Übungen zu den Differentialgleichungen

1.) Bestimme im „Lösungsansatz" für

$$\frac{dy}{dx} - 3y = 0$$

wie folgt: $y_h = C \cdot e^{ax}$ den Parameter a. Kann man C ebenfalls berechnen? Begründe.

2.) Bestimme die partikuläre Lösung der inhomogenen linearen Differentialgleichung $\frac{dy}{dx} - 5y = x^2$

mit dem Lösungsansatz $y_p = Ax^2 + Bx + C$. Bestimme auch die homogene Lösung für welche gilt $\frac{dy_h}{dx} - 5y_h = 0$ mit dem Ansatz $y_h = D \cdot e^{ax}$.

Zeige, dass $y_{gen} = y_h + y_p$, mit D willkürlich, eine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung ist.

Bestimme die allgemeine Lösung ($D = ?$), wenn folgende Randbedingung gelten soll: $y_{gen}(0) = 1$.

3.) Skizziere das Richtungsfeld von $y' \cdot y = -x$ für Punkte im 1. Quadranten wie folgt: $A\binom{1}{1}$, $B\binom{1}{2}$, $C\binom{1}{3}$, $D\binom{2}{1}$, $E\binom{2}{2}$ und $F\binom{3}{1}$.

Durch Wechsel des Vorzeichens von x und/oder y erhält man 18 weitere Punkte, z.B. für A erhält man $A'\binom{-1}{1}$, $A''\binom{-1}{-1}$ und $A'''\binom{1}{-1}$.
Skizziere das Richtungsfeld für diese zusätzlichen Punkte.
Welche Art von Kurven ergeben sich aus dem Richtungsfeld.

4.) Für ein Anfangswertproblem gilt $y(1) = 1$.
Die Differentialgleichung sei $y' = 2y/x$.
Berechne mit dem <u>eulerschen Polygonzugverfahren</u> wie folgt:

$$y_{n+1} \leftarrow y_n + 2(x_{n+1} - x_n)\frac{y_n}{x_n}$$

an weiteren Stützstellen gemäss untenstehender Tabelle

n	x_n	$x_{n+1} - x_n$	y_n/x_n	y_{n+1}
0	1	0.2	1	1.4
1	1.2	0.2	?	?
2	1.4	0.2	?	?
3	1.6	0.2	?	?
4	1.8	0.2	?	?
5	2			