Übung 1 PAM

A. Impuls

Das Produkt von Masse und Geschwindigkeit wird als Impuls bezeichnet (linearer Impuls)

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Als Einheit verwendet man N·s (Newton·Sekunde).

A.1) Berechne den linearen Impuls als Vektorgrösse. Berechne auch den Betrag der berechneten Impulse.

a) $m = 4kg$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} m/s$

b) $m = 28t$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 72 \\ -54 \end{pmatrix} km/h$

B. Impulsänderung

Bei einer Änderung der Geschwindigkeit $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ ändert sich der lineare Impuls wie folgt: $\Delta\vec{p} = m\vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m \cdot \Delta\vec{v}$.

B.1) Berechne die Impulsänderung aus

a) $m = 2kg$, $\Delta\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} m/s$

b) $m = 7kg$, $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} m/s$ u. $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} m/s$

c) $m = 15kg$, $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} m/s$ und $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} m/s$

d) $m = 8kg$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} m/s$ und $\Delta\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} m/s$

e) $m = 5kg$, $\vec{p}_1 = \begin{pmatrix} 11 \\ -6 \end{pmatrix} N \cdot s$ und $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} m/s$

C. Kraftstoss

Ein Kraftstoss ist das Produkt aus einer Kraft und der Dauer ihrer Einwirkung

$$\vec{F} \cdot \Delta t$$

C.1) Berechne den Kraftstoss als Vektorgrösse

a) $\vec{F} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} N$ und $\Delta t = 4s$

b) $\vec{F} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} N$ und $\Delta t = 0.2\,min$

Bei einem frei beweglichen Körper ruft ein Kraftstoss eine Impulsänderung hervor wie folgt:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Somit

$$m(\vec{v}_E - \vec{v}_0) = \vec{F} \cdot \Delta t$$

C.2) Berechne die fehlende Grösse

a) $\vec{F} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} N$, $\Delta\vec{p} = \begin{pmatrix} 12 \\ ? \end{pmatrix} N \cdot s$, $\Delta t = ?$

b) $\vec{F} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} N$, $\Delta t = 4$, $\Delta\vec{p} = ?$

c) $\Delta\vec{p} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} N \cdot s$, $\Delta t = 3s$, $\vec{F} = ?$

C.3) Beim Abwurf eines Körpers bei einem schiefen Wurf sei

$$\vec{p_0} = \begin{pmatrix} 22 \\ 15 \end{pmatrix} N \cdot s$$

Auf den Körper wirkt die Schwerkraft

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} N$$

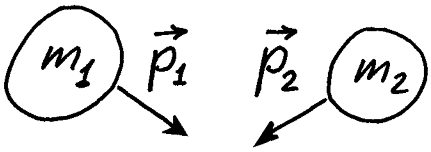
Im Scheitelpunkt S gilt

$$\vec{p_S} = \begin{pmatrix} p_{xS} \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) Wie lange nach dem Abwurf durchläuft der Körper den Scheitelpunkt?

b) Wie schnell durchläuft der Körper den Scheitelpunkt, wenn er 440g wiegt?

C.4) Zwei Körper prallen aufeinander. Dabei soll gelten



Vorher: $\vec{p_{10}} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} N \cdot s$ und $\vec{p_{20}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} N \cdot s$

Zusammenprall (Stoss): Kraft auf m_1: $\vec{F_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} N$

während $\Delta t_1 = 0.5 s$

Beim Stoss muss gelten „actio = reactio", d.h.

Kraft auf m_2: $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} N$
und $\Delta t_2 = \Delta t_1 = 0.5 s$

a) Berechne den Gesamtimpuls $\vec{p}_{tot}$ vor dem Stoss als Vektorsumme der Einzelimpulse, d.h. $\vec{p}_{tot} = \vec{p}_{10} + \vec{p}_{20}$

b) Berechne die Impulsänderungen aus dem jeweiligen Kraftstoss, d.h. $\Delta\vec{p}_1 = \vec{F}_1 \cdot \Delta t$ und $\Delta\vec{p}_2 = \vec{F}_2 \cdot \Delta t$.

c) Berechne die Impulse nach dem Stoss.

d) Berechne den Gesamtimpuls nach dem Stoss als Vektorsumme von $\vec{p}_{1E}$ und $\vec{p}_{2E}$. Vergleiche den Gesamtimpuls nach dem Stoss mit demjenigen vor dem Stoss und kommentiere.

Musterlösungen

A.1a) $\vec{p} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} N \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 12 \\ -8 \end{pmatrix} N \cdot s}}$, $\vec{p} = \sqrt{12^2 + 8^2}\, N \cdot s$

$= \underline{\underline{14.4\, N \cdot s}}$

b) $\vec{p} = 28 \cdot \begin{pmatrix} 72/3.6 \\ -54/3.6 \end{pmatrix} kN \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 560 \\ -420 \end{pmatrix} kN \cdot s}}$,

$|\vec{p}| = \sqrt{560^2 + 420^2}\, kN \cdot s = \underline{\underline{700 kN \cdot s}}$

B.1a) $\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v} = 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} N \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix} N \cdot s}}$

b) $\Delta \vec{p} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 7\left[\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right] N \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 28 \\ -7 \end{pmatrix} N \cdot s}}$

c) $\Delta \vec{p} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 15\left[\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}\right] N \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 105 \\ -75 \end{pmatrix} N \cdot s}}$

d) $\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v} = 8 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} N \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 24 \\ 8 \end{pmatrix} N \cdot s}}$

e) $\Delta \vec{p} = m \cdot \vec{v}_2 - \vec{p}_1 = \left[5 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 11 \\ -6 \end{pmatrix}\right] N \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -21 \\ 11 \end{pmatrix} N \cdot s}}$

C1a) $\vec{F} \cdot \Delta t = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot 4\, N \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix} N \cdot s}}$

b) $\vec{F} \cdot \Delta t = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot 0.2\, N \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -0.6 \\ 0.4 \end{pmatrix} N \cdot s}}$

C2a) $2N \cdot \Delta t = 12\, N \cdot s \rightarrow \underline{\underline{\Delta t = 6s}} \rightarrow \Delta \vec{p} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 12 \\ -18 \end{pmatrix} N \cdot s}}$

b) $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot 4\, N \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -12 \\ 16 \end{pmatrix} N \cdot s}}$

c) $\vec{F} = \begin{pmatrix} 4/3 \\ -1/3 \end{pmatrix} N \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 1.33 \\ -0.33 \end{pmatrix} N \cdot s}}$

C.3a) $\vec{F}\cdot\Delta t = \vec{p}_S - \vec{p}_0 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} N\cdot\Delta t = \begin{pmatrix} p_{xS} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 22 \\ 15 \end{pmatrix} N\cdot s$

$\rightarrow -3N\cdot\Delta t = -15\,N\cdot s \rightarrow \underline{\underline{\Delta t = 5s}}$

b) $0 = p_{xS} - 22N\cdot s \rightarrow p_{xS} = m\cdot v_{xS} = 22N\cdot s$

$\rightarrow v_{xS} = 22N\cdot s/m = (22/0.44)m/s = \underline{\underline{50m/s}}$

C.4a) $\vec{p}_{tot} = \vec{p}_{10} + \vec{p}_{20} = \left[\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix}\right] N\cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} N\cdot s}}$

b) $\Delta\vec{p}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} N\cdot 0.5s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 1.5 \\ -0.5 \end{pmatrix} N\cdot s}}$

$\Delta\vec{p}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} N\cdot 0.5s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -1.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} N\cdot s}}$

c) $\vec{p}_{1E} = \vec{p}_{10} + \Delta\vec{p}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} N\cdot s + \begin{pmatrix} 1.5 \\ -0.5 \end{pmatrix} N\cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 4.5 \\ -5.5 \end{pmatrix} N\cdot s}}$

$\vec{p}_{2E} = \vec{p}_{20} + \Delta\vec{p}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} N\cdot s + \begin{pmatrix} -1.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} N\cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 0.5 \\ 10.5 \end{pmatrix} N\cdot s}}$

d) $\vec{p}_{tot,E} = \vec{p}_{1E} + \vec{p}_{2E} = \left[\begin{pmatrix} 4.5 \\ -5.5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 \\ 10.5 \end{pmatrix}\right] N\cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} N\cdot s}}$

Der Gesamtimpuls hat sich beim Stoss nicht verändert. Der Grund ist, dass die Impulsänderungen entgegengesetzt gleich gross sind. Dies ist letztlich auf das Dritte Newtonsche Axiom (actio = reactio) zurückzuführen.