A

1.) Die kubische Gleichung $x^3-2x^2+1=0$ hat eine Wurzel $x_1=1$. Wie kann man herausfinden, ob es weitere (reelle) Wurzeln gibt, ohne die entsprechende Polynomfunktion graphisch darzustellen?

A

2.) Wie kann man die Lösungsmenge von

$$\frac{x+1}{x-1} \geq 1$$

analytisch bestimmen (keine graph. Darstellungen!)

A

3.) Bestimme die Lösungsmenge von

$$\log(x+3) = \log x + \log 3$$

A

4.) Gegeben seien zwei Basisvektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Erkläre wie man $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ als LK (Linearkombination) der Basisvektoren darstellen kann.

A

5.) Eine Gerade im Raum geht durch die beiden Punkte $A\begin{pmatrix}0\\0\\2\end{pmatrix}$ und $B\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$.

a) Wie kann man eine Gerade im Raum mathematisch darstellen?

b) Wie könnte man den Durchstosspunkt obiger Geraden mit der Ebene $E: x-2y+3z-12=0$ finden?

B

1.) Wie kann man 5^x mit e^x darstellen?

<u>B</u>

2.) Für welche Werte von a hat der Term

$$\frac{x^2-25}{x+a}$$

behebbare Definitionslücken?

B

3.) Für welche Werte der Parameter a und b hat

$$\left| \begin{array}{l} ax - 5y = 10 \\ 20x - ay = b \end{array} \right|$$

- eine Lösung?
- keine Lösung?
- unendlich viele Lösungen?

B

4.) Skizziere den Graphen der Funktion

$$f(x) = \frac{e^x}{x}$$

und bestimme Extrema.

B

5.) Gegeben ist ein Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Gesucht ist ein Vektor
$\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ u \\ v \end{pmatrix}$ vom Betrag 5, der
auf $\vec{a}$ senkrecht steht.
Wie kann man die Parameter
u und v in $\vec{b}$ bestimmen?

C

1.) Bestimme einen Punkt auf der x-Achse, der von $A\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$ und $B\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ gleich weit entfernt liegt.

C

2.) Wie könnte man die Lösungsmenge von

$$\left| \begin{array}{l} \dfrac{4x}{x+1} + \dfrac{2y}{x-1} = 5 \\[2ex] \dfrac{2x}{x+1} - \dfrac{y}{x-1} = \dfrac{1}{2} \end{array} \right|$$

bestimmen?

C

3.) Der Graph der Funktion $f(x)$ geht durch den Koordinatenursprung und hat eine Wendestelle $x_W = 1$. Sie hat ein Extremum an der Stelle $x_E = 2$. Gegeben ist die zweite Ableitung wie folgt: $f''(x) = 6x - k$, $k =$ konst.

- Um welche Art von Funktion handelt es sich?

- Versuche die Funktionsgleichung $f(x) = \ldots\ldots$ herauszufinden. Erläutere deine Überlegungen.

C

4.) Ist $\sin(\alpha+\beta)$ das Gleiche wie $\sin\alpha + \sin\beta$. Erläutere mithilfe eines Einheitskreises.

C

5.) Drei Eckpunkte eines Rhomboids (Parallelenvierecks) im Raum sind gegeben wie folgt:

$$A\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},\ B\begin{pmatrix}4\\-1\\2\end{pmatrix} \text{ und } C\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$$

- Bestimme den vierten Eckpunkt D des Rhomboids
- Erkläre wie man die Innenwinkel des Rhomboids ausrechnen könnte.

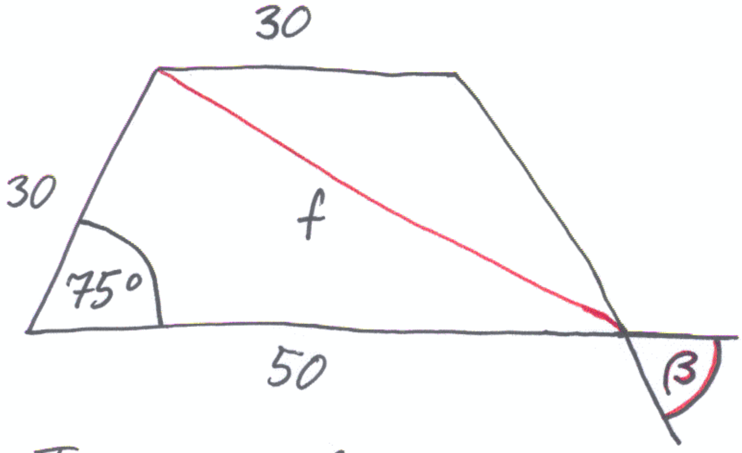
D

1.) Für eine Parabel gilt folgendes:
Die Parabel
- geht durch den Koordinatenursprung
- schneidet die Normalparabel $p: y = x^2$ an der Stelle $x = 3$ senkrecht.

Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel.

D

2.)



Trapez: Ges.: $a = 50$
$c = d = 30$
$\alpha = 75°$

Erkläre wie man die Diagonale f und den ∡ β berechnen könnte.

D

3.) Es sei bekannt

$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x$$

$$\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$$

Bestimme

$$\frac{d}{dx}\tan x$$

D

4.) Bestimme den Schnittpunkt und den Schnittwinkel der Geraden

$$g_1: y = 2x$$
$$g_2: y = -x + 12$$

D

5.) Gegeben sind zwei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Der Vektor $\vec{c}$ ist eine Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ wie folgt:

$$\vec{c} = \vec{a} - \lambda \vec{b}$$

Bestimme den Koeffizienten λ so, dass $\vec{c}$ senkrecht steht zu $\vec{a}$.

E

1.) Die Gerade g_1 mit der Steigung 3 und die Gerade g_2 mit der Steigung $-1/2$ schneiden sich im Punkt $S\binom{2}{5}$. Erkläre wie man die Funktionsgleichungen der Winkelhalbierenden Geraden von g_1 und g_2 bestimmen kann.

E

2.) Von einem Dreieck in der Ebene kenn man zwei Eckpunkte $A\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ und $B\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$, sowie den Flächenschwerpunkt (Schnittpunkt der Seitenhalbierenden) $S\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$. Erkläre wie man den fehlenden Eckpunkt C bestimmen könnte.

<u>E</u>

3.) Skizziere die Funktion $f(x) = |x^2 - 4|$.

E

4.) Gegeben sind zwei Punkte im Raum wie folgt $A\begin{pmatrix}-1\\2\\-1\end{pmatrix}$ und $B\begin{pmatrix}5\\-10\\8\end{pmatrix}$. Bestimme zunächst den Abstand zwischen den Punkten.
Finde einen Punkt auf der Strecke AB, der von A doppelt so weit entfernt liegt wie von B.

E

5.) Bestimme die Lösungsmenge von
$\log_6 x + \log_6(x+5) = 2$.
Kann man die gefundenen Werte von
x vorbehaltlos als Elemente der Lösungsmenge betrachten, vorausgesetzt
dass beim Auflösen kein Fehler
unterlaufen ist?

F

1.) Für welche Werte der Steigung m berührt die Gerade $g: y = mx$ die Parabel $p: y = x^2 - 2x + 25$?

<u>F</u>

2.) Die Gerade g steht senkrecht auf die Gerade $h: y = 4x$ und schneidet die Normalparabel $p: y = x^2$ senkrecht. Wie finde ich die Funktionsgleichung von g?

F

3.) Von einem gleichschenkligen Dreieck kennt man zwei Eckpunkte $A\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$ und $B\begin{pmatrix}7\\9\end{pmatrix}$. Der dritte Eckpunkt C, der von A und B gleich weit entfernt ist, liegt auf der y-Achse. Wie kann ich C finden?

F

4.) Gegeben ist der Vektor $\vec{a}=\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix}$.

Bestimme einen Einheitsvektor $\vec{e}$ in

- die gleiche Richtung.
- die entgegen gesetzte Richtung.

Im Vektor $\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\3\\q\end{pmatrix}$ soll der Parameter q so bestimmt werden, dass er auf $\vec{a}$ senkrecht steht.

F

5.) Bestimme die Lösungsmenge von

$$2^x(x^2-1) = 8x^2-8$$

G

1.) Skizziere den Graphen von
$$f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$$

- Weist der Graph eine Symmetrie auf?
- Bestimme Extremstellen.

G

2.) Ich habe zwei Parabeln mit Funktionsgleichungen $p_1: y = x^2 - x$ und $p_2: y = -x^2 + x$, die sich im Koordinatenursprung senkrecht schneiden.

- Wie kann ich zeigen, dass p_1 und p_2 sich im Koordinatenursprung senkrecht schneiden?
- Ich möchte p_1 vertikal so weit verschieben, dass die beiden Parabeln sich gerade noch berühren. Wie weit muss ich p_1 verschieben?

G

3.) Eine Parabel geht durch den Koordinatenursprung und wird von der Geraden $g: y = -x$ an der Stelle $x = 2$ senkrecht geschnitten. Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel.

G

4.) Die Gerade g_1 im Raum geht durch den Koordinatenursprung und schneidet die Gerade

$$g_2: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

im Punkt S. Von S wissen wir, dass seine z-Koordinate gleich 8 ist, d.h. $z_S = 8$.

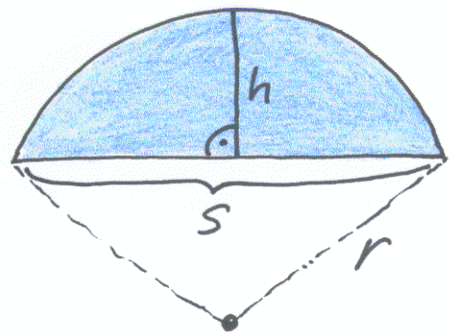
Bestimme

- den Schnittpunkt S.
- eine Parameterdarstellung für g_1.

Wie könnte man den Schnittwinkel von g_1 und g_2 bestimmen?

G

5.) Für ein Kreissegment ist die Sehne drei Mal so lang wie die Höhe h. Wie gross ist der Radius, wenn $h = 2$?



H

1.) Ich habe drei Punkte $A\begin{pmatrix}-4\\-7\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ und $C\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$. Beschreibe eine „rechnerische" Methode (<u>keine</u> graphische Darstellung) mit der man herausfinden kann, ob die drei Punkte auf einer Geraden liegen.

H

2.) Ich habe zwei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3-p \\ q \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ p \\ p+q \end{pmatrix}$.

- Erkläre den Begriff, resp. die Eigenschaft „kollinear".
- Erkläre wie ich herausfinden kann für welche Werte von p und q die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ kollinear sind.

H

3.) Gegeben sind folgende gebrochen rationale Funktionen

$$f_1(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$$

$$f_2(x) = \frac{x^3}{x^2+2}$$

Haben diese Funktionen schräge Asymptoten? Bestimme gegebenenfalls die Funktionsgleichung der schrägen Asymptoten.

<u>H</u>

4.) Von einem Quadrat kennt man den Eckpunkt $D\binom{0}{5}$. Die Eckpunkte A und B liegen auf der Geraden $g: 3x - 4y = 0$. Wie könnte man die

- Seitenlänge des Quadrats herausfinden?

- die Punkte A, B und C finden? (Die Punkte A, B, C und D werden im Gegenuhrzeigersinn durchlaufen).

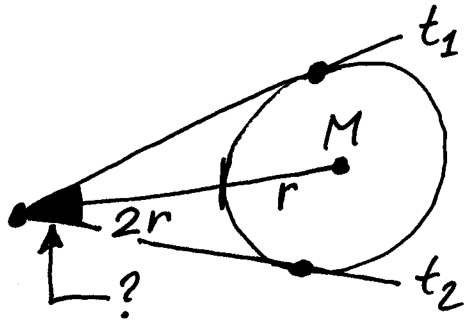
H

5.) Bestimme die Lösungsmenge von

$$\log_x(x^{10}) = 2x$$

I

1.) Welchen ∢ schliessen die Tangenten t_1 und t_2 an einen Kreis ein, die von einem Punkt an den Kreis gelegt werden, der vom Kreismittelpunkt einen Abstand hat, der drei Mal so gross ist wie der Kreisradius?



I

2.) Gegeben $f_1(x) = \sqrt{2x}$

$f_2(x) = 2x^2$

Skizziere die Funktionen. Wo befinden sich Schnittpunkte und wie gross sind die Schnittwinkel?

I

3.) Gegeben zwei Punkte $A\begin{pmatrix}3\\-2\\-1\end{pmatrix}$ und $B\begin{pmatrix}5\\4\\5\end{pmatrix}$.

- Wie gross ist der Abstand zwischen A und B?
- Welchen $\sphericalangle$ schliessen die Ortsvektoren von A und B ein?
- Welcher Punkt auf der Strecke AB ist von A drei Mal so weit entfernt wie von B?

I

4.) Bestimme die Lösungsmenge von

$$\log_{10}(x^2-20x) \leq 1$$

I

5.) Bei der quadratischen Gleichung

$$x^2 - bx + c = 0$$

ist die Summe der Wurzeln gleich 24, d.h. $x_1 + x_2 = 24$.
Wie gross ist b und für welche Werte der konstanten Grösse c hat die Gleichung keine (reellen) Wurzeln?

K

1.) Bestimme Extrema von $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

$\underline{K}$

2.) Stelle die Gerade

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

graphisch dar. (Schematisch!)
Welcher Punkt P auf g hat die y-Koordinate $y_P = 8$?

K

3.) Erläutere eine dir bekannte Definition von trigonometrischen Funktionen.

Erläutere Definitions- und Wertebereich der trigonometrischen Funktionen, sowie Symmetrieeigenschaften.

Eine Lösung der goniometrischen Gleichung

$$\sin x = \cos 40°$$

ist $x = 50°$. Gibt es weitere Lösungen im Bereich $0 \leq x \leq 360°$?

K

4.) Eine Fischpopulation nimmt wegen Überfischung um jährlich 25% ab. Nach welcher Zeit ist die Population auf weniger als 10% des ursprünglichen Bestands geschrumpft?

K

5.) Bestimme die Funktionsgleichung der Wendetangenten von

$$f(x) = x^3 - 9x^2$$

<u>L</u>

1.) Für die CO_2-Konzentration der Erdatmosphäre gilt

Jahr	Promille (der Luft)
1960	0.317
1980	0.339
2000	0.369

Deuten die Daten auf einen linearen Anstieg?
Mich interessiert die jährliche Zunahme. Kommentiere!

<u>L</u>

2.) Erkläre wie man alle Lösungen von

$$\sin(2x - 30°) = \sin 50°$$

im Bereich $0 \leq x \leq 360°$ findet.

[Merke, $\sin 50°$ ist eine „feste" Zahl. Es gilt $\sin 50° = 0.7660$].

L

3.) Gegeben sind die beiden Vektoren

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 15 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ q \end{pmatrix}$.

Bestimme die Grösse q in $\vec{b}$ so, dass die beiden Vektoren

a) gleich lang sind. (Gleicher Betrag!)

<u>un</u>abhängige Teilaufgaben

b) senkrecht aufeinander stehen.

$\underline{L}$

4.) Aussage A: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Aussage B: $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$

Kommentiere beide Aussagen! Wann sind sie wahr und wann sind sie falsch?

L

5.) Für welche Werte von a hat

$$f(x) = \frac{x^2 - a^2}{x+5}$$

behebbare Definitionslücken?

Hat diese Funktion (im Allgemeinen) eine Polstelle und/oder eine schräge Asymptote? Kommentiere für einen beliebigen Wert von a, z.B. $a = 7$.

M

1.) Gegeben sei die Normalparabel $p: y = x^2$, sowie die Gerade $g: y = 2x - 9$.

- Erstelle eine grobe Skizze!
- Ich suche denjenigen Punkt auf dem Graphen von p, der von g am wenigsten weit entfernt liegt. Erkläre wie man diesen Punkt P_{min} bestimmen kann.
- Ich habe P_{min} gefunden und möchte nun wissen wie gross der Abstand zur Geraden ist. Erkläre wie ich das herausfinden kann.

M

2.) Die Parabel mit dem Scheitelpunkt $S\binom{4}{5}$ schneidet die y-Achse auf der Höhe $y=21$. Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel.

<u>M</u>

3.) Bestimme die Ableitung von

$$f(x) = \ln(\sin x)$$

Komm dir das Ergebnis bekannt vor?

Bestimme Extrema des Graphen von $f(x)$ im Bereich $0 < x < \pi$.

M

4.) Ein radioaktives Nuklid verliert in einem Jahr jeweils 2.3% seiner Aktivität. Wie lange dauert es, bis sich die Aktivität auf die Hälfte reduziert hat?

M

5.) Gegeben sind die drei Punkte $A\begin{pmatrix}0\\-2\\a\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$ und $C\begin{pmatrix}1\\-5\\1\end{pmatrix}$.

Diese Punkte seien Eckpunkte eines Dreiecks.

- Ich will Werte von a finden so, dass das Dreieck rechtwinklig wird mit dem rechten Winkel im Punkt C. Erkläre wie ich solche Werte finden kann.

- Es ist mir gelungen, einen Weg für a so zu finden, dass das Dreieck rechtwinklig wird. Wie kann ich dann die übrigen Innenwinkel des Dreiecks bestimmen?