FACHHOCHSCHULE ZÜRICH

Nachprüfung *Mathematik II** *Klasse K2*

4. Juni 2010 *80 min.* **max. 54 P.**

1. Berechne den Inkreisradius eines gleichschenkligen Dreiecks für welches gilt $\overline{AC} = \overline{BC} = 2\,\overline{AB} = 6$. (6 P).

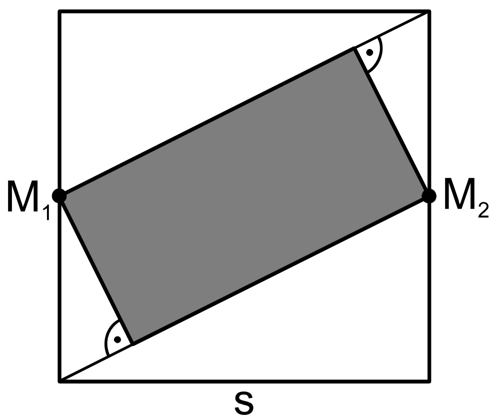
2. In einem allgemeinen Dreieck gilt $\alpha = 2\beta$ und $2a = 3b$. Berechne die Winkel des Dreiecks. (6 P).

* Lösungen verschiedener Aufgaben sollen durch waagrechte Striche voneinander getrennt werden. Die Verwendung roter Farbe soll soweit möglich vermieden werden. Resultate werden doppelt unterstrichen oder eingerahmt. Ergebnisse ohne Lösungsweg werden nicht bewertet.

3. Bestimme die Lösungsmenge von $\sin 2x - \cos 4x = 0$ im Intervall $0 \leq x \leq 360^{\circ}$.
(6 P).

4. Einem Quadrat mit Seitenlänge s ist, wie in nebenstehender Figur gezeigt, ein Rechteck einbeschrieben. Zwei Eckpunkte des Rechtecks liegen auf den Mittelpunkten von zwei gegenüberliegenden Quadratseiten. Wie viel Prozent der Quadratfläche werden vom Rechteck bedeckt?

(6 P).

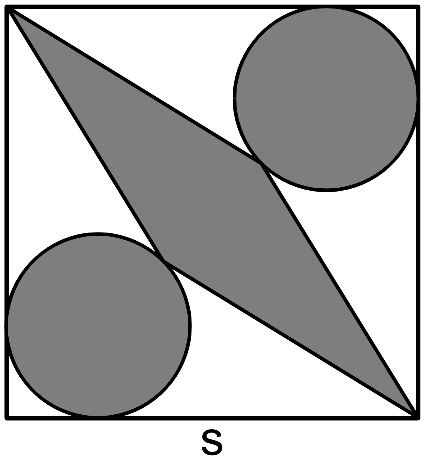


5. Wie gross ist die Winkelhalbierende w_α eines Dreiecks von dem ein Winkel und zwei Seiten gegeben sind wie folgt: $\alpha = 70^\circ$, $b = 5$ und $c = 6$? (6 P).

6. Die Gerade g geht durch die Punkte $A\begin{pmatrix}3\\1\\-7\end{pmatrix}$ und $B\begin{pmatrix}5\\0\\-8\end{pmatrix}$. Sie steht senkrecht zu einer Ebene E, die durch den Koordinatenursprung geht.

   a) Bestimme eine Koordinatengleichung für E.
   b) Bestimme den Durchstosspunkt von g mit E. (6 P).

7. Einem Quadrat mit Seitenlänge s sind, wie in nebenstehender Figur gezeigt, zwei gleich grosse Kreise und eine Raute (Rhombus) einbeschrieben. Wie viele Prozent der Quadratfläche werden von den beiden Kreisen und der Raute verdeckt, wenn der Flächeninhalt der Raute gleich gross ist wie derjenige von einem der beiden Kreise?



(6 P).

8. Ein Punkt $P\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ und eine Gerade g liegen in der Ebene E. Bestimme eine Koordinatengleichung für E, wenn g: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. . (6 P).

9. Von einem gleichschenkligen Dreieck mit $\overline{AC} = \overline{BC}$ kennt man die Eckpunkte A und B. Der Punkt C liegt auf der x-Achse. Bestimme C, wenn $A\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $B\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$. (6 P).

Musterlösungen Mathe   Klasse ZS K2   4. Juni 2010

1.) $\alpha = \arccos(1.5/6) = \arccos(1/4) = 75.522°$, $r_i = 1.5 \cdot \tan(\alpha/2)$
$= \underline{\underline{1.1619}}$

2.) $a = (3/2)b \rightarrow$ Sinussatz: $a/\sin\alpha = (3/2)b/\sin 2\beta = b/\sin\beta \rightarrow$
$\cos\beta = 3/4 \rightarrow \beta = \underline{\underline{41.41°}}, \alpha = 2\beta = \underline{\underline{82.82°}}, \gamma = 180° - 3\beta = \underline{\underline{55.77°}}$

3.) $\underline{\underline{x \in \{15°, 75°, 135°, 195°, 255°, 315°\}}}$

4.) $\alpha = \arctan 1/2 = 26.565° \rightarrow (2x^2 + x^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha)/(4x^2) = 0.6 \rightarrow$
$\underline{\underline{40\%}}$

5.) $w_\alpha = [2bc\cos(\alpha/2)/(b+c) = \underline{\underline{4.4681}}$

6.a) $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \underline{\underline{E: 2x - y - z = 0}}$

b) $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow g \cap E: 6 + 4\lambda - 1 + \lambda + 7 + \lambda = 12 + 6\lambda$
$= 0 \rightarrow \lambda = -2 \rightarrow \underline{\underline{S\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}}}$

7.) $2(\sqrt{2}+1)r + x = \sqrt{2}s \rightarrow x = \sqrt{2}s - 2(\sqrt{2}+1)r$, Annahme:
$x \cdot s/\sqrt{2} = \pi r^2 \rightarrow (s/\sqrt{2})(\sqrt{2}s - 2(\sqrt{2}+1)r) = \pi r^2$
$s = 10 \rightarrow \pi r^2 + \sqrt{2}(\sqrt{2}+1)rs - s^2 = 0 \rightarrow \pi r^2 + 34.14214r = 100$
$r = (-34.14 \pm 49.217)/(2\pi) \rightarrow r = 2.39925 \rightarrow \underline{\underline{54.25\%}}$

8.) $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow E: 3x - 2y + 4z + d = 0$
$P \in E: 15 + 6 - 4 + d = 17 + d = 0$
$\underline{\underline{E: 3x - 2y + 4z - 17 = 0}}$

9.) $M_{\overline{AB}}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{AB} = -2\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow E: 3x - 2y + 4z + d = 0$
$E: 3x - 2y + 4z + 9 = 0 \rightarrow x = -3$ wenn $y = z = 0 \rightarrow \underline{\underline{P\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}}$