



https://youtu.be/OMbul59WU_s

Regeltechnik. Optimierung eines PID-Reglers mit EXCEL^a

Name: , Vorname: , Klasse:

Individueller Parameter (Nummer k):

Einführung:

Wenn auf einem Flugzeugträger ein Flugzeug mit einem Katapult in die Luft gebracht werden soll muss das Katapult je nach Masse des Flugzeugs und der Schubkraft seiner Triebwerke eine unterschiedlich grosse Kraft beisteuern. Um die Belastung auf das Flugzeug gering zu halten wird nur so viel Kraft eingesetzt, dass das Flugzeug sicher abhebt. In anderen Worten, der Prozess muss gesteuert werden. Man kann sich dann überlegen wie die Geschwindigkeit sich zeitlich verändern sollte.

Eine simple Steuerung funktioniert wie ein Thermostat, der eine Heizung in Betrieb setzt, wenn die Temperatur einen Sollwert unterschreitet. Eine etwas ausgeklügeltere Methode der Steuerung bestünde darin, dass die Heizleistung dosiert wird je nachdem wie weit die Temperatur unter ihrem Prozesswert entfernt liegt.

Für anspruchsvollere Steuerungen werden heute häufig neuronale Netzwerke verwendet. Für einfache technische Anwendungen sind jedoch nach wie vor häufig PID-Steuerungen im Einsatz.

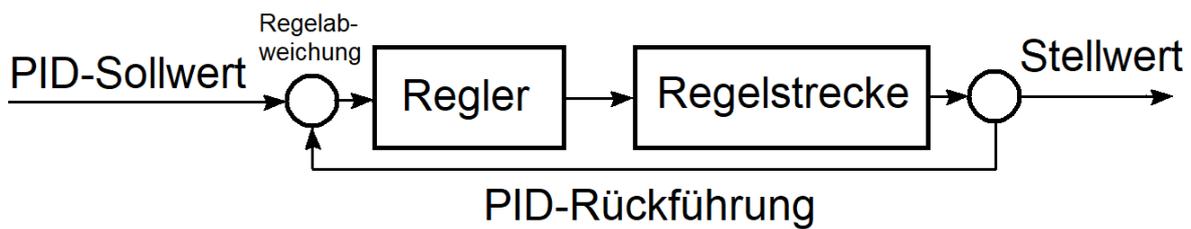
Eine PID-Steuerung besteht aus drei Komponenten, die man separat als "Regler" bezeichnen kann so, dass eine PID-Regelung aus dem Zusammenspiel von drei Reglern besteht, einem P-Regler, einem I-Regler und einem D-Regler. Jeder der drei Regler enthält genau einen Parameter. Wenn man einen Parameter gleich null setzt wird der betreffende Regler effektiv eliminiert. Ein P-Regler und ein I-Regler können einen Prozess alleine steuern. Ein D-Regler allein funktioniert jedoch nicht. Die P-, I- und D-Anteile eines PID-Reglers werden als Proportional-, Integral-, resp. Differentialanteil bezeichnet.

Die Stellgösse $y(t)$ ist aus diesen drei Anteilen zusammengesetzt wie folgt:

$$y(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{d e(t)}{dt}$$

^a Unterlagen auf <https://www.mathepauker.com/MustereX/Benedict/Projektarbeiten/PID-Regelung.pdf>

Eine PID-Regelung sieht formal aus wie folgt:



Der Algorithmus enthält drei Parameter K_P , K_I und K_D . Bei dieser Übung sollen diese drei Parameter für unterschiedliche zeitliche Verläufe des PID-Sollwerts optimiert werden. Damit man diese Parameter optimieren kann muss eine mathematische Zielfunktion bestimmt werden, welche die Leistung des Algorithmus widerspiegelt. Die Zielfunktion ist definiert wie folgt:

$$Z(K_P, K_I, K_D) = \sum_j (|y_{\text{soll}}(t_j) - y(t_j)| + \varepsilon |y(t_j) - y(t_{j-1})|)$$

In der Zielfunktion werden die Beträge der Abweichungen zwischen Soll- und Stellwert aufsummiert. Die Summation ist von $j = 1$ bis $j = 1200$. Hinzu kommt noch die Summe der Unterschiede im Betrag von aufeinander folgenden Stellwerten. Diese Summe wird mit ε gewichtet. In der EXCEL-Tabelle wurde $\varepsilon = 5$ gesetzt. Die zweite Summe in der Zielfunktion soll verhindern, dass die Stellwerte bei Sprüngen des Sollwerts allzu sehr oszillieren.

Optimierung der Parameter:

Zuerst werden in den Zellen B5, B6, B7, B8, B9 und B10 die Parameter a, b, c, d, e und f der Sollwertfunktion gemäss individuellem Parameter k eingetippt. (Siehe dazu die Tabelle im Anhang).

	A	B	C
1		$K_P = 0.0519$	
2		$K_I = 1.5573$	
3		$K_D = 0.2384$	
4			
5		a = 3	
6		b = 5	
7		c = 2	
8		d = 4	
9		e = 7	
10		f = 5	

Für die Optimierung muss zuerst der Gradientenvektor berechnet werden.

In Zelle N3 werden für die Grösse "Linie" nacheinander die vier Zahlen 6, 7, 8 und 9 eingetippt. Für jede dieser vier Zahlen wird der in der Zelle M3 gezeigte Wert der Zielfunktion in Zellen P6, P7, P8, resp. P9 eingetippt. Mithilfe dieser vier Funktionswerte kann der Gradientenvektor berechnet werden.

Die EXCEL-Tabelle findet man unter folgendem Link:

<https://www.mathepauker.com/Mustertext/Benedict/Projektarbeiten/PID-Regelung.xlsx>

Wert von "Linie" (in Zelle N3)	Zelle für Zielfunktion
6	P6
7	P7
8	P8
9	P9

Obige Tabelle zeigt die verschiedenen Werte der Grösse "Linie" in Zelle N3 und die Zellen in welche der entsprechende Wert der Zielfunktion geschrieben werden muss.

Danach erfolgt eine Suche in Richtung des Gradientenvektors. Die Grösse η ist eine Art Streckungsfaktor für die Suche in Richtung entlang dem Gradientenvektor. Für insgesamt 16 Werte 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18 und 20 von η werden Werte der Zielfunktion berechnet. Dazu tippt man in der Zelle N3 für die Grösse "Linie" die 15 Zahlen 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 und 25 ein.

η	Zielfunktion: $Z(\eta)$	Zelle von η	Zelle von $Z(\eta)$
0		L10	P10 ^b
1		L11	P11
2		L12	P12
3		L13	P13
4		L14	P14
5		L15	P15
6		L16	P16
7		L17	P17
8		L18	P18
9		L19	P19
10		L20	P20
12		L21	P21
14		L22	P22
16		L23	P23
18		L24	P24
20		L25	P25

^b Diesen Wert muss man in der Excel-Tabelle nicht eintippen. Die Zahl in Zelle P10 ist gleich wie die Zahl in Zelle P6.

Die Werte der Zielfunktion für verschiedene Werte von η müssen in der EXCEL-Tabelle in die Zellen P10 bis P25 eingetragen werden. Sie sollten auch von Hand in obige Tabelle eingetragen werden.

Beantworte folgendes:

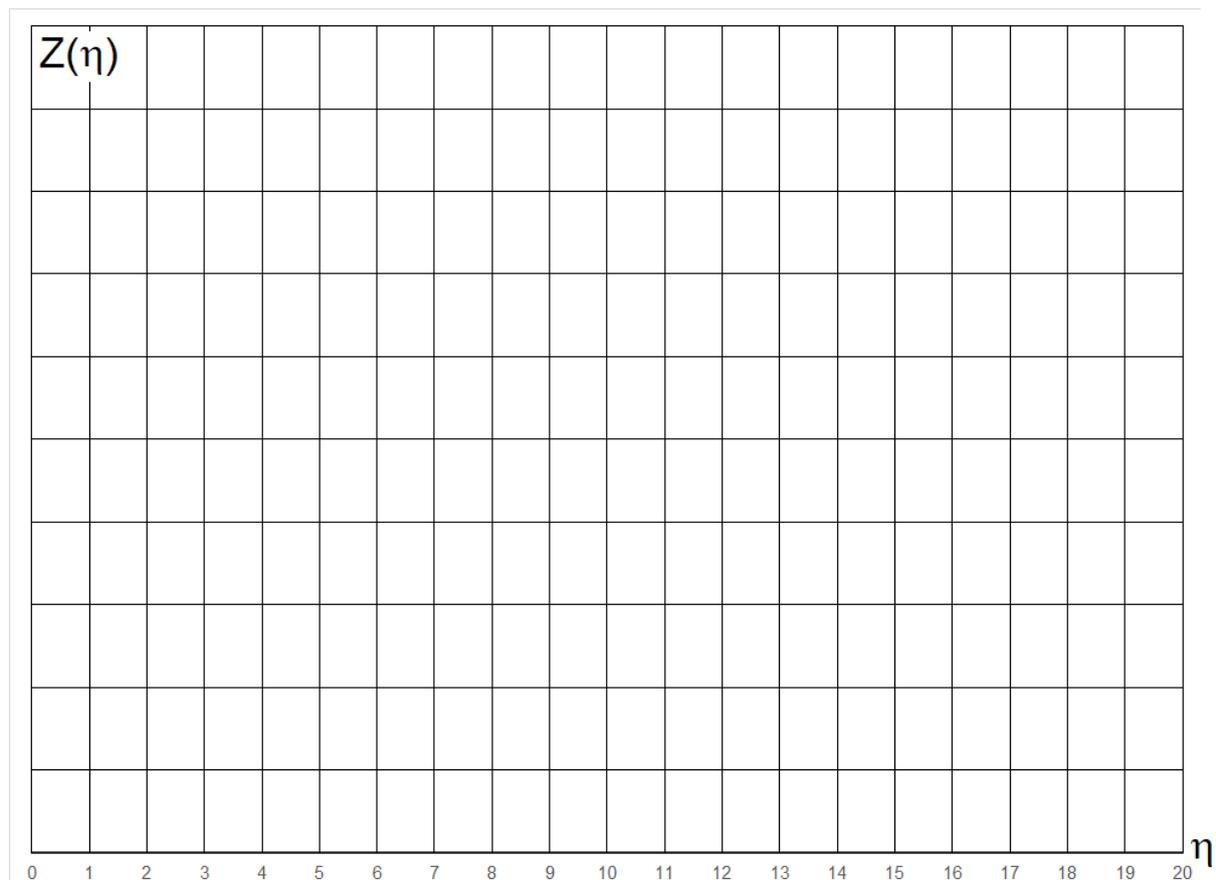
Ergab sich für die Suche entlang dem Gradientenvektor ein lokales Minimum?

Antwort:

Falls ja, für welche Werte von η , K_P , K_I und K_D war die Zielfunktion am kleinsten?

Parameter	Wert
η	
K_P	
K_I	
K_D	

Stelle die Zielfunktion als Funktion von η grafisch dar.



Individueller Parameter k

k	a	b	c	d	e	f	k	a	b	c	d	e	f	k	a	b	c	d	e	f
1	3	6	8	5	2	3	49	2	1	3	4	7	4	97	3	6	9	8	7	5
2	2	1	4	6	4	5	50	1	2	1	3	5	4	98	3	1	2	1	4	3
3	2	3	5	6	5	2	51	2	1	3	4	1	2	99	2	5	8	7	9	6
4	3	2	3	6	5	8	52	1	4	2	5	7	6	100	3	4	1	2	4	3
5	2	1	3	5	2	4	53	2	1	4	2	4	5	101	2	1	5	2	4	3
6	1	3	1	3	6	3	54	4	6	8	7	6	4	102	2	1	5	2	4	5
7	2	1	3	4	5	8	55	2	5	6	4	2	3	103	2	5	8	6	7	9
8	4	3	2	1	3	5	56	4	6	9	7	6	8	104	2	3	6	5	8	6
9	1	3	6	7	9	7	57	4	7	8	7	9	7	105	3	1	2	4	3	1
10	1	2	1	2	5	4	58	3	2	3	6	8	6	106	2	5	8	5	4	3
11	1	2	3	1	2	4	59	2	1	3	5	4	2	107	1	3	6	5	3	4
12	2	5	3	6	4	3	60	3	1	2	4	7	4	108	2	1	3	5	3	1
13	4	6	7	9	8	6	61	2	5	6	4	1	3	109	4	7	5	3	1	2
14	2	4	5	7	8	9	62	2	4	7	5	7	5	110	2	4	5	7	8	9
15	1	2	4	6	4	7	63	3	4	7	5	3	2	111	3	1	2	4	3	2
16	1	3	5	3	6	4	64	4	6	3	5	8	7	112	2	1	3	5	4	2
17	3	1	3	4	6	4	65	2	4	2	3	5	6	113	3	6	9	8	6	9
18	3	1	4	7	6	7	66	4	6	7	5	3	1	114	2	1	4	2	3	4
19	1	2	3	2	5	4	67	1	3	2	4	6	8	115	2	1	3	2	3	5
20	3	1	2	4	6	7	68	2	4	7	8	7	5	116	3	1	3	2	1	4
21	1	2	3	4	5	8	69	2	4	7	4	3	5	117	4	6	3	2	5	7
22	2	5	4	5	8	6	70	1	2	5	3	2	1	118	3	2	5	4	3	1
23	4	5	7	4	2	3	71	4	5	6	8	9	8	119	4	5	8	9	6	8
24	3	4	7	8	7	8	72	4	3	2	3	6	7	120	2	3	4	2	4	1
25	1	2	3	4	1	2	73	2	4	7	9	8	5	121	3	1	4	2	5	3
26	4	5	4	1	2	1	74	1	3	4	6	3	6	122	1	3	5	4	1	3
27	3	5	6	9	8	6	75	1	2	3	4	5	2	123	4	7	9	7	9	7
28	2	1	3	4	6	5	76	3	6	7	9	7	9	124	2	1	3	5	4	1
29	3	1	4	2	4	7	77	1	2	5	6	8	5	125	2	5	8	7	8	6
30	1	2	4	5	4	6	78	4	5	7	4	7	4	126	3	1	2	5	7	8
31	3	1	2	5	4	2	79	2	5	6	3	2	3	127	4	5	6	3	2	5
32	4	6	8	7	5	8	80	4	7	9	6	4	7	128	1	2	1	2	3	6
33	3	6	7	9	7	9	81	4	6	4	2	1	2	129	1	4	7	9	7	6
34	1	2	3	4	5	2	82	4	7	9	8	7	4	130	3	6	4	1	2	1
35	4	6	8	9	7	6	83	2	4	6	9	7	6	131	2	5	6	3	4	5
36	2	3	4	5	6	7	84	1	2	3	4	5	6	132	3	1	2	4	6	7
37	2	1	2	5	4	5	85	3	1	3	6	4	6	133	3	1	3	2	5	3
38	3	2	1	2	5	4	86	3	6	9	8	5	4	134	2	1	4	5	2	3
39	1	4	6	8	6	4	87	1	2	5	7	9	7	135	2	1	4	3	5	8
40	2	4	3	2	4	6	88	2	4	6	9	6	4	136	4	5	7	6	9	6
41	2	4	6	5	7	9	89	3	6	7	8	6	5	137	3	6	4	1	3	2
42	2	5	6	8	7	5	90	4	5	7	9	7	6	138	4	6	9	7	9	7
43	2	1	3	5	6	8	91	3	6	5	3	2	4	139	3	2	4	7	6	5
44	1	3	2	5	7	5	92	3	2	5	8	9	7	140	2	5	7	8	6	4
45	3	1	4	5	7	9	93	2	3	4	6	5	4	141	3	2	4	1	5	1
46	3	4	5	7	6	7	94	3	1	2	3	6	7	142	1	3	6	8	5	7
47	2	1	3	2	4	3	95	4	2	1	2	3	5	143	4	6	5	8	7	9
48	3	1	2	4	3	2	96	4	6	8	5	8	7	144	1	2	5	2	1	3