



Dijkstra-Algorithmus. Netzwerke¹



<https://youtu.be/igdvr2lJyZg>

Name: , Vorname: , Klasse:

Individueller Parameter (Nummer k):

Es sollen die kürzesten Pfade vom Knoten A des Graphen zu den restlichen Knoten im Graphen mit dem Dijkstra-Algorithmus bestimmt werden. Zu Beginn des Prozesses ist der Knoten A der "zuletzt besuchte Knoten". Zu Beginn ist nur der Knoten A ein "besuchter Knoten". Man durchläuft dann Runden bestehend aus zwei Schritten wie folgt: Die Entfernung des Knotens A vom Knoten A ist gleich null. Jede Runde hat einen "zuletzt besuchten Knoten". In der ersten Runde ist der Startknoten der "zuletzt besuchte Knoten".

1. Schritt:

Bestimme die Entfernungen der unbesuchten Trabanten des zuletzt besuchten Knotens vom Startknoten (A). Hierfür werden zur Entfernung des zuletzt besuchten Knotens vom Startknoten die Gewichte derjenigen Kanten addiert, welche den jeweiligen Trabanten mit dem zuletzt besuchten Knoten verbinden. Die berechneten Entfernungen vom Startknoten werden allenfalls auf den Knoten übertragen. Es gilt folgendes:

- Falls für den Trabanten auf dem Graphen ein Abstand vom Startknoten eingetragen ist, der nicht grösser ist als der in der aktuellen Runde bestimmte Abstand, wird der Eintrag im Graphen so belassen wie er ist.
- Falls für den Trabanten auf dem Graphen ein Abstand eingetragen ist, der grösser ist als der in der aktuellen Runde berechnete Abstand, so wird der zuletzt berechnete, kleinere Abstand im Graphen eingetragen, resp. der alte Eintrag wird überschrieben. Ausserdem wird als vorletzter Knoten (rechts oben) im aktuell kürzesten Pfad der "zuletzt besuchten Knoten" der aktuellen Runde angegeben.

¹ Unterlagen auf <https://www.mathepauker.com/MustereX/Benedict/Projektarbeiten/Dijkstra.pdf>

2. Schritt:

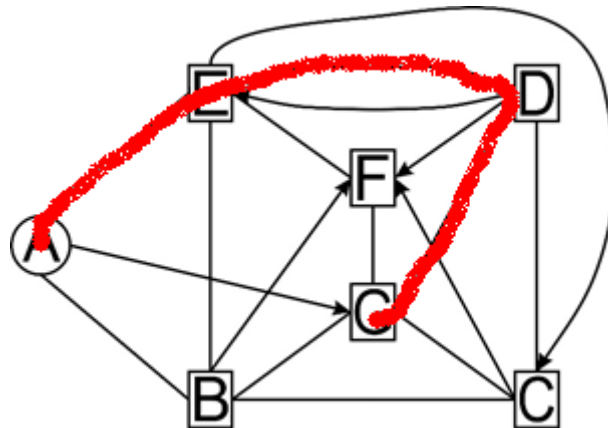
Falls es sich nicht um die letzte Runde handelt, bestimme von allen unbesuchten Knoten im Graphen denjenigen mit dem kleinsten Abstand vom Startknoten. Dieser Knoten ist der "zuletzt besuchte Knoten" der nächsten Runde, d.h. er wird fortan als "besuchter Knoten" betrachtet. In der letzten Runde macht dieser Schritt keinen Sinn.

Diese zwei Schritte werden im Begleitvideo noch genauer erklärt. Dort wird auch ein Beispiel vorgelöst.

Wenn man mit Bleistift arbeitet kann man den ganzen Ablauf auf nur einer Skizze des Graphen durchführen. Damit der Prozess nachvollziehbar wird, werden die Runden auf separaten Skizzen des Graphen illustriert. Dazu müssen Infos auf die jeweils nachfolgende Skizze übertragen werden.

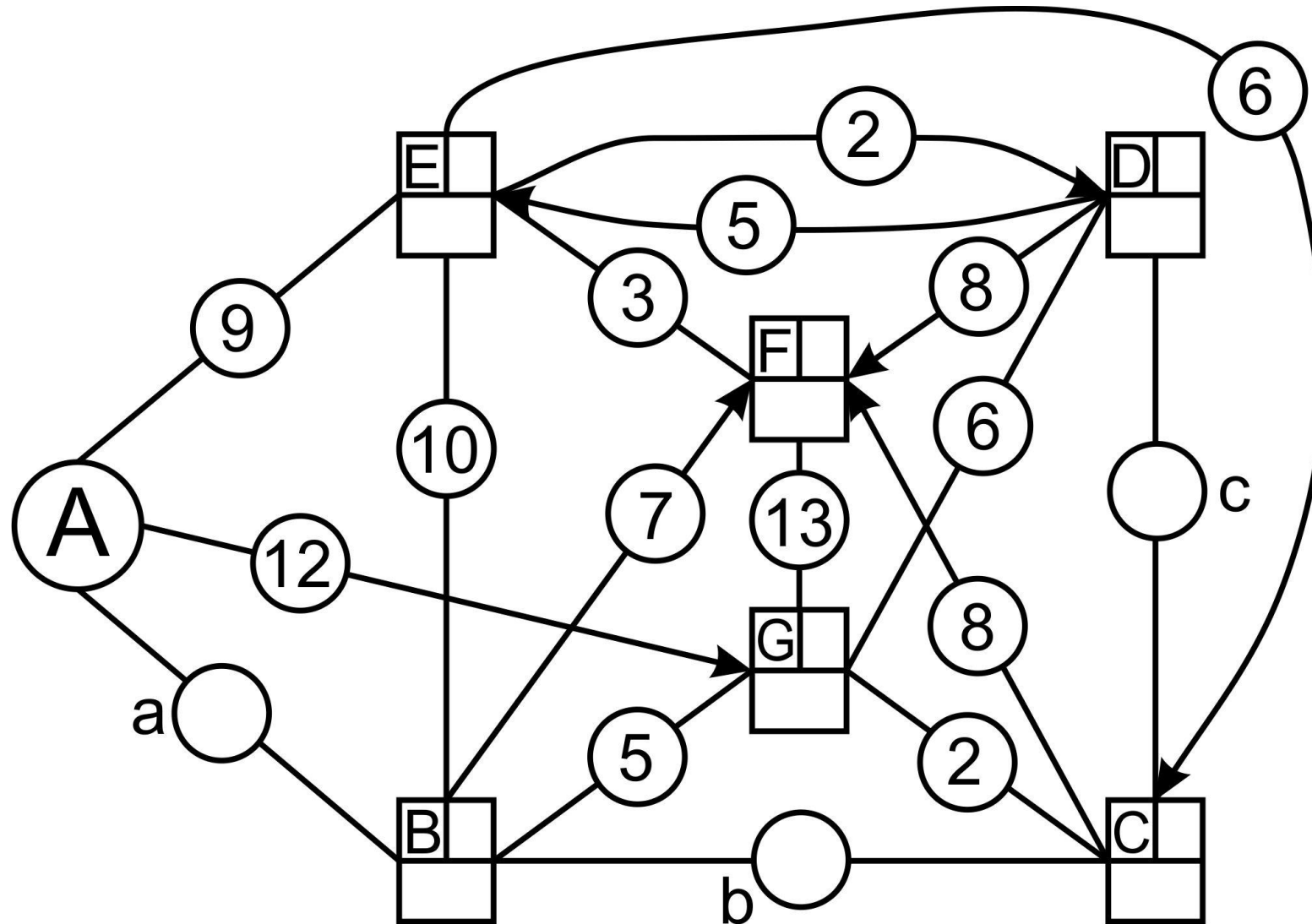
Am Schluss müsst ihr für jeden Knoten des Graphen, ausgenommen den Startknoten, den kürzesten Pfad notieren, sowie die Pfadlänge als Summe von Gewichten von Kanten ausrechnen. Diese Summe sollte mit der Angabe für die kürzeste Pfadlänge im Graphen (unten) übereinstimmen. Falls nicht, ist irgendetwas falsch gelaufen. Wie man aus dem beschrifteten Graphen der Endrunde die kürzesten Pfade herausliest könnt ihr im Begleitvideo nachschauen.

Die kürzesten Pfade vom Startknoten (A) zu den sechs Knoten B, C, D, E, F und G müssen auch in den Graphen mit Farbstift eingezeichnet werden. Dazu folgendes Beispiel für den Pfad $A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C$:

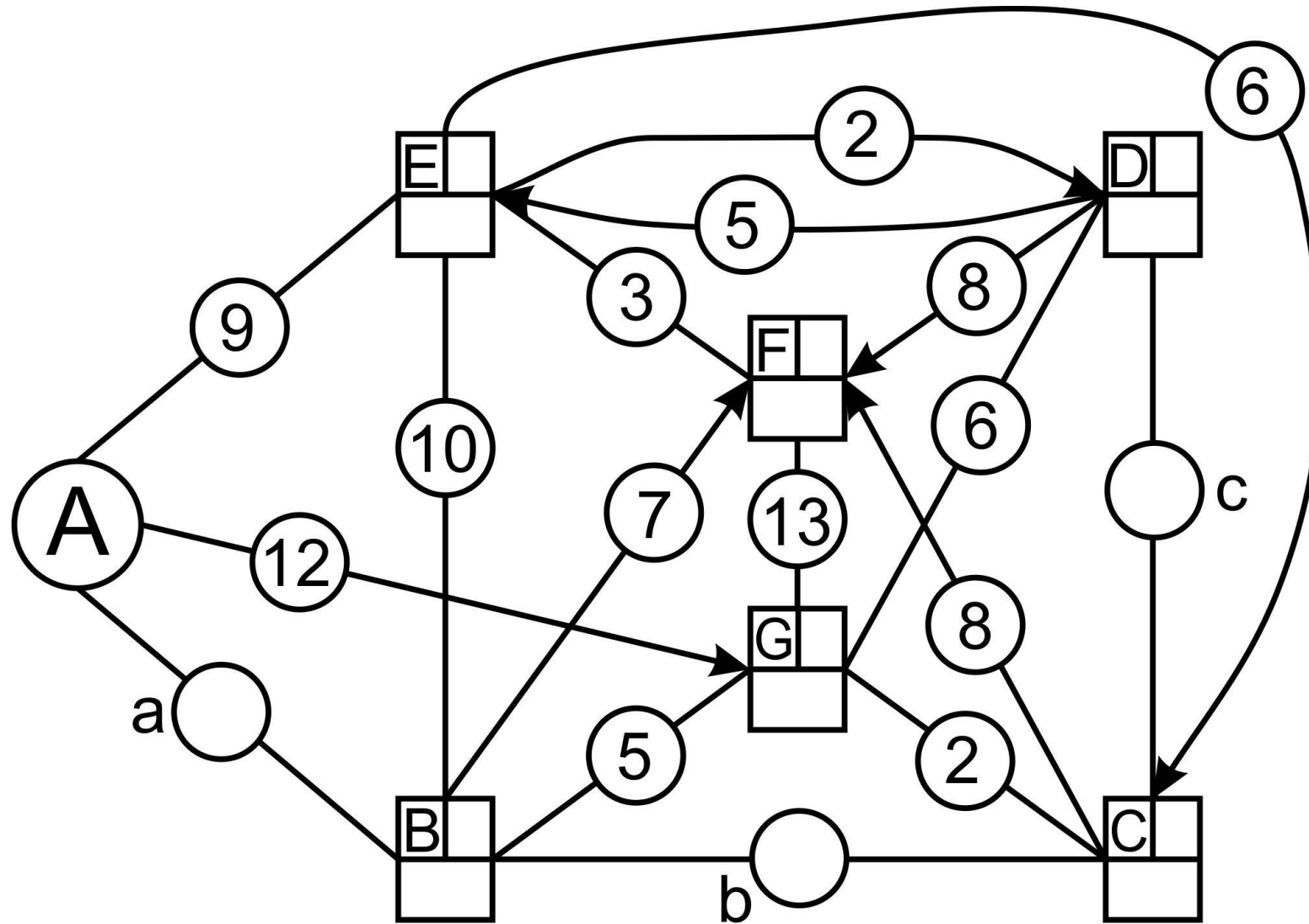


Die Unterlagen enthalten noch ein Zusatzblatt mit einem Graphen, das man verwenden kann, wenn in einer der Runden ein "irreparabler Fehler" gemacht wurde.

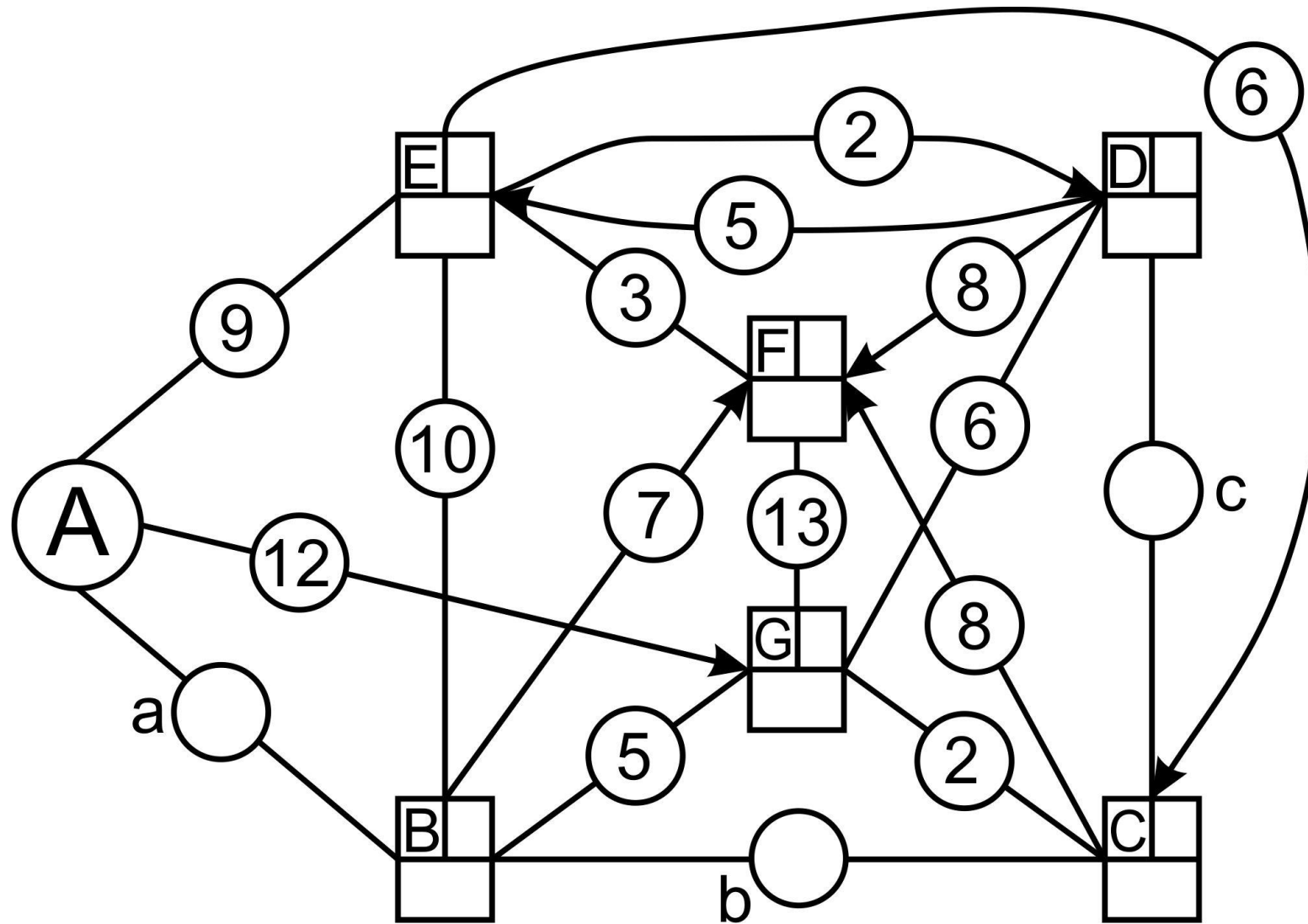
Runde I: Zuletzt besuchter Knoten: A



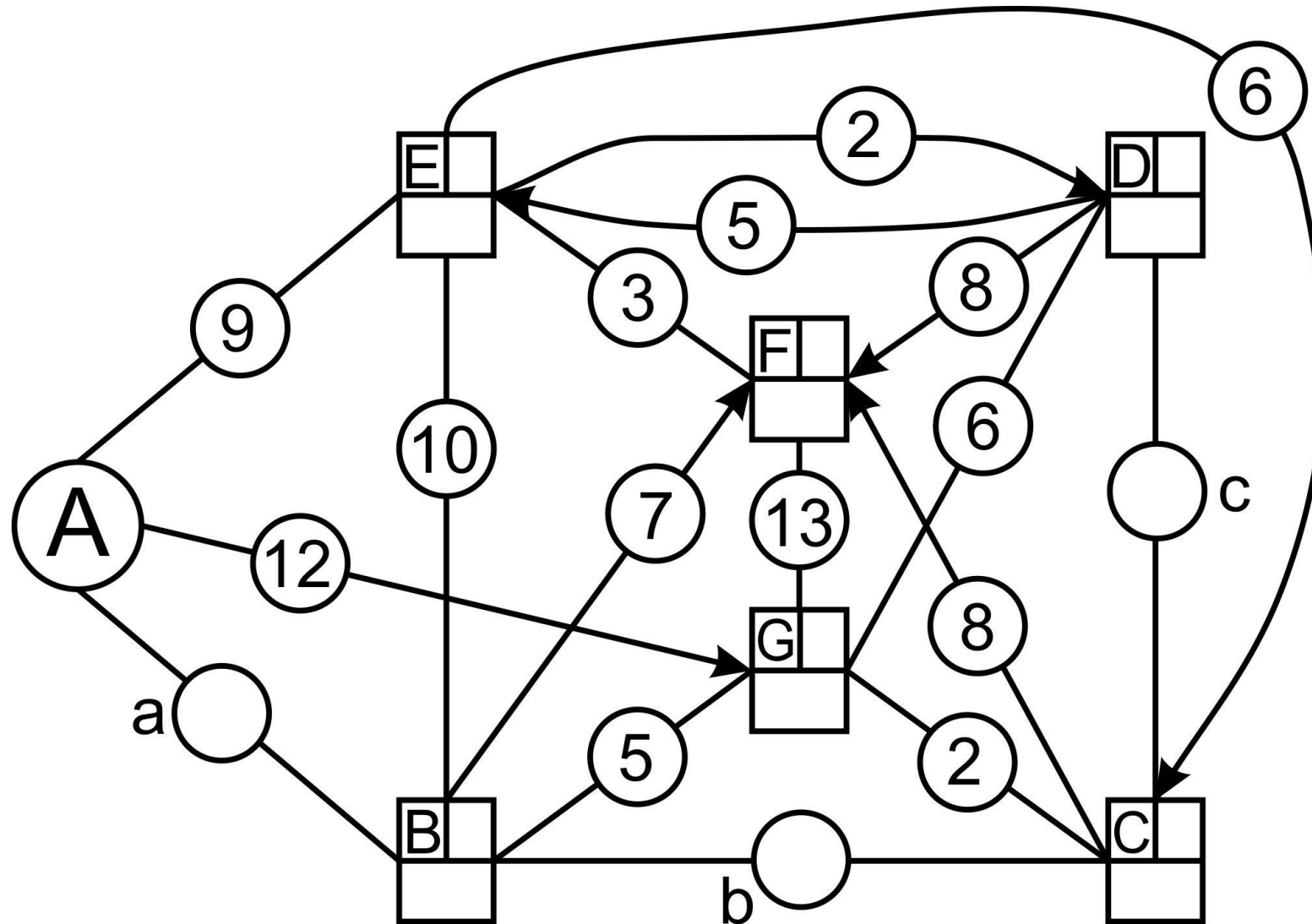
Runde II: Zuletzt besuchter Knoten:



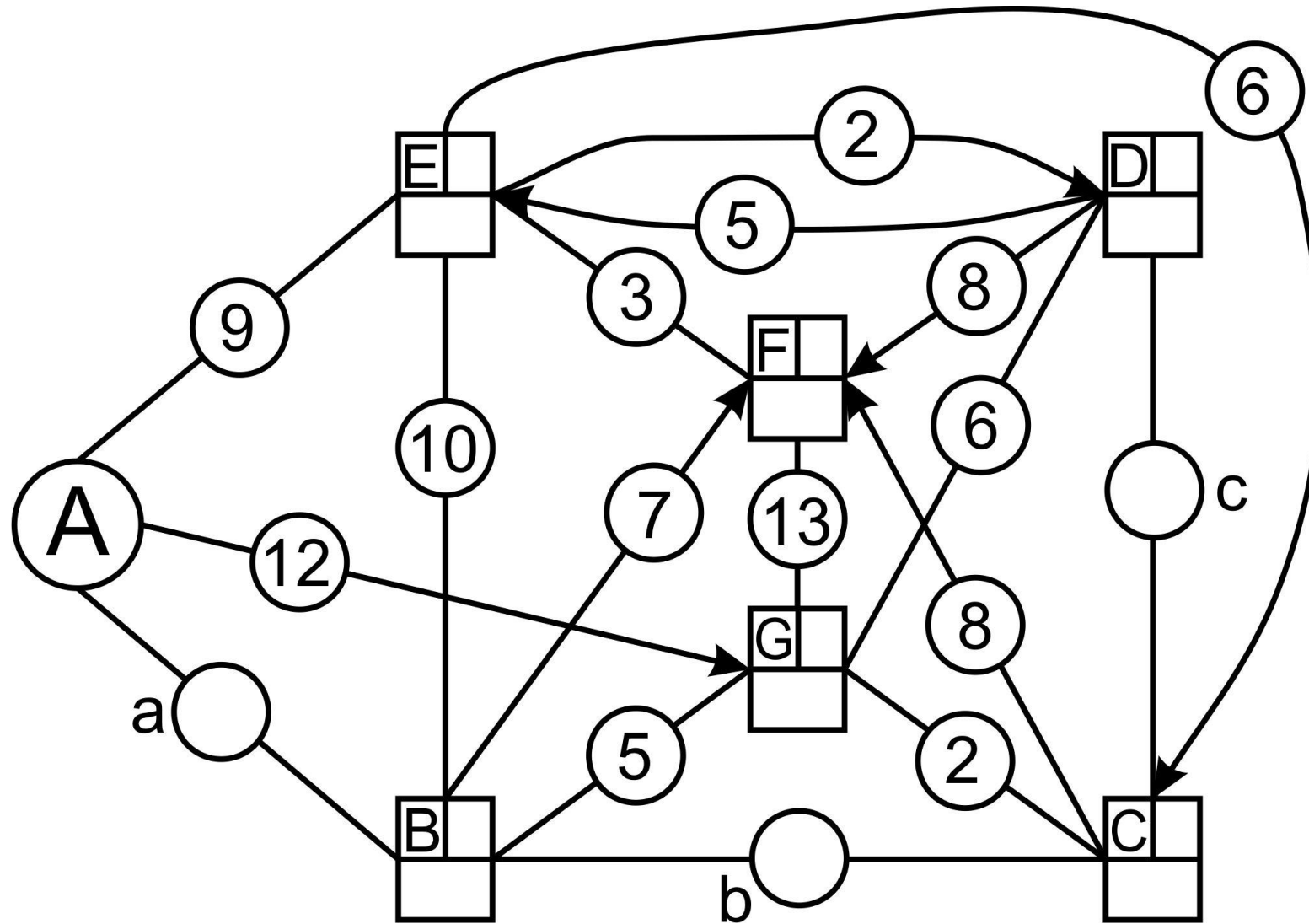
Runde III: Zuletzt besuchter Knoten:



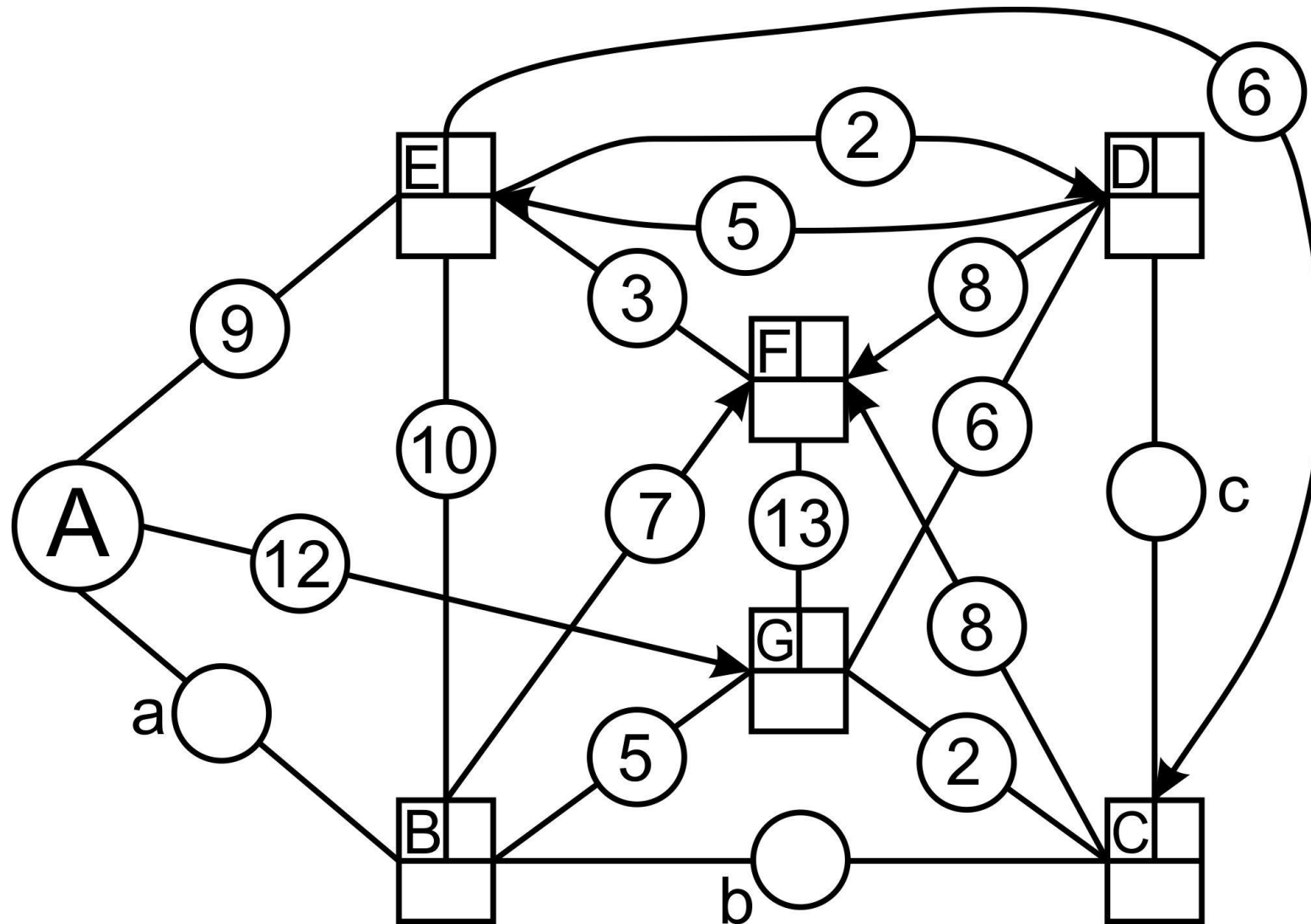
Runde IV: Zuletzt besuchter Knoten:



Runde V: Zuletzt besuchter Knoten:

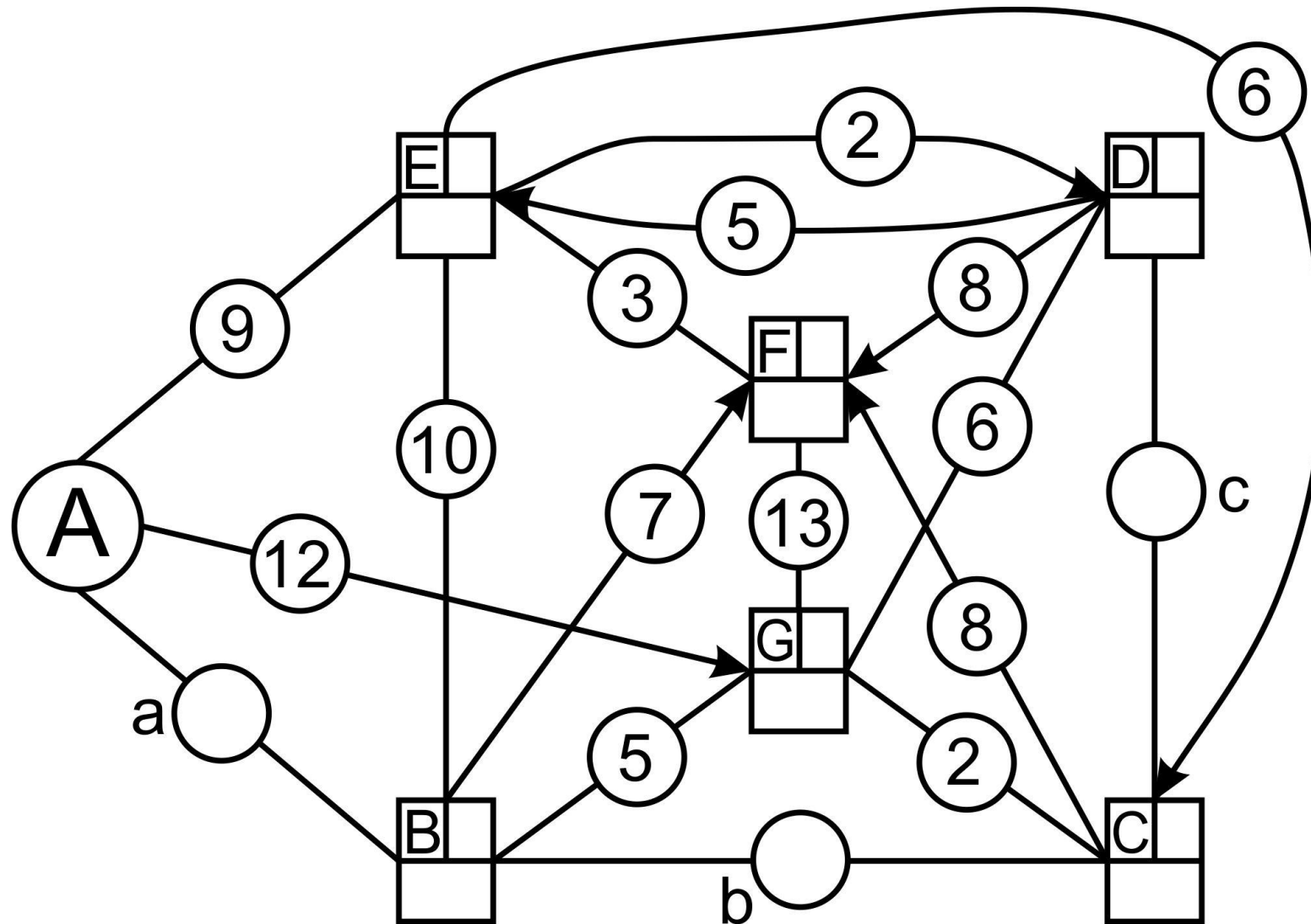


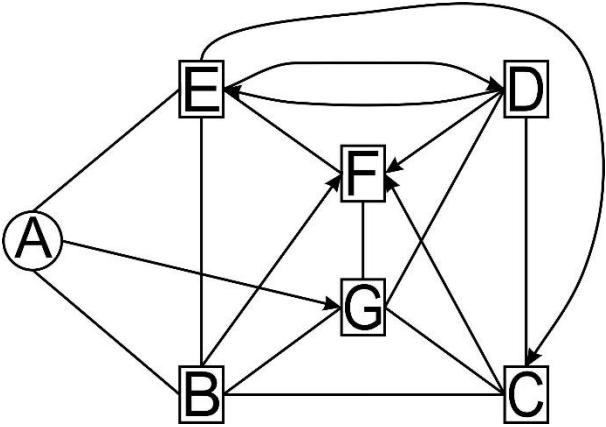
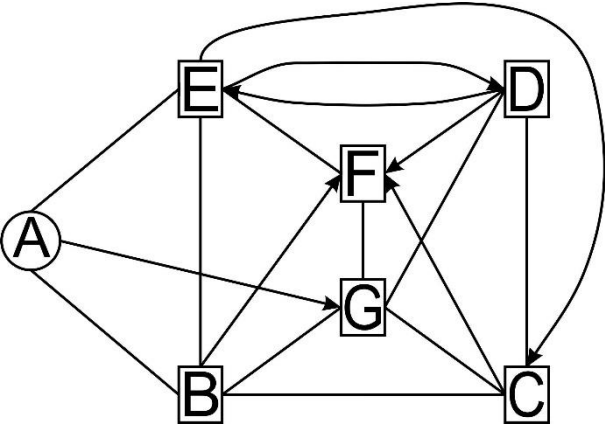
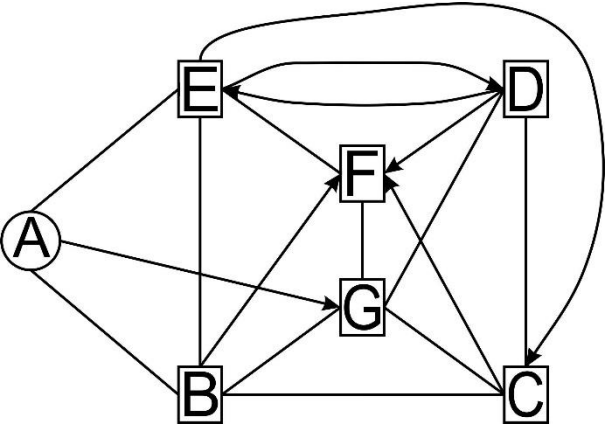
Runde VI: Zuletzt besuchter Knoten:

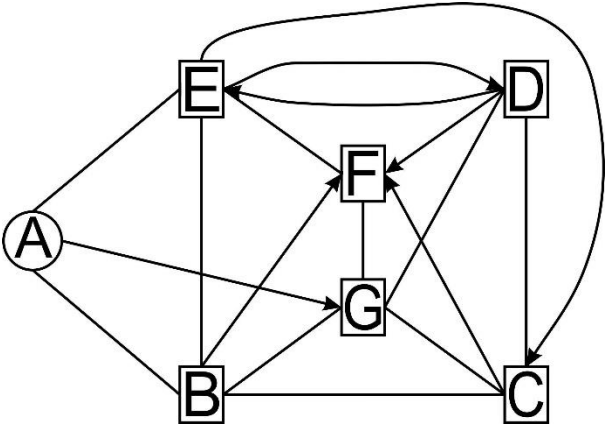
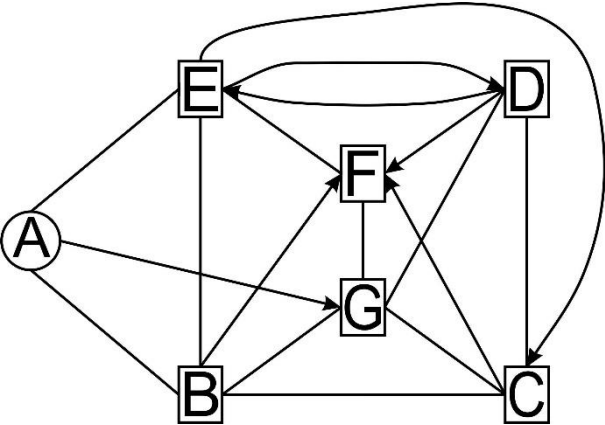
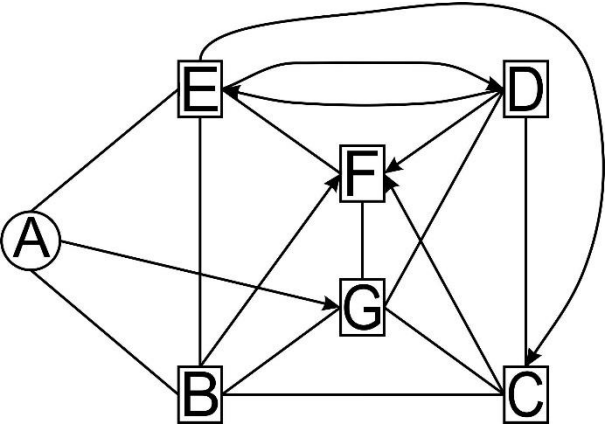


Zusatzblatt:

Runde : Zuletzt besuchter Knoten:



Knoten B	Knoten C	Knoten D
Kürzester Pfad:	Kürzester Pfad:	Kürzester Pfad:
Berechnung Pfadlänge:	Berechnung Pfadlänge:	Berechnung Pfadlänge:
Pfadlänge:	Pfadlänge:	Pfadlänge:
 <p>A directed graph with nodes A, B, C, D, E, F, G. Node A is a circle, while B, C, D, E, F, G are squares. Edges: A to B, A to G, B to C, B to E, B to F, C to D, C to E, C to F, C to G, D to E, D to F, D to G, E to F, E to G, F to G.</p>	 <p>A directed graph with nodes A, B, C, D, E, F, G. Node A is a circle, while B, C, D, E, F, G are squares. Edges: A to B, A to G, B to C, B to E, B to F, C to D, C to E, C to F, C to G, D to E, D to F, D to G, E to F, E to G, F to G.</p>	 <p>A directed graph with nodes A, B, C, D, E, F, G. Node A is a circle, while B, C, D, E, F, G are squares. Edges: A to B, A to G, B to C, B to E, B to F, C to D, C to E, C to F, C to G, D to E, D to F, D to G, E to F, E to G, F to G.</p>

Knoten E	Knoten F	Knoten G
Kürzester Pfad:	Kürzester Pfad:	Kürzester Pfad:
Berechnung Pfadlänge:	Berechnung Pfadlänge:	Berechnung Pfadlänge:
Pfadlänge:	Pfadlänge:	Pfadlänge:
 <p>A directed graph with nodes A, B, C, D, E, F, G. Node A is a circle, while B, C, D, E, F, G are squares. Edges: A→B, A→G, B→E, B→C, C→E, C→D, C→F, C→G, D→E, D→F, D→G, E→D, F→E, F→G, G→E, G→F.</p>	 <p>A directed graph with nodes A, B, C, D, E, F, G. Node A is a circle, while B, C, D, E, F, G are squares. Edges: A→B, A→G, B→E, B→C, C→E, C→D, C→F, C→G, D→E, D→F, D→G, E→D, F→E, F→G, G→E, G→F.</p>	 <p>A directed graph with nodes A, B, C, D, E, F, G. Node A is a circle, while B, C, D, E, F, G are squares. Edges: A→B, A→G, B→E, B→C, C→E, C→D, C→F, C→G, D→E, D→F, D→G, E→D, F→E, F→G, G→E, G→F.</p>

Anhang

k	a	b	c	k	a	b	c	k	a	b	c	k	a	b	c
1	5	3	5	39	3	3	4	77	6	5	3	115	3	6	7
2	4	6	8	40	6	5	7	78	6	4	7	116	5	6	6
3	5	6	8	41	7	7	4	79	3	5	8	117	7	5	8
4	7	6	8	42	6	4	8	80	6	7	8	118	6	3	7
5	4	7	3	43	6	7	6	81	4	4	7	119	4	6	4
6	7	6	7	44	7	4	8	82	7	5	6	120	4	4	3
7	4	3	4	45	6	4	4	83	4	5	8	121	6	3	4
8	6	5	5	46	3	3	6	84	7	7	8	122	7	5	3
9	4	3	6	47	5	6	7	85	5	4	5	123	3	4	3
10	3	3	8	48	4	5	4	86	3	3	5	124	7	5	7
11	3	5	6	49	5	3	4	87	3	4	8	125	5	7	6
12	4	5	6	50	5	5	5	88	5	6	5	126	5	3	8
13	7	4	5	51	6	5	8	89	6	3	8	127	7	6	5
14	5	6	3	52	6	7	5	90	4	3	5	128	4	5	3
15	5	3	6	53	7	7	5	91	7	6	4	129	7	7	3
16	7	6	6	54	7	5	4	92	7	6	3	130	5	8	5
17	3	3	7	55	7	7	7	93	7	3	5	131	6	3	5
18	5	7	5	56	3	5	3	94	3	5	4	132	4	7	8
19	3	4	6	57	5	6	4	95	4	7	5	133	4	4	6
20	3	6	5	58	7	4	6	96	3	6	6	134	7	7	6
21	7	3	7	59	4	5	5	97	4	6	6	135	5	4	8
22	7	3	3	60	5	3	3	98	5	7	8	136	6	7	4
23	3	7	3	61	6	5	6	99	4	7	6	137	6	4	3
24	6	4	6	62	4	3	3	100	6	6	3	138	5	4	6
25	5	5	6	63	7	3	6	101	3	7	6	139	7	4	4
26	3	7	7	64	3	4	4	102	7	4	3	140	7	3	8
27	7	4	7	65	6	4	5	103	4	4	8	141	4	6	7
28	6	7	3	66	3	5	5	104	5	5	8	142	4	7	4
29	4	3	7	67	3	7	8	105	5	7	3	143	4	6	3
30	5	5	4	68	3	7	5	106	6	7	7	144	5	3	7
31	5	7	7	69	3	6	3	107	6	6	7	145	3	6	8
32	5	7	4	70	6	3	6	108	6	3	3	146	6	6	4
33	3	3	3	71	5	4	7	109	5	4	3	147	4	5	7
34	4	7	7	72	3	7	4	110	7	3	4	148	6	6	6
35	3	4	5	73	3	4	7	111	3	5	7	149	5	5	3
36	5	4	4	74	3	6	4	112	4	3	8	150	5	5	7
37	6	5	4	75	6	6	8	113	6	6	5	151	8	3	4
38	7	5	5	76	4	6	5	114	4	4	5	152	4	4	4