

Mathematische Logik

Es seien p und q Aussagen, die entweder wahr (w) oder falsch (f) sind.

Negation:

p	$\neg p$
w	f
f	w

Zweistellige Aussagefunktionen:

Konjunktion	Disjunktion	Implikation	Äquivalenz
p und q	p oder q	wenn p dann q	p genau dann wenn q
$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$

Wahrheitstabelle für zweistellige Aussagefunktionen:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
w	w	w	w	w	w
w	f	f	w	f	f
f	w	f	w	w	f
f	f	f	f	w	w

Aufgabe M-MAL-1: Erstelle Wahrheitstabellen für folgende einstellige Aussagefunktion:

- a) $p \wedge \neg p$ c) $p \Rightarrow \neg p$ e) $(p \wedge \neg p) \Rightarrow \neg p$ g) $(p \wedge \neg p) \Rightarrow p$
 b) $p \vee \neg p$ d) $p \Leftrightarrow \neg p$ f) $(p \vee \neg p) \Rightarrow \neg p$ h) $(p \vee \neg p) \Rightarrow p$

Aufgabe M-MAL-2: Überprüfe, ob folgende Aussagen s und t äquivalent sind:

- a) $s = p$ und $t = (p \wedge q) \vee p$
 b) $s = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ und $t = p \wedge (q \vee r)$
 c) $s = \neg(p \vee q)$ und $t = \neg p \wedge \neg q$
 d) $s = p \vee \neg p$ und $t = \neg((p \vee q) \wedge \neg q) \vee p$
 e) $s = \neg p \vee (\neg q \wedge \neg r)$ und $t = (\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg r)$
 f) $s = \neg p$ und $t = (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
 g) $s = (p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r)$ und $t = (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)$

Anmerkung: Zwei logische Ausdrücke sind äquivalent, wenn sie in einer vollständigen Wahrheitstabelle übereinstimmen, d.h. dieselben "Werte" wahr oder falsch annehmen.

Aufgabe M-MAL-3: Überprüfe anhand einer *Wahrheitstabelle* folgende Aussage: $(p \wedge q) \Rightarrow [(p \vee r) \wedge (q \vee r)]$.

Aufgabe M-MAL-4: Überprüfe anhand einer *Wahrheitstabelle* folgende Aussage: $(p \vee q) \Rightarrow [(p \Leftrightarrow r) \wedge (q \Leftrightarrow r)]$.

Lösungen:

M-MAL-1:					
		(a)	(b)	(c)	(d)
p	$\neg p$	$p \wedge \neg p$	$p \vee \neg p$	$p \Rightarrow \neg p$	$p \Leftrightarrow \neg p$
w	f	f	w	f	f
f	w	f	w	w	f

		(e)	(f)	(g)	(h)
p	$\neg p$	$(p \wedge \neg p) \Rightarrow \neg p$	$(p \vee \neg p) \Rightarrow \neg p$	$(p \wedge \neg p) \Rightarrow p$	$(p \vee \neg p) \Rightarrow p$
w	f	w	f	w	w
f	w	w	w	w	f

M-MAL-2

		(a)		(c)		(d)		(f)	
p	q	s	t	s	t	s	t	s	t
w	w	w	w	f	f	w	w	f	f
w	f	w	w	f	f	w	w	f	f
f	w	f	f	f	f	w	w	w	w
f	f	f	f	w	w	w	w	w	w
		$s \Leftrightarrow t$							

			(b)		(e)		(g)	
p	q	r	s	t	s	t	s	t
w	w	w	w	w	f	f	w	w
w	w	f	w	w	f	f	w	w
w	f	w	w	w	f	f	f	w
w	f	f	f	f	w	w	f	f
f	w	w	f	f	w	w	f	f
f	w	f	f	f	w	w	w	w
f	f	w	f	f	w	w	f	f
f	f	f	f	f	w	w	f	f
			$s \Leftrightarrow t$		$s \Leftrightarrow t$		$\neg(s \Leftrightarrow t)$	

M-MAL-3:

p	q	r	$s = (p \wedge q)$	$t = (p \vee r)$	$u = (q \vee r)$	$v = (t \wedge u)$	$x = (s \Rightarrow v)$
w	w	w	w	w	w	w	w
w	w	f	w	w	w	w	w
w	f	w	f	w	w	w	w
w	f	f	f	w	f	f	w
f	w	w	f	w	w	w	w
f	w	f	f	f	w	f	w
f	f	w	f	w	w	w	w
f	f	f	f	f	f	f	w

Die Aussage ist wahr.

M-MAL-4:

p	q	r	$s = (p \vee q)$	$t = (p \Leftrightarrow r)$	$u = (q \Leftrightarrow r)$	$v = (t \wedge u)$	$x = (s \Rightarrow v)$
w	w	w	w	w	w	w	w
w	w	f	w	f	f	f	f
w	f	w	w	w	f	f	f
w	f	f	w	f	w	f	f
f	w	w	w	f	w	f	f
f	w	f	w	w	f	f	f
f	f	w	f	f	f	f	w
f	f	f	f	w	w	w	w

Die Aussage ist falsch.