Musterprüfung

Themen: A. Fehlerrechnung mit dem Einsetzungsverfahren
B. Skalierung
C. Geschwindigkeit und Beschleunigung

A.1) Mit einer Schieblehre (Messschieber) wurde der Durchmesser einer Kugel wie folgt bestimmt: $d = (53 \pm 0.5)\,mm$

Berechne daraus folgende Grössen inklusive Fehlerschranken

Umfang der Kugel: $u = \pi \cdot d$
Kugeloberfläche: $S = \pi \cdot d^2$
Kugelvolumen: $V = \frac{\pi}{6} d^3$

$[\pi \approx 3.1416,\ \pi/6 \approx 0.5236]$

A.2) In einem Sportstadion misst ein Trainer für einen Radrennfahrer für einen Umlauf auf der $(452 \pm 1.5)\,m$ langen Bahn eine Zeit von $(41 \pm 0.2)\,s$. Berechne die mittlere Geschwindigkeit des Athleten inklusive Fehlerschranken.

A.3) Pascal möchte im Physikpraktikum die Fallbeschleunigung berechnen. Dazu macht er einen Versuch bei welchem er einen Ball auf den Fussboden fallen lässt. Die Fallhöhe beträgt $(311 \pm 0.75)\,cm$. In mehreren Versuchen kam er auf eine mittlere Fallzeit von $(0.79 \pm 0.03)\,s$.

Die Fallbeschleunigung berechnete er nach einem Fallgesetz von Galileo Galilei wie folgt:

$$g = \frac{2h}{t^2}$$

Berechne aus den Messdaten von Pascal die Fallbeschleunigung in korrekten Einheiten und mit Fehlerschranken.

B.1) Skalierung: Um eine Verspätung aufzuholen müsste ein Lokomotivführer die Fahrzeit bis zur nächsten Station um 15% vermindern. Um wie viele Prozent müsste er dann die Geschwindigkeit erhöhen?

B.2) Ein Portfolio hat diese Woche um 17% an Wert verloren. Um wie viele Prozent müsste sein Wert in der nächsten Woche steigen, um den Verlust in dieser Woche wettzumachen?

B.3) Beim Glatthobeln eines Holzquaders wurde seine Höhe um 1.5% vermindert und Länge und Breite wurden um 1% reduziert. Wie viele Prozent seines Gewichts hat der Holzquader beim Hobeln verloren?

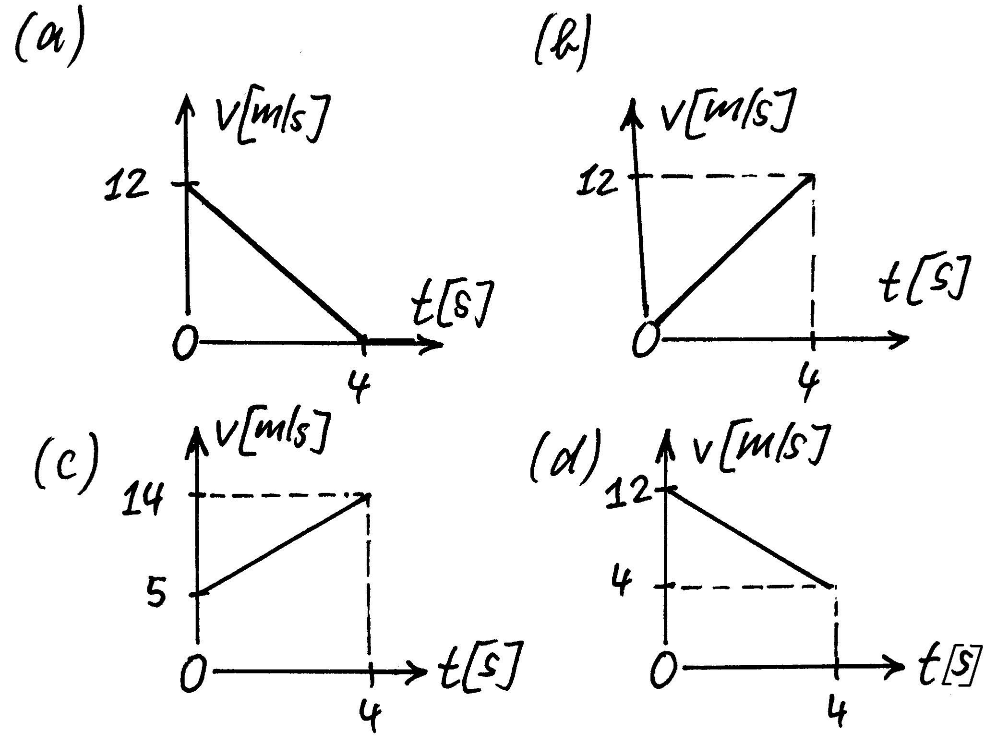
B.4) Wenn bei einer Kugel der Durchmesser um 1% reduziert wird, um wie viel Prozent wird dann

a) ihr Umfang u vermindert, wenn $u = \pi \cdot d$?

b) ihre Oberfläche S vermindert, wenn $S = \pi \cdot d^2$?

c) ihr Volumen V vermindert, wenn $V = \pi \cdot d^3/6$?

C.1) Berechne für das Zeitintervall $0 \leq t \leq 4s$



die mittlere Geschwindigkeit, die mittlere Beschleunigung und den zurückgelegten Weg.

C.2) Ein Fahrzeuglenker ist mit einer Geschwindigkeit von 90km/h unterwegs, als er eine Gruppe Kinder wahrnimmt, die auf der Strasse spielen. Als der Fahrer die Kinder wahrnimmt, sind sie noch 55m weit weg. Es dauert eine „Schrecksekunde" (Reaktionszeit = 1s) bis er das Bremspedal betätigt. Mit welcher Verzögerung muss er danach das Fahrzeug abbremsen, damit er die Kinder nicht verletzt? Erstelle dazu ein v-t-Diagramm.

Musterlösungen

A.1)

Grösse	zentraler Wert	max. Wert
u	$\pi \cdot 53\,mm = 166.5\,mm$	$\pi \cdot 53.5\,mm = 168.1\,mm$
S	$\pi \cdot (53\,mm)^2 = 8825\,mm^2$	$\pi \cdot (53.5\,mm)^2 = 8992\,mm^2$
V	$(\pi/6) \cdot (53\,mm)^3 = 77'952\,mm^3$	$(\pi/6) \cdot (53.5\,mm)^3 = 80'179\,mm^3$

$$\Delta u \approx (168.1 - 166.5)\,mm = 1.6\,mm$$
$$\Delta S \approx (8992 - 8825)\,mm^2 = 167\,mm^2$$
$$\Delta V \approx (80'179 - 77'952)\,mm^3 = 2227\,mm^3$$

$$u = (167 \pm 2)\,mm = (16.7 \pm 0.2)\,cm$$
$$S = (88.3 \pm 1.7)\,cm^2$$
$$V = (78.0 \pm 2.2)\,cm^3$$

A.2) Zentraler Wert: $\bar{v} = 452\,m/(41\,s) = 11.0\,m/s$
Max. Wert: $v_{max} = [(452+1.5)/(41-0.2)]\,m/s$
$= 11.1\,m/s \longrightarrow \underline{\underline{v = (11.0 \pm 0.1)\,m/s}}$

A.3) Zentraler Wert: $\bar{g} = \dfrac{2 \cdot 3.11\,m}{0.79^2\,s^2} = 9.966\,m/s^2$

max. Wert: $g_{max} = \dfrac{2 \cdot 3.1175\,m}{0.76^2\,s^2} = 10.795\,m/s^2$

$\Delta g = [10.795 - 9.966]\,m/s^2 = 0.83\,m/s^2$

$\longrightarrow \underline{\underline{g = [10.0 \pm 0.8]\,m/s^2}}$

B.1) $v = s/t \rightarrow \frac{v_{neu}}{v_{alt}} = \frac{s/(0.85t)}{s/t} = \frac{1}{0.85} = 1.176$

$= \frac{117.6}{100} \rightarrow \underline{\underline{18\%}}$

Antw.: Der Lokführer muss „18% schneller" fahren.

B.2) Annahme: Ursprünglicher Wert € 100
Ende Woche € 83 ← 100%
Ende nächste Woche € 100 ← x %

$x = \frac{€100 \cdot 100\%}{83\%} = \frac{120.5}{100}$

Antw.: Der Wert muss in der nächsten Woche um 20.5% steigen.

B.3) $\frac{V_{neu}}{V_{alt}} = \frac{0.985H \cdot 0.99L \cdot 0.99B}{H \cdot L \cdot B} = 0.985 \cdot 0.99^2$

$= 0.965 = \frac{96.5}{100}$

Antw.: Der Holzquader hat 3.5% seines Gewichts verloren.

B.4a) $\frac{U_{neu}}{U_{alt}} = \frac{\cancel{\pi} \cdot 0.99d}{\cancel{\pi} \cdot d} = 0.99 = \frac{99}{100}$

Antw.: Der Umfang hat ebenfalls um genau $\underline{\underline{1\%}}$ abgenommen.

b) $\frac{S_{neu}}{S_{alt}} = \frac{\cancel{\pi} \cdot (0.99d)^2}{\cancel{\pi} d^2} = 0.99^2 = 0.9801 \approx \frac{98.0}{100}$

Antw.: Die Oberfläche hat um $\underline{\underline{2\%}}$ abgenommen

c) $\frac{V_{neu}}{V_{alt}} = \frac{\cancel{\pi} \cdot (0.99d)^3/\cancel{6}}{\cancel{\pi} \cdot d^3/\cancel{6}} = 0.99^3 = 0.970299$

$\approx \frac{97.0}{100}$

Antw.: Das Volumen hat um $\underline{\underline{3\%}}$ abgenommen

C.1a) $\bar{v} = \frac{12+0}{2}\,m/s = \underline{\underline{6\,m/s}}$

$\bar{a} = \frac{(0-12)\,m/s}{4s} = \underline{\underline{-3\,m/s^2}}$

$s = \bar{v} \cdot t = 6\,\frac{m}{s} \cdot 4s = \underline{\underline{24m}}$

b) $\bar{v} = \frac{0+12}{2}\,m/s = \underline{\underline{6\,m/s}}$

$\bar{a} = \frac{(12-0)\,m/s}{4s} = \underline{\underline{3\,m/s^2}}$

$s = \bar{v} \cdot t = 6\,\frac{m}{s} \cdot 4s = \underline{\underline{24m}}$

c) $\bar{v} = \frac{5+14}{2}\,m/s = \underline{\underline{9.5\,m/s}}$

$\bar{a} = \frac{(14-5)\,m/s}{4s} = \underline{\underline{2.25\,m/s^2}}$

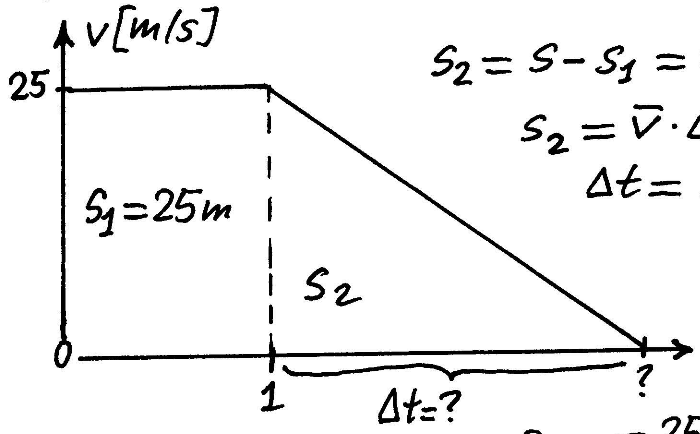
$s = \bar{v} \cdot t = 9.5\,\frac{m}{s} \cdot 4s = \underline{\underline{38m}}$

d) $\bar{v} = \frac{12+4}{2}\,m/s = \underline{\underline{8\,m/s}}$

$\bar{a} = \frac{(4-12)\,m/s}{4s} = \underline{\underline{-2\,m/s^2}}$

$s = \bar{v} \cdot t = 8\,\frac{m}{s} \cdot 4s = \underline{\underline{32m}}$

C.2) $v_0 = 90\,km/h = (90'000\,m/(3600\,s)) = 25\,m/s$



$s_2 = s - s_1 = 55m - 25m = 30m$

$s_2 = \bar{v} \cdot \Delta t = 30m\,,\ \bar{v} = 12.5\,\frac{m}{s}$

$\Delta t = \frac{s_2}{\bar{v}} = \frac{30m}{12.5\,m/s} = 2.4s$

$$a = \frac{\overset{0}{\cancel{v_E}} - \overset{25\,m/s}{v_0}}{\underset{2.4s}{\Delta t}}$$

$$a = \frac{-25\,m/s}{2.4s} = \underline{\underline{-10.4\,m/s^2}}$$