aufgabe IS-K-70: Fünf Ehepaare nehmen an einem runden Tisch Platz. Wie viele Sitzordnungen sind möglich, wenn links und rechts von jeder Frau stets ein Mann sitzen soll, wobei einer davon ihr Ehemann sein soll. Sitzordnungen, die durch Drehung des Tisches ineinander übergehen sollen als identisch betrachtet werden.

Aufgabe IS-K-71: Auf wie viele verschiedene Arten lassen sich die Buchstaben im Wort

- a) KANSAS anordnen?
 b) KENTUCKY anordnen?
 c) VIRGINIA anordnen?
 d) TENNESSEE anordnen?

Aufgabe IS-K-72: An einem Tisch einer Gartenwirtschaft stehen sechs Stühle. Wie viele verschiedene Möglichkeiten haben vier Personen, sich an den Tisch zu setzen?

<p>Aufgabe IS-K-73: Für zehn Gäste eines Motels stehen für eine Übernachtung acht Einzel- und zwei Doppelzimmer zur Verfügung. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der individuellen Zimmerreservierungen gibt es?</p>
<p>Aufgabe IS-K-74: Ein Spieler erhält von 36 Jasskarten neun Karten. Wie viele verschiedene Hände mit wenigstens einem König gibt es? (Die 36 Jasskarten enthalten vier Könige).</p>
<p>Aufgabe IS-K-75: Eine Klasse von dreizehn Architekturstudenten muss drei Projekte bearbeiten. Jeder Student kann sich für eines der Projekte entscheiden. Wie viele verschiedene Verteilungen der Studenten auf die drei Projekte sind möglich, wenn an einem Projekt nicht mehr als fünf Studenten arbeiten sollen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-76: Drei Physikbücher, vier Chemiebücher und fünf Biologiebücher sollen auf einem Regal aufgestellt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn alle Bücher verschieden sind und Bücher vom gleichen Stoffgebiet nebeneinander aufgereiht stehen sollen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-77: Wie oft hört man in einem Lokal Gläser klirren, in dem zwölf Mathematiker sich gegenseitig zuprosten, wenn keiner jemanden in der Gruppe auslässt?</p>
<p>Aufgabe IS-K-78: Eine Münze wird zwölf Mal hintereinander geworfen. Wie viele verschiedene Reihenfolgen von Kopf und Zahl sind möglich?</p>
<p>Aufgabe IS-K-79: In einer Ebene befinden sich zwanzig Geraden. Jede Gerade schneidet alle andern Geraden und es gibt keine Schnittpunkte in welchen sich mehr als zwei Geraden schneiden. a) Wie viele Schnittpunkte gibt es? b) Wie viele Dreiecke bilden die Geraden?</p>
<p>Aufgabe IS-K-80: Auf wie viele Arten kann man aus einer Klasse mit 25 Schülern zwei Fussballmannschaften mit je elf Spielern bilden?</p>
<p>Aufgabe IS-K-81: Eine Klasse mit 18 Schülern soll ein Theaterstück aufführen. a) Wie viele Möglichkeiten gibt es von den 18 Schülern zwölf für die Teilnahme an den Proben auszuwählen? b) Wie viele Möglichkeiten gibt es zwölf von den 18 Schülern im Theaterstück eine Rolle zu geben? (Alle Rollen seien verschieden).</p>
<p>Aufgabe IS-K-82: Morsezeichen werden aus Punkten und Strichen gebildet. Wie viele verschiedene Morsezeichen kann man aus a) sechs b) acht Zeichen (Punkte und Striche) bilden?</p>
<p>Aufgabe IS-K-83: In einer Ebene befinden sich 30 Punkte. Wie viele Kreise lassen sich höchstens konstruieren, die durch drei der 30 Punkte gehen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-84: In einer Buchstabensuppe befinden sich alle 26 Buchstaben des Alphabets. In einem Suppenlöffel befinden sich fünf Buchstaben. Wie viele Möglichkeiten gibt es?</p>
<p>Aufgabe IS-K-85: Zwei Spieler haben acht (gleiche) Würfel. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn a) einer der Spieler die acht Würfel wirft? b) beide Spieler je vier Würfel werfen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-86: Wie viele Möglichkeiten gibt es, in einem Turnier mit zwölf Mannschaften in einer ersten Ausscheidungsrunde sechs Spiele so zu organisieren, dass jede Mannschaft an einem Spiel teilnimmt?</p>
<p>Aufgabe IS-K-87: Bilde die Summe aller möglichen fünfstelligen Zahlen mit drei Mal der Ziffer 4 und zwei Mal der Ziffer 7.</p>

<p>Aufgabe IS-K-88: In einem Fussballspiel erzielt eine Fussballmannschaft drei Tore. Die Tore wurden von den zehn Feldspielern der Mannschaft geschossen. (Ein Spieler kann mehr als ein Tor geschossen haben). Wie viele Möglichkeiten für die Verteilung der drei erzielten Tore auf die zehn Feldspieler der Mannschaft gibt es?</p>
<p>Aufgabe IS-K-89: Eine kleine Schule mit zwölf Lehrern mit Fahrzeugen besitzt vier Parkplätze. Wie viele Möglichkeiten gibt es die Parkplätze der Schule mit Fahrzeugen von Lehrern zu füllen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-90: Vier Ehepaare gehen zum Kegeln.</p> <p>a) Es werden zwei Mannschaften mit je zwei Ehepaaren gebildet. Wie viele Möglichkeiten gibt es?</p> <p>b) Es werden zwei Mannschaften mit je zwei Frauen und zwei Männern gebildet. Wie viele Möglichkeiten gibt es?</p> <p>c) Eine Frau und ein Mann sollen die Punkte aufschreiben. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür, wenn die beiden nicht verheiratet sein sollen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-91: Ein Kunstsammler möchte an einer Vernissage fünf Bilder eines Künstlers erwerben. An der Ausstellung befinden sich 21 Bilder. Sechs davon sind grossformatig und entsprechend teuer. Der Kunstsammler möchte höchstens zwei der sechs grossformatigen Bilder kaufen. Wie viele Möglichkeiten gibt es für den Kunstsammler fünf Bilder auszuwählen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-92: Wie viele verschiedene Wörter kann man aus den Buchstaben im Wort „EISENBAHN“ bilden bei welchen nirgendwo gleiche Buchstaben benachbart sind?</p>
<p>Aufgabe IS-K-93: Wie viele Möglichkeiten gibt es, von</p> <p>a) zwanzig (verschiedenen) Aktien fünf</p> <p>b) zwölf Schnittmustern drei</p> <p>c) sieben Zwergen drei</p> <p>d) 101 Dalmatinern zwei</p> <p>e) 450 Telefonnummern ein Dutzend</p> <p>f) acht Einladungen drei</p> <p>auszuwählen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-94: Wie viele Möglichkeiten gibt es für die</p> <p>a) künstliche Besamung von acht Milchkühen, wenn Sperma von vier Stieren verfügbar ist?</p> <p>b) Platzierung einer fünfzehnköpfigen Reisegruppe in einem Fahrzeug mit 24 Sitzplätzen?</p> <p>c) Vornamen einer Familie mit drei Mädchen, wenn 115 Vornamen infrage kommen?</p> <p>d) Wahl eines Passworts mit wenigstens sechs und höchstens zehn Ziffern oder Buchstaben, wenn 26 verschiedene Buchstaben und 10 verschiedene Ziffern zur Auswahl stehen?</p> <p>e) Wahl eines Klassensprechers und seines Stellvertreters in einer Klasse mit 17 Schülern?</p> <p>f) Beteiligung an fünf von zwölf Projekten?</p>
<p>Aufgabe IS-K-95: Wie viele Möglichkeiten gibt es von sieben Bergen und sieben Zwergen</p> <p>a) je drei auszuwählen?</p> <p>b) zwei Berge und fünf Zwerge auszuwählen?</p>
<p>Aufgabe IS-K-96: Madame Bovary besitzt zehn Abendkleider, fünf Hüte und acht Paar Schuhe. Wie viele Möglichkeiten ergeben sich daraus für die Garderobe von Madame Bovary für bei einem Theaterbesuch?</p>

<p>Aufgabe IS-K-97: Bei einer Zeugenbefragung wird auf einem Computer ein Phantombild eines Täters erstellt. Für männliche Täter kann der Zeuge für das Kinn von zwölf, für den Mund von 10, für die Nase von 19, für die Augen von 11, für die Stirn von 7 und für die Frisur von 24 Vorlagen auswählen. Wie viele Möglichkeiten bestehen für die Komposition eines Phantombilds?</p>	
<p>Aufgabe IS-K-98: Vier Burschen und drei Mädchen wollen sich auf eine Bank setzen. Wie viele Sitzordnungen gibt es, bei welchen keines der drei Mädchen direkt neben einem anderen Mädchen sitzt?</p>	
<p>Aufgabe IS-K-99: Wie viele Möglichkeiten gibt es, um in n-Okтан</p>	$\text{C} - \text{C} - \text{C} - \text{C} - \text{C} - \text{C} - \text{C} - \text{C} \rightarrow$ $\text{C} - \text{Si} - \text{C} - \text{C} - \text{Si} - \text{C} - \text{Si} - \text{C}$
<p>a) drei b) vier</p>	<p>b) vier</p>
<p>der acht Kohlenstoffatome durch Siliziumatome zu ersetzen? Siehe dazu obige Illustration!</p>	
<p>Aufgabe IS-K-100: Wie viele Möglichkeiten gibt es, um in Cyclookтан</p>	
<p>a) drei b) vier</p>	
<p>der acht Kohlenstoffatome durch Siliziumatome zu ersetzen? Siehe dazu obige Illustration!</p>	

Lösungen:

<p>IS-K-1: $P_w = 34'650.$</p>	<p>IS-K-2: $C = \binom{n}{k}.$</p>
<p>IS-K-3: $n \cdot (n - 1) / 2 = 28 \rightarrow n^2 - n = 56 \rightarrow (n - 8) \cdot (n + 7) = 0 \rightarrow n = 8$</p>	
<p>IS-K-4: $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 4500.$</p>	
<p>IS-K-5: $V_w = 3^{11} = 177'147.$</p>	<p>IS-K-6: $V = \frac{12!}{7!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 95'040.$</p>
<p>IS-K-7: $C = \binom{49}{6} = \frac{49!}{43! 6!} = 13'983'816.$</p>	<p>IS-K-8: $20! / 8! = 6.034 \cdot 10^{13}.$</p>
<p>IS-K-9: $C = \binom{23}{4} = 8855.$</p>	
<p>IS-K-10: $V = \frac{23!}{19!} = 212'520.$</p>	<p>IS-K-11: $P = 17! = 3.557 \cdot 10^{14}.$</p>
<p>IS-K-12: $2^6 - 1 = 63.$</p>	<p>IS-K-13: $\frac{7!}{4!} + \frac{7!}{5!} = 252.$</p>
<p>IS-K-14: $45'000.$</p>	<p>IS-K-15: a) $\binom{40}{2} = 780.$ b) $\binom{40}{3} = 9880.$</p>
<p>IS-K-16: a) $\binom{19}{5} = 11'628.$ b) $19! / 14! = 1'395'360.$</p>	
<p>IS-K-17: a) $\binom{15}{7} = 6435.$ b) $15! / 8! = 32'432'400.$</p>	
<p>IS-K-18: $9 \cdot 10^3 = 9000.$</p>	

IS-K-19: a) $\binom{34}{11} = 286'097'760$. (b) $11! = 39'916'800$. (c) $11! \binom{34}{11} = \frac{34!}{23!} = 1,142 \cdot 10^{16}$.	IS-K-20: $\binom{24}{4} = 10'626$.
IS-K-22: a) $8^{12} = 68'719'476'736$. (b) $\binom{8+12-1}{12} = \binom{19}{12} = 50'388$.	IS-K-21: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.
IS-K-23: 13 Möglichkeiten.	
IS-K-24: a) $\binom{5}{2} = \binom{5}{3} = 10$. (b) $\binom{17}{7} = \binom{17}{10} = 19'448$. (c) $\binom{5}{2} \cdot \binom{17}{7} = 194'480$.	
IS-K-25: $11 \cdot 16! / 12! = 480'480$.	
IS-K-26: $V_w = 17^3 = 4913$.	IS-K-27: $3! 23! = 1.55 \cdot 10^{23}$.
IS-K-28: $V_w = 6^{25} = 2.84 \cdot 10^{19}$.	IS-K-29: $20! / 16! = 116'280$.
IS-K-30: $9^4 = 6561$.	IS-K-31: $(8!)^2 = 1'625'702'400$.
IS-K-32: a) $\binom{40}{2} - \binom{10}{2} + 1 = 736$. (b) $\binom{40}{3} - \binom{10}{3} = 9760$.	
IS-K-33: $\binom{36}{12} = 1'251'677'700$.	IS-K-34: $\binom{36}{9} \cdot \binom{27}{9} \cdot \binom{18}{9} = 2.145 \cdot 10^{19}$.
IS-K-35: $\binom{100}{12} = 1,0504 \cdot 10^{15}$.	IS-K-36: $\binom{50}{30} = 4.72 \cdot 10^{13}$.
IS-K-37: a) $\binom{7}{1} = 7$. (b) $\binom{7}{2} = 21$. (c) $\binom{7}{3} = 35$. (d) $2^7 - 1 = 127$.	
IS-K-38: $720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \rightarrow 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$.	
IS-K-39: $17! / (4!)^3 5! = 214'414'200$.	
IS-K-40: $\binom{6+4-1}{4} = 126$.	
IS-K-41: $10! / (2!)^3 = 453'600$.	
IS-K-42: a) $6^3 = 216$. (b) $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$. (c) $6 \cdot 6 \cdot 3 = 108$. (d) $3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$.	
IS-K-43: a) $9 \cdot 10 \cdot 5 = 450$. (b) $9 \cdot 1 \cdot 10 = 90$. (c) $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$. (d) $8 \cdot 9 \cdot 9 = 648$. (e) $1 \cdot 9 \cdot 9 + 8 \cdot 1 \cdot 9 + 8 \cdot 9 \cdot 1 = 225$. (f) $9 \cdot 10 \cdot 10 - 8 \cdot 9 \cdot 9 = 252$. (g) $8 \cdot 9 \cdot 9 - 7 \cdot 8 \cdot 8 = 200$.	
IS-K-44: $17! / [4! \cdot 6! \cdot 7!] = 4'084'080$.	
IS-K-45: 64.	
IS-K-46: $\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3} = 246'820$.	
IS-K-47: $3^{15} = 14'348'907$.	
IS-K-48: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 720$.	
IS-K-49: a) $\binom{22}{5} = 26'334$. (b) $22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 = 3'160'080$.	
IS-K-50: $10^4 = 10'000$.	
IS-K-51: $\binom{16}{2} \cdot \binom{34}{4} \cdot \binom{46}{6} \cdot \binom{4}{0} = 52'127'471'753'280$.	
IS-K-52: $2^8 = 256$.	
IS-K-53: $9 \cdot 10^6 - 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 8'455'680$.	
IS-K-54: a) $\binom{8}{3} = 56$. (b) $6^3 = 216$. (c) $6 \cdot \binom{7}{2} = 126$.	
IS-K-55: $12! / 2^6 = 7'484'400$.	

IS-K-56: a) $20! = 2.433 \cdot 10^{18}$. (b) $\binom{20}{5} = 15'504$. (c) $20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 = 1'860'480$. (d) $20! / (5!)^4 = 11'732'745'024$.				
IS-K-57: $\binom{36}{9} - \binom{32}{9} = 66'094'480$.				
IS-K-58: $\binom{4}{4} \cdot \binom{32}{14} \cdot \binom{18}{9} \cdot \binom{9}{9} \cdot \binom{18}{9} \cdot \binom{9}{9} = 1.114 \cdot 10^{18}$.				
IS-K-59: a) $\binom{32}{9} = 28'048'800$. (b) $\binom{4}{1} \cdot \binom{32}{8} = 42'073'200$. (c) $\binom{4}{2} \cdot \binom{32}{7} = 20'195'136$. (d) $\binom{4}{3} \cdot \binom{32}{6} + \binom{4}{4} \cdot \binom{32}{5} = 3'826'144$.				
IS-K-60:				
	(a)	(b)	(c)	(d)
1.	SW, WS, SG, GS, WG, GW	SW, SG, WS	WW, GG, SS, SG, GS, SW, WS, WG, GW	WW, GG, SS, SG, SW, WG
2.	Variation ohne Wiederholung	Kombination ohne Wiederholung	Variation mit Wiederholung	Kombination mit Wiederholung
4.	$V = 3! / (3-2)!$	$C = \binom{3}{2}$	$V_w = 3^2$	$C_w = \binom{3+2-1}{2}$
5.	6	3	9	6
IS-K-61: $6^3 = 216$.				
IS-K-62: $P_5 = 5! / (3! 2!) = 10$.			IS-K-63: $5! = 120$.	
IS-K-64: a) $\binom{49+6-1}{6} = 25'827'165$. (b) $\binom{49}{6} = 13'983'816$.				
IS-K-65: a) $40! / 5! = 6.7993 \cdot 10^{45}$. (b) $3^{34} = 1.6677 \cdot 10^{16}$.				
IS-K-66: $9! / 5! = 3024$.			IS-K-67: $18! / [4! 5!] = 2.223 \cdot 10^{12}$.	
IS-K-68: $9! / (9-4)! = 3024$.			IS-K-69: $\binom{5}{4} + \binom{4}{3} + \binom{3}{2} = 10$.	
IS-K-70: $2 \cdot 4! = 48$.				
IS-K-71: a) $6! / (2!)^2 = 180$. (b) $8! / 2! = 20'160$. (c) $8! / 3! = 6720$. (d) $9! / [4! 2! 2!] = 3780$.			IS-K-72: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$.	
IS-K-73: $10! [(4/2!) + (10/3!) \cdot 6 + (10 \cdot 9/4!) \cdot 6] = 125'193'600$.			IS-K-74: $\binom{36}{9} - \binom{32}{9} = 66'094'480$.	
IS-K-75: $[3 \cdot 13! / 5!] [(1/(4!)^2) + (1/(3! 5!))] = 486'486$.				
IS-K-76: $[3! 4! 5!] 3! = 103'680$.		IS-K-77: $\binom{12}{2} = 66$.	IS-K-78: $2^{12} = 4096$.	
IS-K-79: a) $\binom{20}{2} = 190$. (b) $\binom{20}{3} = 1140$.		IS-K-80: $\binom{25}{11} \binom{14}{11} = 1'622'493'600$.		
IS-K-81: a) $\binom{18}{12} = 18'564$. (b) $18! / 6! = 8'892'185'702'400$.				
IS-K-82: a) $2^6 = 64$. (b) $2^8 = 256$.		IS-K-83: $\binom{30}{3} = 4060$.		
IS-K-84: $\binom{30}{5} = 142'506$.		IS-K-85: a) $\binom{13}{8} = 1287$. (b) $\binom{9}{4}^2 = 15876$.		
IS-K-86: $11 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = 10'395$.		IS-K-87: $52 \cdot 11 \cdot 111 = 577'772$.		
IS-K-88: $10^3 = 1000$.		IS-K-89: $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11'880$.		
IS-K-90: a) $4 \cdot 3 = 12$. (b) $(4 \cdot 3)^2 = 12^2 = 144$. (c) $4 \cdot 3 = 12$.				
IS-K-91: $\binom{15}{5} + \binom{6}{1} \cdot \binom{15}{4} + \binom{6}{2} \cdot \binom{15}{3} = 18'018$.				
IS-K-92: $P_9^{(2,2)} - 2P_8^{(2)} + P_7 = [9! / (2!)^2] - 2(8! / 2!) + 7! = 55'440$.				

IS-K-93: a) $\binom{20}{5} = 15'504$. (b) $\binom{12}{3} = 220$. (c) $\binom{7}{3} = 35$. (d) $101 \cdot 100 = 10'100$.

IS-K-94: a) $8 \cdot 4 = 32$. (b) $24!/9! = 1.71 \cdot 10^{18}$. (c) $115 \cdot 114 \cdot 113 = 1'481'430$.
(d) $36^6 + 36^7 + 36^8 + 36^9 + 36^{10} = 3.76 \cdot 10^{15}$. (e) $17 \cdot 16 = 272$. (f) $\binom{12}{5} = 792$.

IS-K-95: a) $\binom{7}{3}^2 = 1225$. (b) $\binom{7}{2} \cdot \binom{7}{5} = 441$.

IS-K-96: $10 \cdot 5 \cdot 8 = 400$.

IS-K-97: $12 \cdot 10 \cdot 19 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 24 = 4'213'440$

IS-K-98: $4! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 1440$.

IS-K-99: a) $\frac{1}{2} \binom{8}{3} = 28$. (b) $\frac{1}{2} \left(\binom{8}{4} + \binom{4}{2} \right) = 38$.

IS-K-100: a) 5. (b) 8.