

Korrelationsanalyse^a

Bénédict
<https://youtu.be/TurRajMK6dA>



Name: , Vorname:

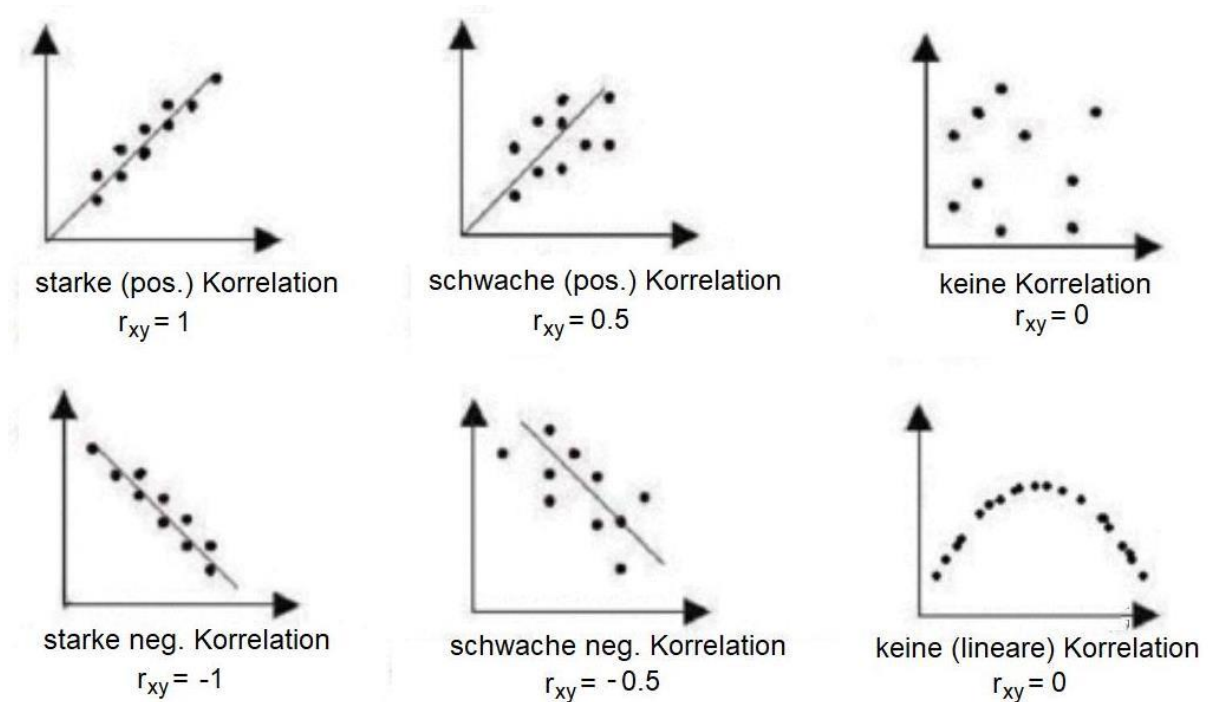
Individueller Parameter (Nummer k):

Titel: A: , B: , C:

1. Einführung:

Wenn zwei Messgrößen voneinander abhängig ist, sagt man, dass sie «korreliert» seien. Es kann sein, dass eine Messgröße stets zunimmt wenn eine zweite Messgröße y zunimmt. Diese beiden Messgrößen sind dann korreliert. Falls die beiden Messgrößen sich gegenseitig nicht beeinflussen bezeichnet man sie als unkorreliert.

Wir werden hier eine Beziehung untersuchen, die man als lineare Korrelation bezeichnet.



Wir wollen annehmen, dass wir eine Stichprobe von Zahlenpaaren haben, z.B. Grösse und Gewicht von Personen oder Alter und Gewicht von Personen. Für Stichproben von Zahlenpaaren kann man eine statistische Grösse berechnen, welche darüber Auskunft gibt, ob die beiden Grössen korreliert sind oder nicht. Die Zahlenpaare seien $(x_j|y_j)$ mit $j = 1, 2, 3, \dots, n$. Die Stichprobe enthält also n Zahlenpaare. Die Grösse n wird als Stichprobenumfang bezeichnet. Für die Grössen x_j

^a Unterlagen auf <https://www.mathepauker.com/Musterex/Benedict/Projektarbeiten/Korrelationsanalyse.pdf> und <https://www.mathepauker.com/Musterex/Benedict/Projektarbeiten/Korrelationsanalyse.xlsx>

und y_j kann man eine statistische Grössen definieren, die man als Mittelwert und Standardabweichung bezeichnet wie folgt: 3 – 4

Mittelwert:
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \quad \text{und} \quad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n}{n}$$

Standardabw.:
$$s_x = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{(y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + (y_3 - \bar{y})^2 + \dots + (y_n - \bar{y})^2}{n - 1}}$$

Für Wertepaare $(x_j|y_j)$ kann man eine statistische Grösse definieren, die man als Kovarianz bezeichnet.

Kovarianz:

$$s_{xy} = \frac{(x_1 - \bar{x}) \cdot (y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x}) \cdot (y_2 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x}) \cdot (y_n - \bar{y})}{n - 1}$$

Mit der Kovarianz und der Standardabweichung kann man schlussendlich die Grösse von aktuellem Interesse definieren – den Korrelationskoeffizienten r_{xy}

Korrelationskoeffizient:
$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y}$$

Der Korrelationskoeffizient hat einen eingeschränkten Wertebereich wie folgt:

$$-1 \leq r_{xy} \leq 1$$

Wenn r_{xy} im Betrag klein ist, d.h. wenn $r_{xy} \approx 0$, dann besteht keine lineare Korrelation zwischen den Messgrössen x und y . Es kann sein, dass zwei Grössen offensichtlich voneinander abhängig sind und ihr Korrelationskoeffizient ist trotzdem klein. Ein Beispiel dieser Art wird bei obigen Diagrammen gezeigt. Die Kurve sieht aus wie eine nach unten geöffnete Parabel, d.h. es gibt offensichtlich eine Beziehung zwischen den Grössen. Der Korrelationskoeffizient r_{xy} ist jedoch trotzdem klein. Der Korrelationskoeffizient ist ein Indikator für lineare Korrelation. Das entsprechende Streudiagramm zeigt eine starke Korrelation zwischen den beiden Grössen, aber es handelt sich nicht um eine lineare Korrelation.

Man unterscheidet zwischen positiver und negativer Korrelation. Je ein Beispiel für positive und negative Korrelation wäre wie folgt:

- Positive Korrelation: Je länger man im Auto unterwegs ist, desto grösser ist die zurückgelegte Strecke.
- Negative Korrelation: Je länger man im Auto unterwegs ist, desto weniger Treibstoff ist im Tank.

Bei positiver Korrelation ist der Korrelationskoeffizient positiv mit einem maximalen Wert von $+1$. Wenn die beiden Grössen in den Zahlenpaaren voneinander exakt linear abhängig sind gilt $r_{xy} = +1$. Bei negativer Korrelation ist es genau umgekehrt. Dann gilt $r_{xy} < 0$ und wenn die Grössen x und y exakt linear voneinander abhängig sind gilt $r_{xy} = -1$.

2. Verwendete Daten

Wir verwenden die Werte der Aktien des SMI (Swiss Market Index) in den Jahren 2019 und 2020. Der SMI enthält 20 Titel wie folgt:

Aktie	Abkürzung	Nr.	Aktie	Abkürzung	Nr.
ABB	ABBN	1	Novartis	NOVN	11
Alcon*	ALC	2	Partners Group	PGHN	12
Richemont	CFR	3	Roche	ROG	13
Credit Suisse	CSGN	4	Swisscom	SCMN	14
Geberit	GEBN	5	SGS	SGSN	15
Givaudan	GIVN	6	Sika	SIKA	16
Holcim	HOLN	7	Swiss Life	SLHN	17
Logitech	LOGN	8	Swiss Re	SREN	18
Lonza	LONN	9	UBS	UBSG	19
Nestlé	NESN	10	Zurich Insurance	ZURN	20

*Daten unvollständig

Für die Aktien von Alcon waren jedoch Werte erst ab 08. April 2019 verfügbar. Aus diesem Grund werden die Daten von Alcon nicht verwendet. Es sind also Kurse von 19 Aktien an rund 500 Börsentagen verfügbar. Im gewählten Zeitraum hatte die Covid-19 Pandemie einen starken Einfluss auf das Geschehen an den Börsen. Der Zeitraum von zwei Jahren wurde in acht Quartale mit rund 60 Börsentagen aufgeteilt wie folgt:

Quartal	Beginn	Ende	Anzahl Börsentage
1.	03.01.2019	29.03.2019	62
2.	01.04.2019	28.06.2019	60
3.	01.07.2019	30.09.2019	65
4.	01.10.2019	30.12.2019	62
5.	03.01.2020	31.03.2020	63
6.	01.04.2020	30.06.2020	60
7.	01.07.2020	30.09.2020	66
8.	01.10.2020	30.12.2020	63

Die Daten werden in einer EXCEL-Mappe automatisch berechnet. Je nach dem Wert des individuellen Parameters werden drei Titel gemäss der Tabelle im Anhang ausgewählt. Z.B. für $k = 41$ verwendet man als Datensatz die Kurswerte der Aktien HOLN, PGHN und SLHN. In die Zellen A1, A2 und A3 der Seite «Korrelation» der EXCEL-Arbeitsmappe wird somit HOLN, PGHN, resp. SLHN eingetragen.

3. Der Auftrag

Für die verschiedenen Quartale soll für jeden Aktienkurs festgehalten werden, ob er schwach oder stark steigt oder fällt. Die Aktien werden nunmehr nur als A, B und C bezeichnet. Für die drei Aktienkurse soll für die Intervalle untenstehende Tabelle ausgefüllt werden. Siehe dazu auch das Video (<https://youtu.be/TurRajMK6dA>).

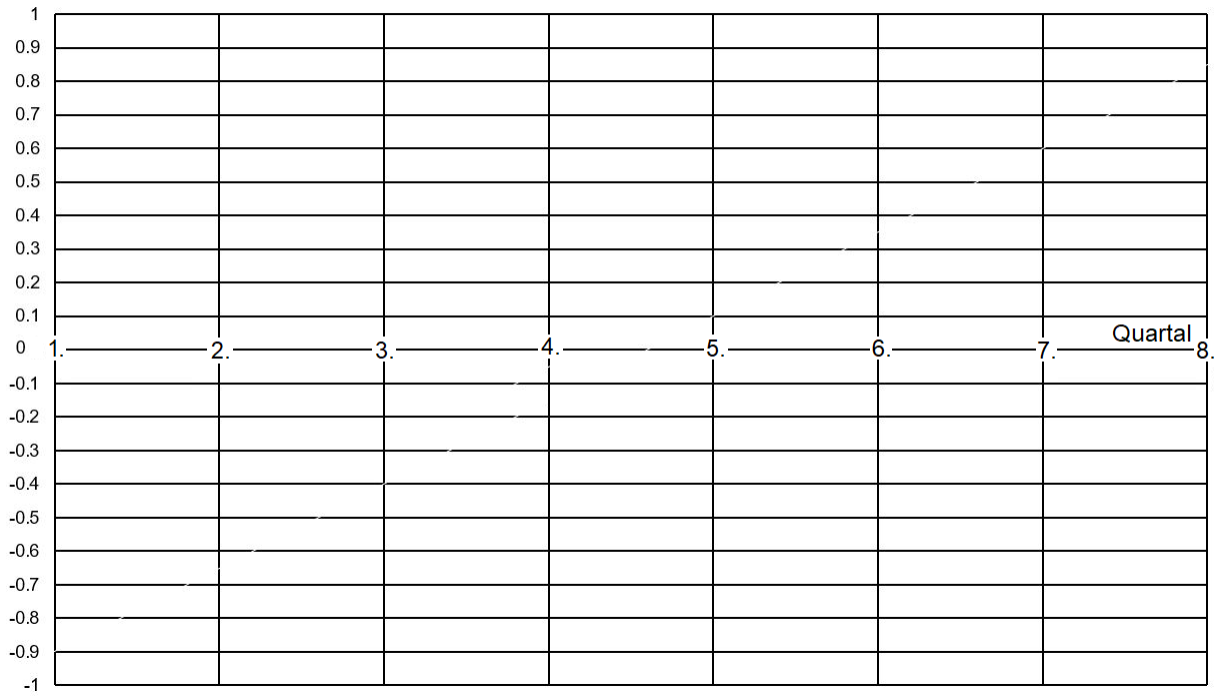
Quartal	Diskussion
1.	<p>A: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>B: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>C: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AB}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AC}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{BC}:</p> <p>Kommentar:</p>
2.	<p>A: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>B: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>C: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AB}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AC}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{BC}:</p> <p>Kommentar:</p>

3.	<p>A: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>B: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>C: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AB}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AC}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{BC}:</p> <p>Kommentar:</p>
4.	<p>A: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>B: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>C: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AB}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AC}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{BC}:</p> <p>Kommentar:</p>

5.	<p>A: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>B: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>C: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AB}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AC}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{BC}:</p> <p>Kommentar:</p>
6.	<p>A: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>B: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>C: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AB}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AC}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{BC}:</p> <p>Kommentar:</p>

7.	<p>A: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>B: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>C: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AB}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AC}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{BC}:</p> <p>Kommentar:</p>
8.	<p>A: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>B: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>C: Verhältnis Streuung/Steigung:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AB}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{AC}:</p> <p>Korrelationskoeffizient r_{BC}:</p> <p>Kommentar:</p>

Korrelationskoeffizienten



Fazit:

Anhang: Liste der k-Werte

k	Titel A	Titel B	Titel C	k	Titel A	Titel B	Titel C	k	Titel A	Titel B	Titel C
1	ABBN	CFR	CSGN	51	CSGN	NESN	SIKA	101	GEBN	SCMN	ZURN
2	ABBN	ROG	ZURN	52	CFR	CSGN	SREN	102	SGSN	SLHN	ZURN
3	LONN	NESN	SLHN	53	GEBN	ROG	SCMN	103	LOGN	UBSG	ZURN
4	GEBN	LONN	ZURN	54	PGHN	SCMN	ZURN	104	GIVN	NESN	SGSN
5	GIVN	LOGN	SCMN	55	PGHN	SLHN	ZURN	105	PGHN	ROG	UBSG
6	CFR	LOGN	SIKA	56	ABBN	GIVN	UBSG	106	HOLN	LONN	SLHN
7	ABBN	GEBN	ZURN	57	PGHN	SIKA	SREN	107	NESN	SIKA	ZURN
8	HOLN	SLHN	UBSG	58	GEBN	SIKA	SLHN	108	CFR	CSGN	NOVN
9	HOLN	SLHN	ZURN	59	GIVN	HOLN	NESN	109	CFR	LOGN	NESN
10	SCMN	SGSN	SIKA	60	CSGN	HOLN	LONN	110	LOGN	PGHN	SCMN
11	CSGN	ROG	SIKA	61	GEBN	SCMN	SGSN	111	ABBN	ROG	UBSG
12	GIVN	HOLN	ROG	62	CFR	ROG	UBSG	112	ABBN	CFR	GIVN
13	NESN	SCMN	SLHN	63	ABBN	LONN	ROG	113	GEBN	GIVN	PGHN
14	ABBN	GEBN	HOLN	64	SCMN	SREN	ZURN	114	ABBN	CSGN	SCMN
15	ABBN	GIVN	PGHN	65	ABBN	HOLN	UBSG	115	LOGN	NOVN	SLHN
16	GIVN	LOGN	NOVN	66	GEBN	SGSN	SLHN	116	SCMN	SGSN	UBSG
17	HOLN	SGSN	UBSG	67	CSGN	ROG	SLHN	117	CFR	NESN	SIKA
18	ABBN	CFR	NOVN	68	CFR	SGSN	UBSG	118	CFR	GEBN	SLHN
19	ABBN	HOLN	PGHN	69	ROG	SCMN	SGSN	119	CSGN	GIVN	ZURN
20	GEBN	GIVN	SGSN	70	GEBN	NESN	SIKA	120	PGHN	ROG	SGSN
21	LOGN	LONN	ROG	71	SCMN	SIKA	SREN	121	HOLN	PGHN	SREN
22	GIVN	SCMN	UBSG	72	ABBN	GIVN	LONN	122	ABBN	SREN	UBSG
23	ROG	SLHN	ZURN	73	LONN	NOVN	SCMN	123	HOLN	SREN	ZURN
24	NESN	SREN	UBSG	74	LONN	PGHN	SGSN	124	CSGN	ROG	SREN
25	GIVN	HOLN	ZURN	75	NESN	ROG	ZURN	125	CSGN	ROG	ZURN
26	ABBN	LONN	SCMN	76	ABBN	ROG	SCMN	126	GEBN	SGSN	SIKA
27	HOLN	PGHN	UBSG	77	ABBN	CFR	UBSG	127	ABBN	SLHN	SREN
28	GEBN	GIVN	ROG	78	LOGN	LONN	SGSN	128	GIVN	SCMN	SREN
29	LOGN	NESN	SREN	79	NOVN	SCMN	UBSG	129	GIVN	SGSN	SIKA
30	PGHN	SREN	UBSG	80	HOLN	NESN	PGHN	130	GIVN	NESN	SLHN
31	LONN	NOVN	SGSN	81	LOGN	ROG	SREN	131	ABBN	SLHN	UBSG
32	CFR	ROG	SGSN	82	PGHN	ROG	SLHN	132	CSGN	UBSG	ZURN
33	LOGN	SGSN	SREN	83	CFR	LONN	ZURN	133	ABBN	SGSN	UBSG
34	CSGN	HOLN	SREN	84	CSGN	GIVN	LONN	134	GIVN	NOVN	SIKA
35	HOLN	NESN	SGSN	85	CSGN	LONN	SREN	135	CFR	NOVN	ZURN
36	LONN	NESN	SREN	86	GEBN	UBSG	ZURN	136	GEBN	ROG	SIKA
37	CSGN	NOVN	ROG	87	GIVN	SGSN	SLHN	137	SIKA	SLHN	ZURN
38	CFR	NOVN	SGSN	88	NESN	SLHN	ZURN	138	ABBN	ROG	SGSN
39	LOGN	ROG	SGSN	89	GEBN	GIVN	NESN	139	CFR	HOLN	LONN
40	LONN	NESN	SGSN	90	NESN	SIKA	UBSG	140	HOLN	LONN	SCMN
41	HOLN	PGHN	SLHN	91	CFR	SCMN	SIKA	141	LONN	UBSG	ZURN
42	ABBN	HOLN	SREN	92	GIVN	LOGN	UBSG	142	GEBN	NOVN	UBSG
43	HOLN	NESN	SCMN	93	GEBN	NESN	UBSG	143	CSGN	SCMN	SIKA
44	NOVN	UBSG	ZURN	94	CFR	SREN	ZURN	144	CFR	HOLN	ROG
45	CFR	SCMN	UBSG	95	CFR	GEBN	SGSN	145	ABBN	CSGN	SIKA
46	GEBN	LOGN	LONN	96	CFR	CSGN	GEBN	146	PGHN	SGSN	UBSG
47	LONN	NOVN	UBSG	97	GIVN	PGHN	SGSN	147	GEBN	HOLN	NOVN
48	GEBN	NOVN	ZURN	98	LONN	SREN	ZURN	148	ABBN	SGSN	ZURN
49	CFR	NESN	SCMN	99	ABBN	GEBN	GIVN	149	GEBN	GIVN	LOGN
50	CFR	SGSN	SIKA	100	GIVN	LOGN	SIKA	150	PGHN	ROG	SCMN