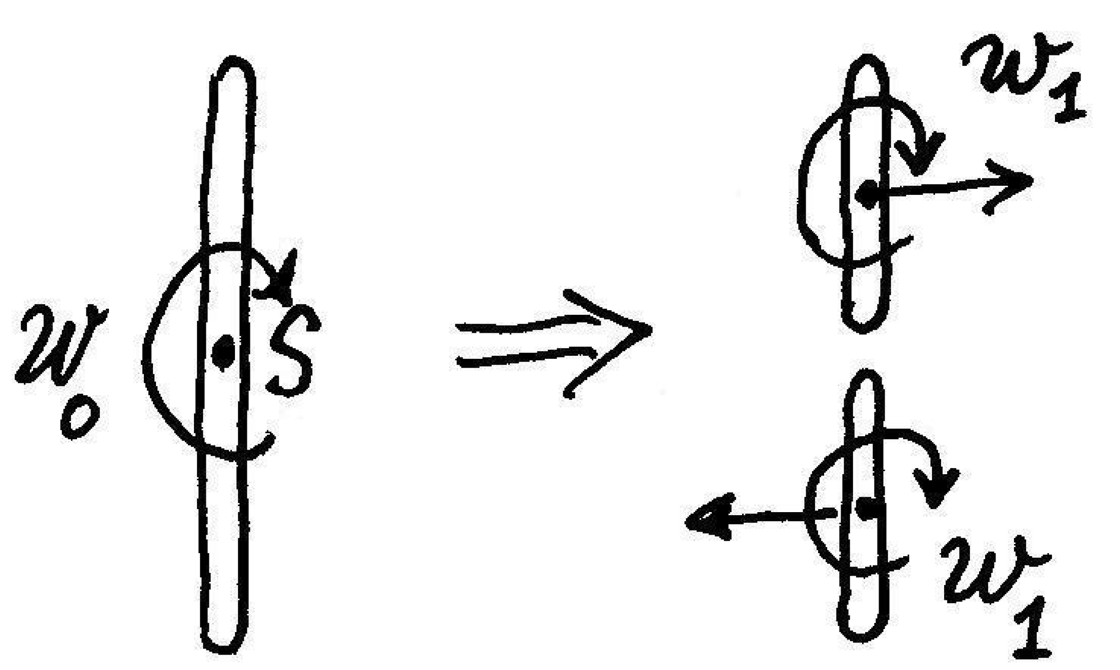
Musterprüfung PAM

Themen: Erhaltungsgrössen

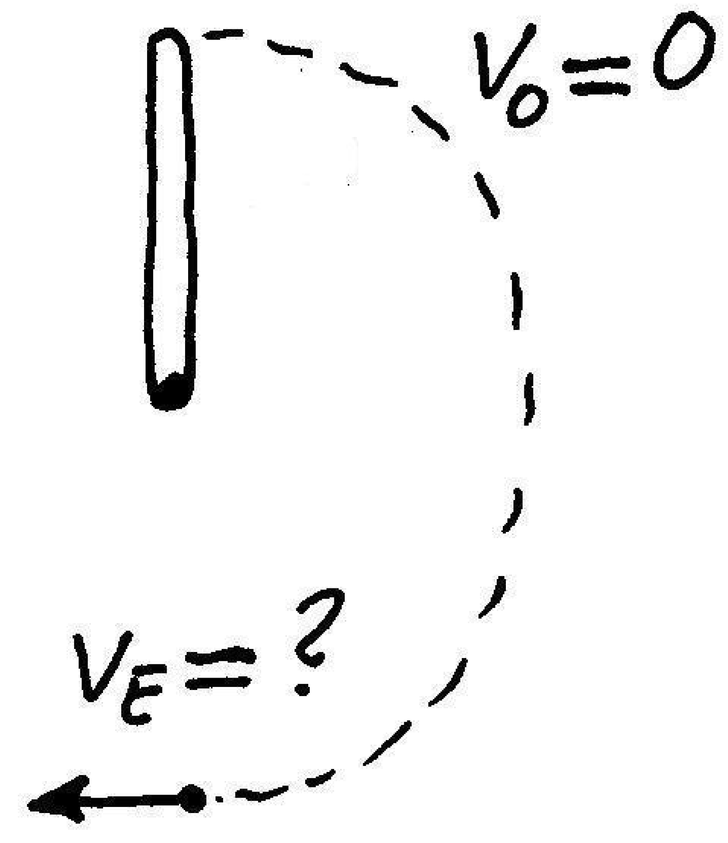
1.) Wie lange muss eine Bremskraft von 70kN auf ein 28t schweres Fahrzeug wirken, um es von einer Geschwindigkeit von 90km/h bis zum Stillstand abzubremsen?

2.)

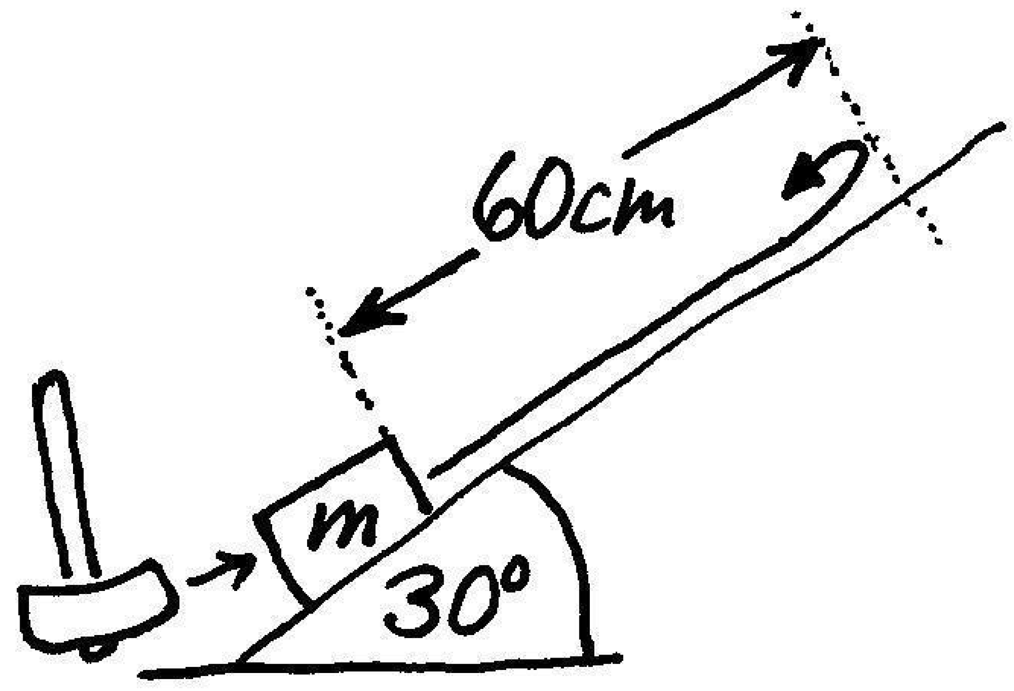


Ein dünner Stab rotiert mit 220U/min um seinen Schwerpunkt. Plötzlich zerbricht der Stab in der Mitte und die Hälften fliegen rotierend von dannen. Wie schnell bewegen sich die Stabhälften und wie schnell rotieren sie, wenn sie je 70cm lang sind?

3.) Ein 1.5m langer dünner Stab ist an seinem unteren Ende drehbar befestigt. Der Stab kippt und dreht sich nach unten. Wie schnell bewegt sich das bewegliche Stabende im tiefsten Punkt?

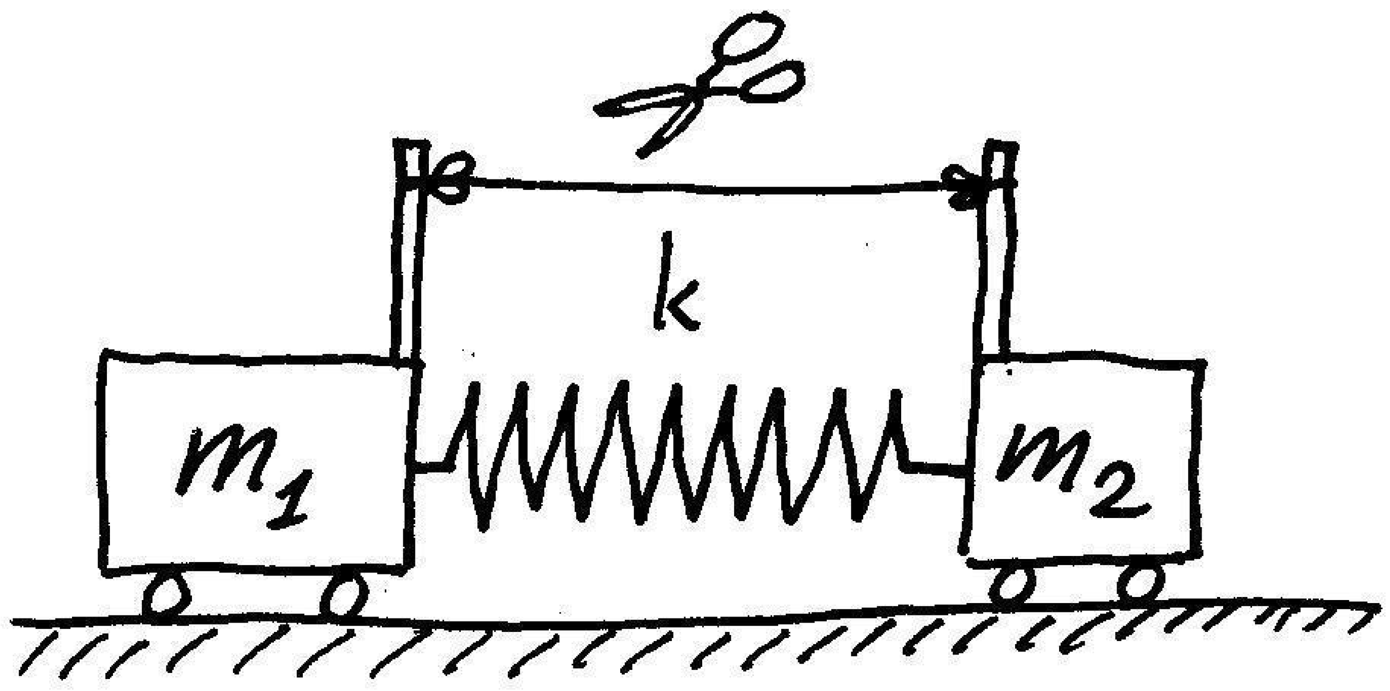


4.) Ein 2.5kg schwerer Körper ruht auf einer schiefen Ebene mit einem Neigungswinkel von 30°.

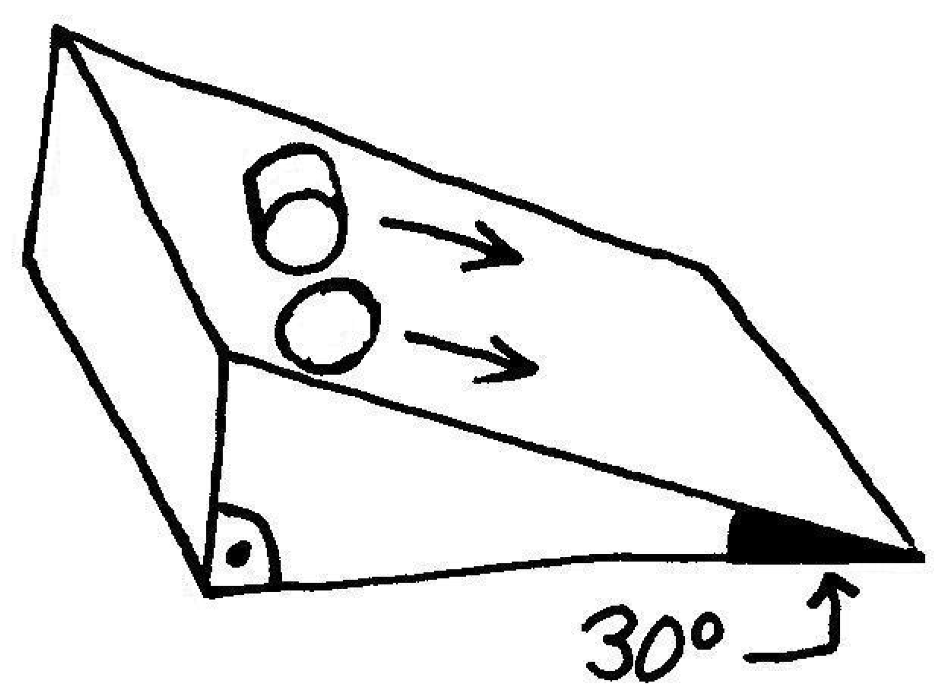


Dem Körper wird mit einem Hammer ein Schlag versetzt. Der Körper gleitet mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 3.0 m/s die schiefe Ebene hoch. Nachdem der Körper eine Schrägdistanz von 60 cm zurückgelegt hat, kehrt er um und gleitet die schiefe Ebene hinunter. Welche Gleitreibungskraft hat den Körper auf der schiefen Ebene abgebremst?

5.) Auf welcher Höhe befindet sich der Scheitelpunkt einer Wurfparabel eines schiefen Wurfs mit einem Elevationswinkel von 60° und einer Abwurfgeschwindigkeit von 8.0 m/s? Der Luftwiderstand soll vernachlässigt werden.



6.) In der gestauchten Feder zwischen den Wägelchen mit den Massen $m_1 = 3\,kg$ und $m_2 = 2\,kg$ sind 42 J Federenergie gespeichert. Wie schnell bewegen sich die Wägelchen, wenn der Faden durchtrennt wird und die gesamte in der Feder gespeicherte Energie in Bewegungsenergie verwandelt wird? Die Drehbewegung der Räder soll vernachlässigt werden.



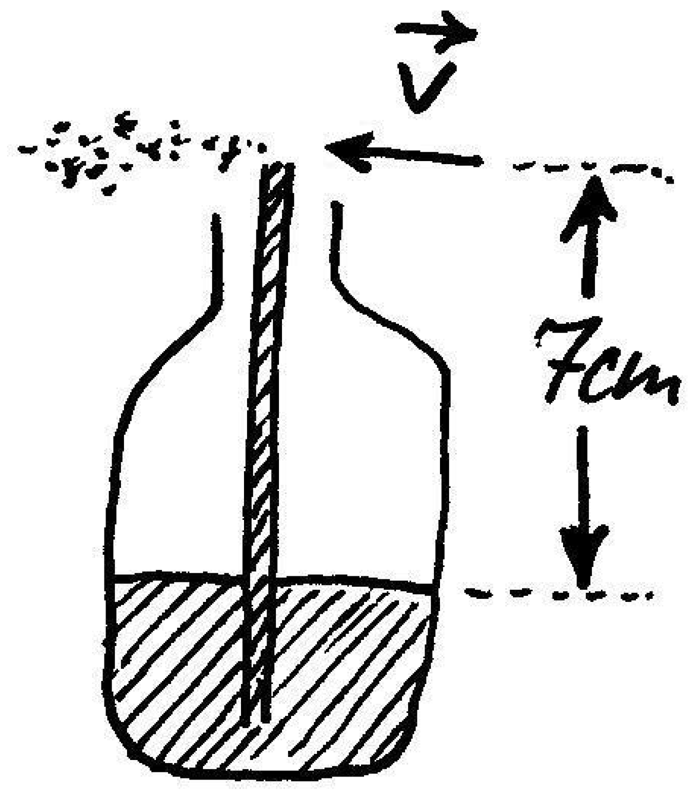
7.) Eine Kugel und einen Zylinder lässt man aus gleicher Höhe eine schiefe Ebene mit einem Neigungswinkel von 30° hinunter rollen. Am Fusse der schiefen Ebene rollt der Zylinder mit einer Geschwindigkeit von 3.3 m/s. Wie schnell rollt dort die Kugel?

8.) Eine rollende Billardkugel trifft in einem zentralen vollkommen elastischen Stoss mit einer Geschwindigkeit von 5.0m/s auf eine zweite ruhende Billardkugel. Die beiden Kugeln seien gleich. Beim Stoss wird der lineare Impuls vollständig von einer Kugel auf die andere übertragen. Die zuvor rollende Kugel rotiert nach dem Stoss immer noch und die weggestossene Kugel gleitet anfänglich auf dem Boden. Nach einiger Zeit rollen beide Kugeln mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten v_1' und v_2' in die gleiche Richtung. Bestimme v_1' und v_2' unter der Annahme, dass bei der Bildung der Rollbewegungen nach dem Stoss keine Bewegungsenergie verloren geht.

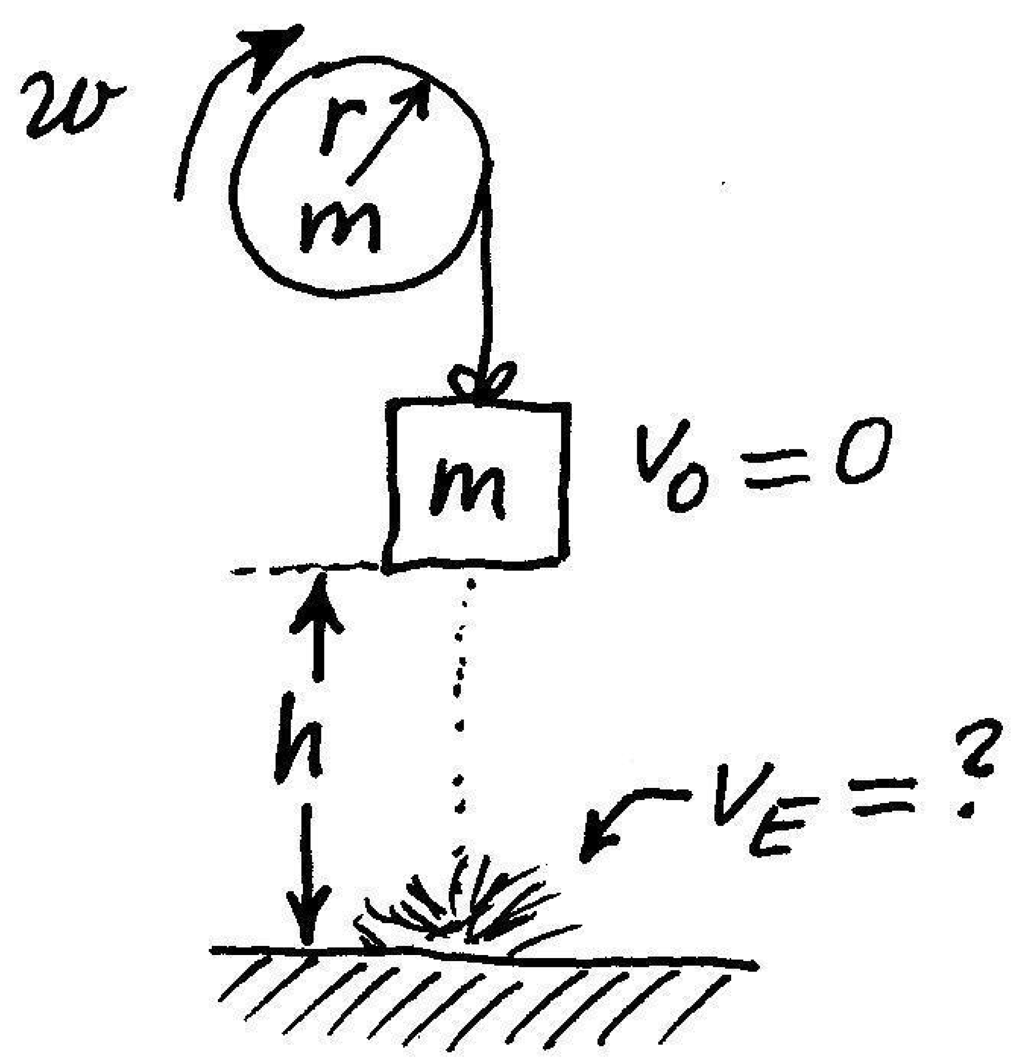
9.) Ein Photon mit Wellenlänge λ hat eine Energie $E_{ph} = hc/\lambda$ und einen Impuls $p_{ph} = h/\lambda$. Auf der Erdoberfläche befindet sich ein schwarzes Holzbrett mit $1m^2$ Fläche. Sonnenlicht fällt mit einer Strahlungsleistung von 0.9kW senkrecht aufs Holzbrett und wird vollständig absorbiert. Berechne den Strahlungsdruck auf das Brett.

10.) Bei einem Treibstoffverbrauch von 13.5t/Sekunde entwickelt die 1. Stufe einer Saturn V-Rakete eine Schubkraft von 35MN. Mit welcher mittleren Geschwindigkeit werden die Treibgase aus der Brennkammer gestossen?

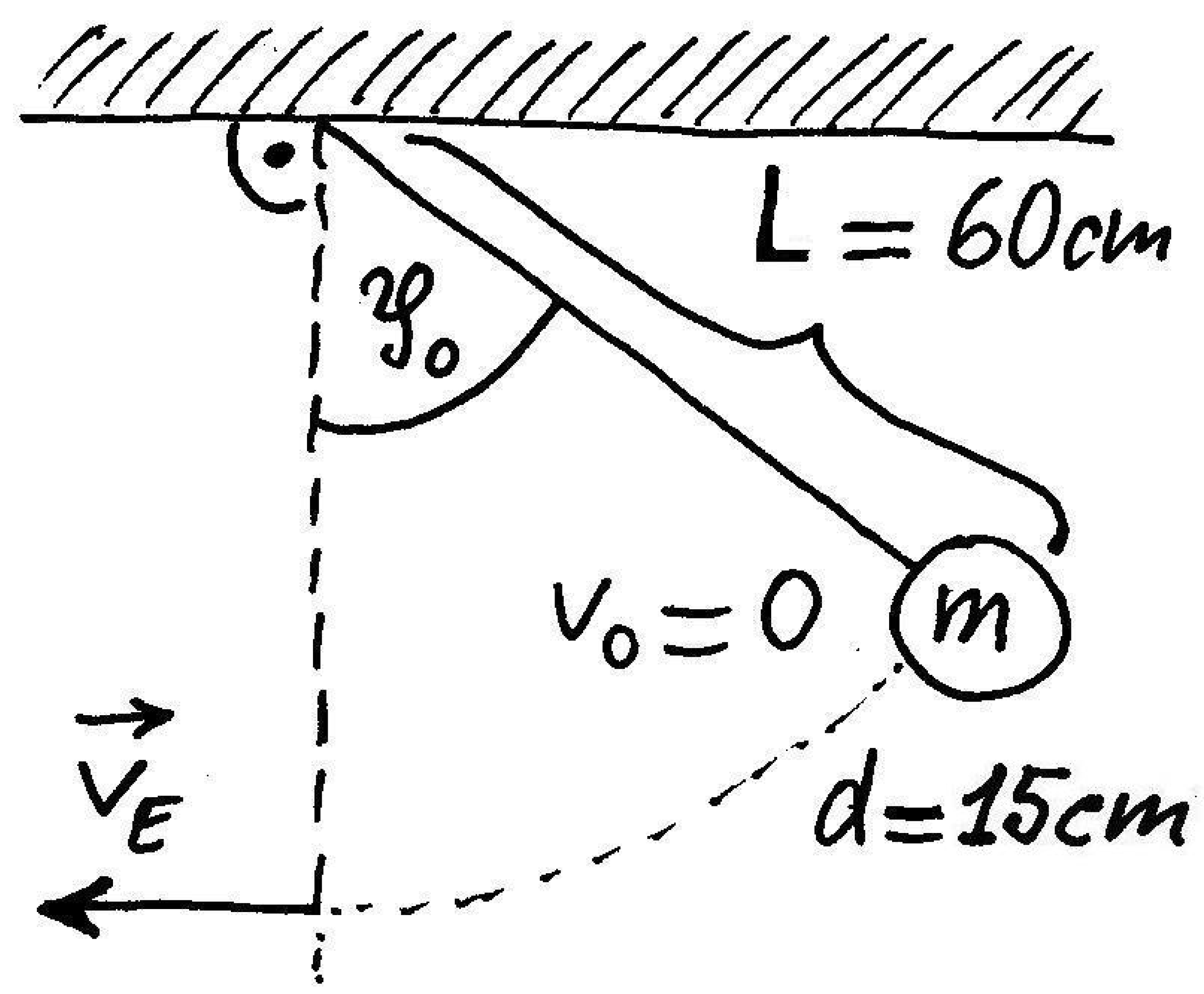
11.) Bei einer Sprühflasche muss eine Flüssigkeit mit einer Dichte von $1.0kg/dm^3$ um 7.0cm angehoben werden. Mit welcher Strömungsgeschwindigkeit muss Luft der Dichte $1.3kg/m^3$ über die obere Öffnung des Steigrohrs strömen?



12.) Ein 2.0kg schwerer Quader ist an einer 2.0kg schweren zylindrischen Walze mit einem Durchmesser von 6.0cm mit einer Schnur befestigt. Die Schnur ist an der Walze aufgerollt. Der Quader wird zu Beginn angehalten ($v_0 = 0$) und dann losgelassen, worauf er über eine Distanz h von 58cm zu Boden sinkt. Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Quader an der Schnur hängend auf den Boden? ($v_E = ?$)



13.) Eine 2.4kg schwere Kugel mit einem Durchmesser von 15cm hängt mit einer Schnur befestigt an einer Zimmerdecke. Ihr Schwerpunkt liegt 60cm unterhalb vom Aufhängepunkt.



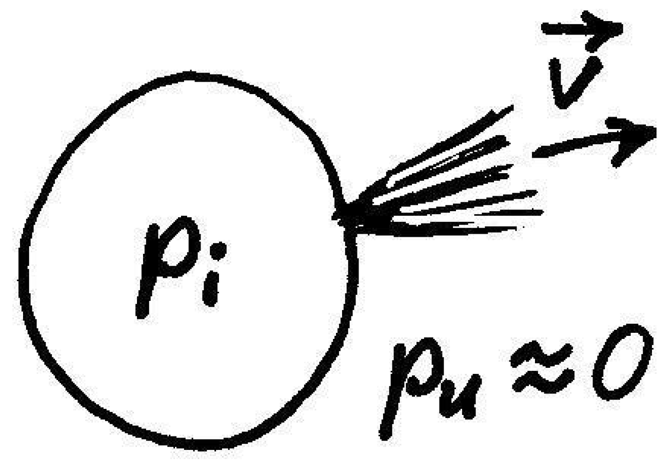
Die Kugel wird seitlich weggestossen bis die Schnur mit dem Lot einen Winkel ϑ_0 von 60° einschliesst. In dieser Position wird die Kugel losgelassen. Berechne die Geschwindigkeit v_E der Kugel im tiefsten Punkt, wenn man

a) die Kugel als Massenpunkt ($m = 2.4kg$) im Kugelzentrum betrachtet.

b) die Bewegung der Kugel als eine Drehbewegung um den Aufhängepunkt betrachtet.

14.) Berechne die Ausströmungsgeschwindigkeit eines Gases aus einem Druckbehälter mit einem Innendruck

p_i von 200 atm (1 atm = 101 kPa).
Der Umgebungsdruck soll vernachlässigt werden.
Die Dichte des Gases sei 1.7 kg/m³.



15.) Berechne das Massenträgheitsmoment der Erde

a) basierend auf der Annahme, dass sie eine homogene Kugel mit Radius 6370 km der Dichte 5500 kg/m³ sei.

b) wenn man annimmt, dass es eine Kugel mit einem Radius von 6370 km sei, mit einer 1740 km dicken Kruste der Dichte 2700 kg/m³ und einem Kern mit Radius 4630 km der Dichte 10'000 kg/m³.

Berechne für beide Modelle den Drehimpuls für die siderische Winkelgeschwindigkeit von $7.29 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}$.

16.) Das Gravitationspotential der Erde ist $\Phi(r) = -Gm_E/r$. Daraus ergibt sich die Lageenergie für eine Masse m wie folgt: $E_{pot} = m \cdot \Phi(r) = -Gm_E m/r$.

a) Auf welcher Bezugsebene basiert das Gravitationspotential.

b) Wie gross ist die Lageenergie eines 2.0 kg schweren Körpers auf der Erdoberfläche? ($r = r_E = 6371$ km).

c) Wie schnell müsste ein Körper sich auf der Erdoberfläche bewegen damit er genügend Energie hat, um der Erdanziehung zu entfliehen?

d) Ein Stickstoffmolekül fliegt nahe der Erdoberfläche mit Schallgeschwindigkeit (340 m/s). Wie hoch könnte das Molekül mit dieser Geschwindigkeit höchstens steigen, bis es von der Erdanziehung zurückgeholt wird?

17.) Berechne den Drehimpuls eines Massenpunkts der Masse m, der die Erde im Abstand r mit einer Winkelgeschwindigkeit ω umkreist (nur formal).

Im Schwerefeld der Erde sind Bahnradius r und Winkelgeschwindigkeit ω verknüpft wie folgt:

$$\underbrace{m\omega^2 r}_{F_{Zp}} = \underbrace{G\frac{m \cdot m_E}{r^2}}_{F_G}$$

Verwende diesen Zusammenhang, um den Drehimpuls als Funktion von

a) ω darzustellen.
b) r darzustellen.

Wird der Drehimpuls mit zunehmendem Bahnradius r grösser oder kleiner?

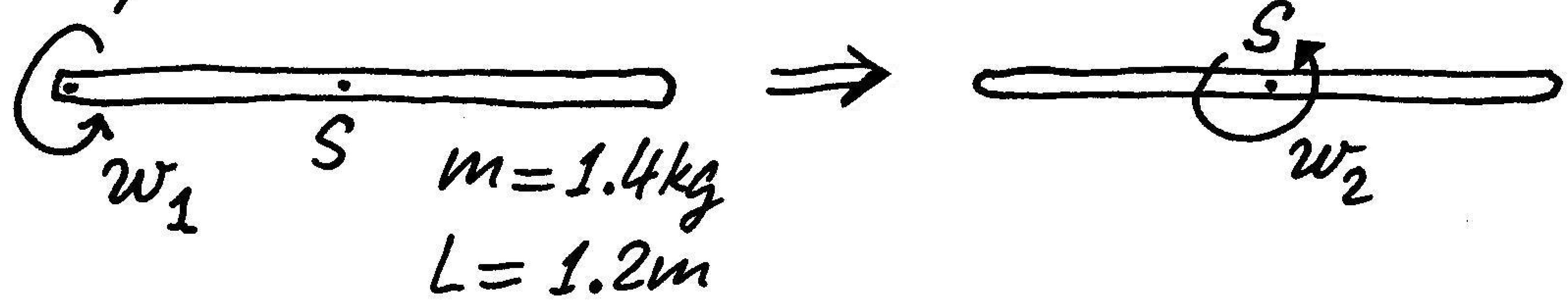
18.) Die Erde bewegt sich im Perihel mit einer Geschwindigkeit von 30.3 km/s.

a) Welchem Bahnradius würde dies entsprechen, wenn die Erdumlaufbahn kreisförmig wäre?

b) In Wirklichkeit beträgt der Abstand der Erde von der Sonne im Perihel 147 Mio. km. Wie gross ist dann der Abstand der Erde von der Sonne im Aphel wenn sie sich dort mit einer Geschwindigkeit von 29.29 km/s bewegt?

19.) Ein 1.4 kg schwerer, 1.2 m langer dünner Stab rotiert mit einer Winkelgeschwindigkeit von $80\pi/(60s)$

um ein Stabende. Der Stab wird von der Drehachse her nach innen gezogen, bis der Stab sich um seinen Schwerpunkt dreht.



a) Wie schnell dreht sich der Stab nach seiner Verschiebung? ($w_2 = ?$)

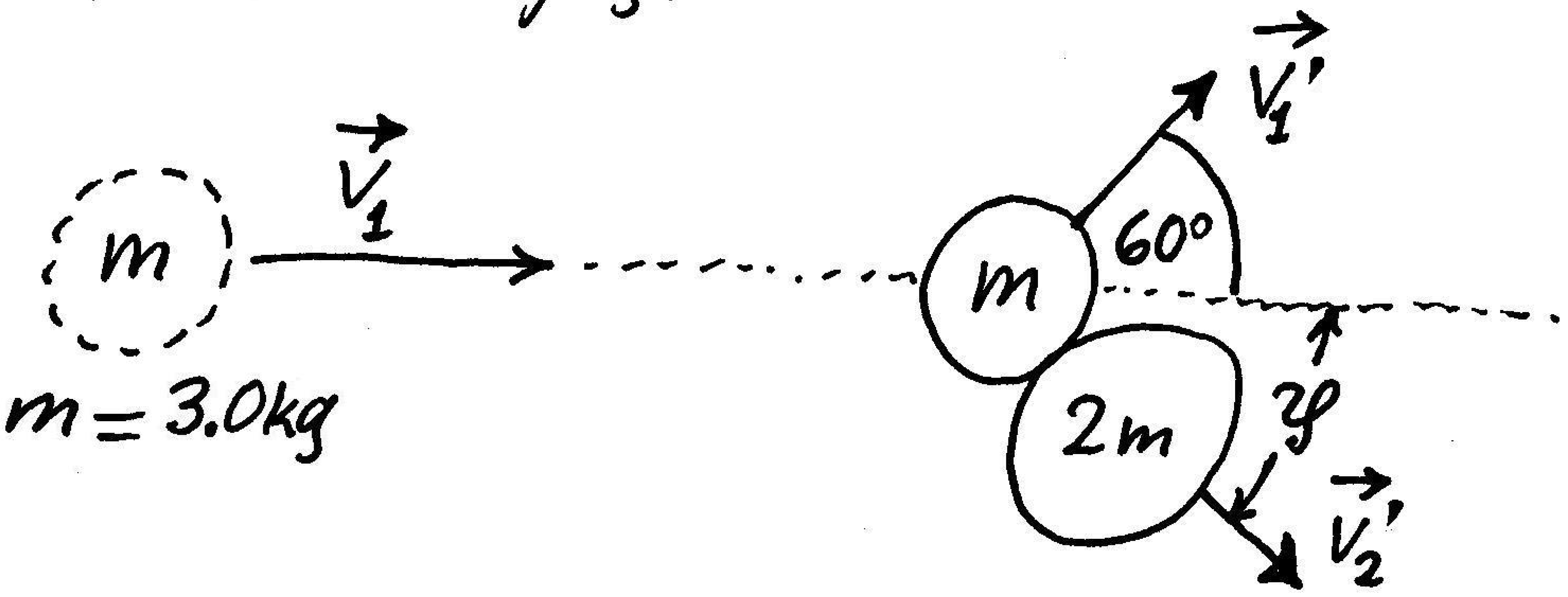
b) Welche Arbeit musste verrichtet werden, um den Stab nach innen zu ziehen?

20.) Bei einem zentralen Stoss prallt eine 2.0kg Kugel mit einer Geschwindigkeit von 7.0m/s auf eine zweite, anfänglich ruhende, gleich schwere Kugel. Beim Stoss vermindert sich die Geschwindigkeit der Kugel auf 1.0m/s.

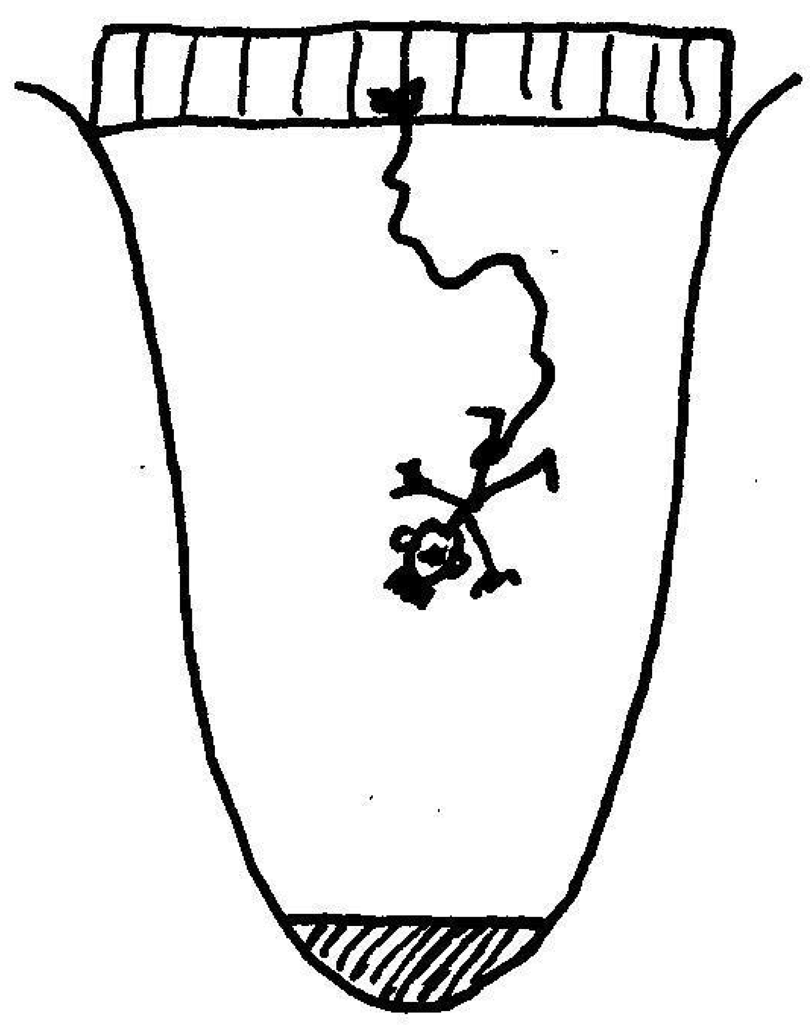
a) Wie schnell bewegt sich die zuvor ruhende Kugel nach dem Stoss.

b) Wie viel Prozent der ursprünglichen Bewegungsenergie ging beim Stossprozess verloren?

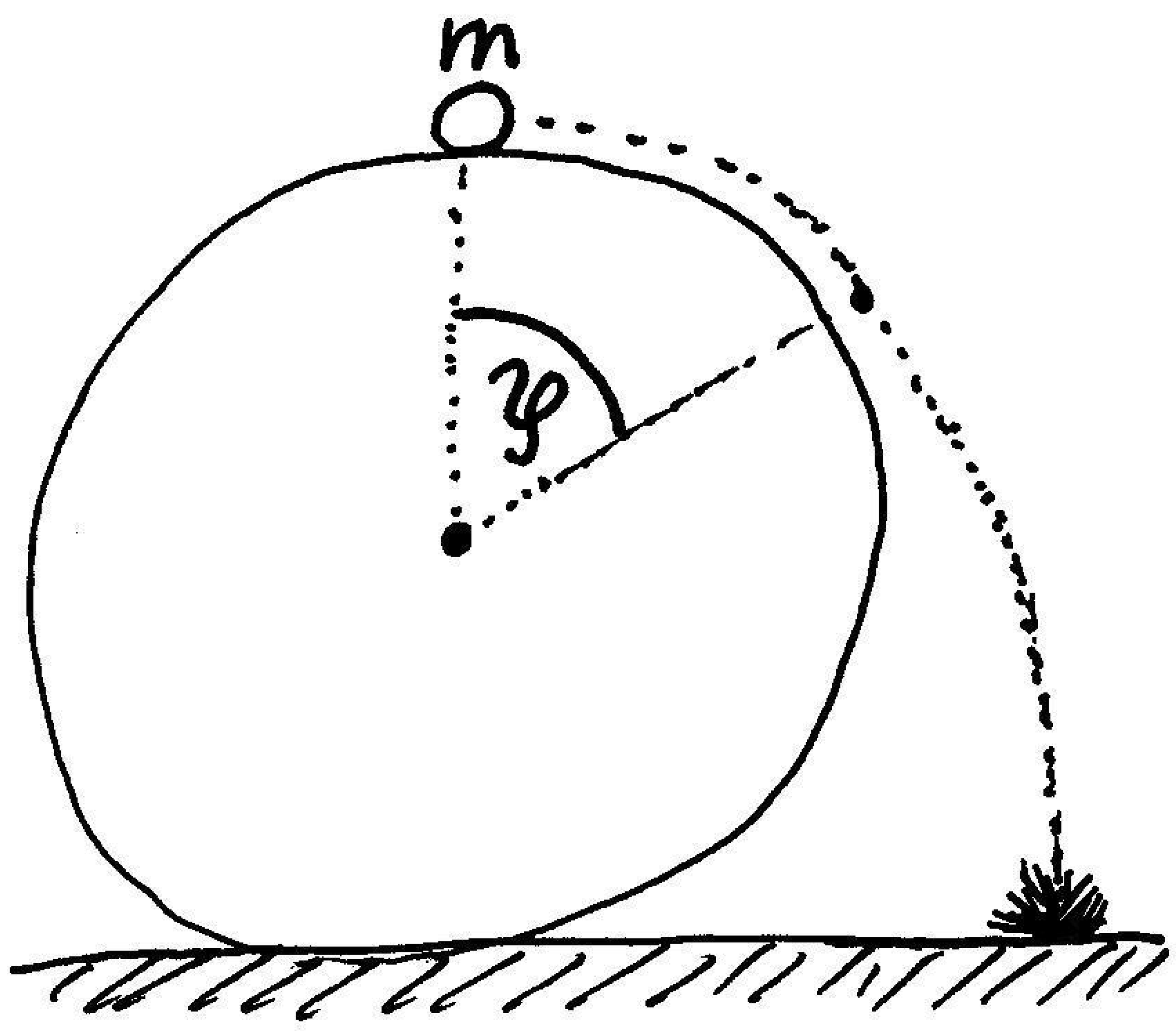
21.) Eine Kugel trifft bei einem nichtzentralen Stoss mit einer Geschwindigkeit v_1 von 6.0m/s auf eine doppelt so schwere ruhende Kugel. Beim Stoss wird die Geschwindigkeit der Kugel auf 3.0m/s vermindert und ihre Bewegungsrichtung schliess mit der ursprünglichen Richtung einen Winkel von 60° ein. Berechne die Geschwindigkeit v_2' der zuvor ruhenden Kugel und bestimme den Winkel φ, den sie mit v_1 einschliesst. Bestimme auch wie viel Prozent der Bewegungsenergie beim Stoss verloren gingen.



22.) Ein 60kg schwerer Bungee-jumper befestigt sein 20m langes Seil an der Absprungstelle. Wie gross muss die Federkonstante des Seils sein, damit die tiefste Stelle des Sprungs 45m unter der Absprungstelle liegt und wie stark zieht dort das Seil am Bungeejumper?



23.) Ein Hagelkorn befindet sich zuoberst auf einer Steinkugel. Durch einen sanften Windstoss wird das Hagelkorn in Bewegung gesetzt und es gleitet den Stein hinunter. Bei welchem Winkel ϑ (siehe Skizze!) hebt das Hagelkorn vom Stein ab? Gleitreibung und Luftwiderstand sollen vernachlässigt werden.



Musterlösungen

1.) $\Delta p = F \cdot \Delta t \longrightarrow \Delta t = \Delta p / F = m v_0 / F =$
$[28'000 \cdot (90/3.6)/70'000]\,s = \underline{\underline{10s}}$

2.) $v = w_0 \cdot L/2 = [(440\pi/(60s)) \cdot (0.7/2)]\,m/s = \underline{\underline{8.1m/s}}$

$$L_{tot} = \frac{m \cdot (2L)^2}{12} \cdot w_0 = 2\left[\frac{m}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{w_0 L}{2} + \frac{m}{2} \cdot \frac{L^2}{12} w_1\right]$$

$$\xrightarrow{\cdot mL^2} \frac{w_0}{3} = \frac{w_0}{4} + \frac{w_1}{12} \longrightarrow \underline{\underline{w_1 = w_0}}$$

Antw.: Die Hälften rotieren gleich schnell wie der ursprüngliche ganze Stab (<u>220 U/min</u>)

3.) Energiesatz: $mgL = \frac{1}{2} J w^2 = \frac{1}{2} \cdot m \frac{L^2}{3} w^2 \xrightarrow{:(mL)}$
$g = L w^2/6 \longrightarrow w = \sqrt{6g/L} = v/L \xrightarrow{\cdot L}$
$v = \sqrt{6gL} = \sqrt{6 \cdot 9.8 \cdot 1.5}\,m/s = \underline{\underline{9.4m/s}}$

4.) Energisatz: $\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh + F_R \cdot s = mg\frac{s}{2} + F_R \cdot s$

$$\rightarrow F_R = \frac{m}{2s}[v_0^2 - g \cdot s] = \frac{2.5}{2 \cdot 0.6}[3^2 - 9.8 \cdot 0.6]\,N$$

$F_R = \underline{\underline{6.5N}}$

5.) Energiesatz: $\frac{1}{2} m v_{y0}^2 = mgh_{max}$, $v_{y0} = v_0 \cdot \sin\alpha_0$

$$\rightarrow h_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha_0}{2g} = \frac{8^2 \cdot \sin^2 60^\circ}{2 \cdot 9.8}\,m = \underline{\underline{2.4m}}$$

6.) Energiesatz: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = 42J \rightarrow$
$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = 84J$
Impuls $m_1 v_1 = -m_2 v_2 \rightarrow v_2 = -(m_1/m_2) v_1$
$m_1 v_1^2 + m_1^2 v_1^2/m_2 = 84J \rightarrow v_1^2 = 84J \cdot m_2/[m_1(m_1+m_2)]$

$$v_1 = \sqrt{\frac{84J \cdot m_2}{m_1 \cdot (m_1 + m_2)}} = \sqrt{\frac{84 \cdot 2}{3 \cdot (3+2)}} \frac{m}{s} = \underline{\underline{3.35 m/s}}$$

$$V_2 = (-m_1/m_2) \cdot v_1 = (-3/2) \cdot 3.35 m/s = \underline{\underline{-5.02 m/s}}$$

7.) Kugel: $J = \frac{2}{5} mr^2 \rightarrow E_{kin} = \frac{1}{2} m v_K^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} mr^2 \cdot \omega_K^2$

$$= \frac{7}{10} m v_K^2 = mgh \rightarrow h = \frac{7}{10g} v_K^2$$

Zylinder: $J = \frac{1}{2} mr^2 \rightarrow E_{kin} = \frac{1}{2} m v_Z^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} mr^2 \omega_Z^2$

$$= \frac{3}{4} m v_Z^2 = mgh \rightarrow h = \frac{3}{4g} v_Z^2$$

Gleiche Höhe: $h = \frac{7}{10g} v_K^2 = \frac{3}{4g} v_Z^2 \rightarrow v_K = \sqrt{\frac{15}{14}} v_Z$

$$= \sqrt{\frac{15}{14}} \cdot 3.3 m/s = \underline{\underline{3.4 m/s}}$$

8.) 1. Kugel: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} mr^2 \cdot \omega_1^2 = \frac{7}{10} m (v_1')^2 \rightarrow \frac{1}{5} v_1^2 = \frac{7}{10} (v_1')^2$

$$\rightarrow v_1' = \sqrt{2/7}\, v_1 = \sqrt{2/7} \cdot 5 m/s = \underline{\underline{2.7 m/s}}$$

2. Kugel: $\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{7}{10} m (v_2')^2 \rightarrow v_2' = \sqrt{5/7}\, v_1 =$

$$\sqrt{5/7} \cdot 5 m/s = \underline{\underline{4.2 m/s}}$$

9.) $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{P}{E_{ph}}$ und $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta N \cdot p_{ph}}{\Delta t} = \frac{\Delta N}{\Delta t} \cdot p_{ph} =$

$$\frac{P}{E_{ph}} \cdot p_{ph} = \frac{P \cdot p_{ph}}{E_{ph}} = \frac{P \cdot h/\lambda}{hc/\lambda} = \frac{P}{c} = \frac{900}{3 \cdot 10^8} N$$

$$= 3 \mu N \rightarrow p_{Licht} = \frac{F}{A} = \frac{\Delta p/\Delta t}{\underset{\nwarrow 1m^2}{A}} = \underline{\underline{3.0 \mu Pa}}$$

10.) $F = \Delta p/\Delta t = \Delta m \cdot v/\Delta t = (\Delta m/\Delta t)\cdot v \rightarrow$

$$v = \frac{F}{\Delta m/\Delta t} = \frac{35\cdot 10^6}{13'500/1}\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{2.6 km/s}}$$

11.) $\frac{\cancel{v_1^2}^{\,0}}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} \rightarrow \frac{v_2^2}{2} = \frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho}$

wobei $\Delta p = \rho_F g h \rightarrow v_2^2 = \frac{2\rho_F g h}{\rho} \rightarrow$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\rho_F g h}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1000\cdot 9.8\cdot 0.07}{1.3}}\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{32 m/s}}$$

12.) Energiesatz: $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J_s\omega^2 =$

$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mr^2\cdot\frac{v^2}{r^2} = \frac{3}{4}mv^2 \rightarrow v^2 = 4gh/3$

$\rightarrow v = 2\sqrt{gh/3} = 2\sqrt{9.8\cdot 0.58/3}\ m/s = \underline{\underline{2.75 m/s}}$

13a) $mgh = \frac{1}{2}mv_E^2 \rightarrow v_E = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gL\cos 60^\circ} =$

$\sqrt{2\cdot 9.8\cdot 0.6\cdot 0.5}\ m/s = \underline{\underline{2.4 m/s}}$

b) $mgh = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}J\cdot\left(\frac{v_E}{L}\right)^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{2}{5}mr^2 + mL^2\right]\cdot$

$\left(\frac{v_E}{L}\right)^2 = \frac{m}{2}\left[\frac{2}{5}\left(\frac{r}{L}\right)^2 + 1\right]v_E^2 \rightarrow v_E = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2}{5}\left(\frac{r}{L}\right)^2 + 1}}$

$$v_E = \sqrt{\frac{2gL\cos 60^\circ}{\frac{2}{5}\left(\frac{r}{L}\right)^2 + 1}} = \sqrt{\frac{2\cdot 9.8\cdot 0.6\cdot 0.5}{\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{15}{60}\right)^2 + 1}}\ m/s$$

$v_E = \underline{\underline{2.3 m/s}}$

14.) $\frac{\cancel{v_1^2}^{\,0}}{2} + \frac{p_i}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{\cancel{p_a}^{\,0}}{\rho} \rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2p_i}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\cdot 200\cdot 101'000}{1.7}}\,\frac{m}{s}$

$\longrightarrow \underline{\underline{v_2 = 4.9 km/s}}$

15a) $J = \frac{2}{5}mr^2 = \frac{2}{5}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\cdot\rho\cdot r^2 = \frac{8}{15}\pi r^5\rho =$

$\frac{8}{15}\pi\cdot(6'370'000)^5\cdot 5500\,kg\cdot m^2 = \underline{\underline{9.7\cdot 10^{37}\,kg\cdot m^2}}$

$\rightarrow L = J\omega = \underline{\underline{7.05\cdot 10^{33}\,Nm\cdot s}}$

b) $r_i = 4630\,km \rightarrow J = \frac{8}{15}\pi\left[r^5\rho_{Kruste} + r_i^5(\rho_{Kern} - \rho_{Kruste})\right]$

$= \frac{8}{15}\pi\left[6'370'000^5\cdot 2700 + 4'630'000^5\cdot(10'600 - 2700)\right]kg\cdot m^2$

$= \underline{\underline{7.3\cdot 10^{37}\,kg\cdot m^2}} \rightarrow L = J\omega = \underline{\underline{5.36\cdot 10^{33}\,Nm\cdot s}}$

16a) $\lim_{r\to\infty}(-Gm_E/r) = 0 \rightarrow$ die Bezugsebene entspricht unendlicher Entfernung $(r\to\infty)$.

b) $E_{pot} = -Gm_E m/r_E = [-6.67\cdot 10^{-11}\cdot 5.97\cdot 10^{24}\cdot 2/6'371'000]\,J = \underline{\underline{125\,MJ}}$

c) $\frac{1}{2}mv_F^2 = G\frac{m\cdot m_E}{r_E} \rightarrow v_F = \sqrt{2Gm_E/r_E} =$

$\sqrt{2\cdot 6.67\cdot 10^{-11}\cdot 5.97\cdot 10^{24}/6'371'000}\,m/s$

$= \underline{\underline{11.2\,km/s}}$

d) $\frac{Gmm_E}{r} = \frac{Gmm_E}{r_E} - \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow r = \frac{1}{\frac{1}{r_E} - \frac{v^2}{2Gm_E}}$

$= \frac{1}{\frac{1}{6'371'000} - \frac{340^2}{2\cdot 6.67\cdot 10^{-11}\cdot 5.97\cdot 10^{24}}}\,m = \underline{\underline{6377\,km}}$

$\rightarrow h = r - r_E = 6377\,km - 6371\,km = \underline{\underline{6\,km}}$

17a) $L = mr^2\omega,\ \omega^2 = Gm_E/r^3 \rightarrow r^2 = (Gm_E)^{2/3}/\omega^{4/3}$

$\underline{\underline{L = m\sqrt[3]{(Gm_E)^2/\omega}}}$

b) $L = mr^2 w$, $w = \sqrt{Gm_E/r^3} \rightarrow L = m\sqrt{Gm_E r}$

Der Drehimpuls wächst mit der Quadratwurzel des Bahnradius r.

18a) $\frac{mv^2}{r} = \frac{Gmm_S}{r^2} \rightarrow r = \frac{Gm_E}{v^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1.988 \cdot 10^{30}}{(30'300)^2} m$
$= \underline{\underline{144 \text{ Mio km}}}$

b) Drehimpuls: $m \cdot v_{Aphel} \cdot r_{Aphel} = m \cdot v_{Perihel} \cdot r_{Perihel}$
$r_{Aphel} = (v_{Perihel}/v_{Aphel}) \cdot r_{Perihel}$
$= (30.3/29.29) \cdot 147 \text{ Mio. km} = \underline{\underline{152 \text{ Mio. km}}}$

19a) $L = J_1 w_1 = J_2 w_2 \longrightarrow w_2 = w_1 \cdot (J_1/J_2)$
$= w_1 \cdot ((mL^2/3)/(mL^2/12)) = \underline{\underline{4w_1}} = \underline{\underline{16.8 s^{-1}}}$

b) $\Delta W = \frac{1}{2} J_2 w_2^2 - \frac{1}{2} J_1 w_1^2 = \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{mL^2}{12} - \frac{1}{2} \cdot \frac{mL^2}{3} \cdot \frac{1}{4^2}\right] w_2^2$
$= \frac{mL^2}{32} w_2^2 = \frac{1.4 \cdot 1.2^2}{32} \cdot 16.8^2 J = \underline{\underline{18J}}$

20a) $m_1 v_1 + m_2 \overset{0}{\cancel{v_2}} = m_1 v_1' + m_2 v_2' \longrightarrow v_2' = \frac{m_1(v_1 - v_1')}{m_2}$
$= \frac{2 \cdot (7-1)}{2} m/s = \underline{\underline{6.0 m/s}}$

b) $\Delta E_{kin} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 (v_1')^2 - \frac{1}{2} m_2 (v_2')^2 =$
$\left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6^2\right) J = 12J$
$E_{kin0} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7^2 J = 49J$
$[12J/(49J)] \cdot 100\% = \underline{\underline{24.5\%}}$

21.) $p_1 = p_{tot} = m \cdot v_1 = 3 \cdot 6 N \cdot s = 18 N \cdot s$

$$p'_{1x} = m \cdot v_1 \cdot \cos 60^\circ = 3 \cdot 3 \cdot \tfrac{1}{2}\, N \cdot s = 4.5\, N \cdot s$$

$$p'_{1y} = m v_1' \sin 60^\circ = 3 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ \cdot N \cdot s = 7.7942\, N \cdot s$$

$$p'_{2y} = -p'_{1x} = -7.7942\, N \cdot s$$

$$p'_{2x} = p_1 - p'_{1x} = 18\, N \cdot s - 4.5\, N \cdot s = 13.5\, N \cdot s$$

$$p_2 = \sqrt{(p'_{2x})^2 + (p'_{2y})^2} = \sqrt{13.5^2 + (-7.7942)^2}\, N \cdot s$$

$$= 15.5885\, N \cdot s = 2m \cdot v_2 \rightarrow v_2 = p_2/(2m) =$$

$$(15.5885/(2 \cdot 3))\, m/s = \underline{\underline{2.6\, m/s}}$$

$$\varphi = \arctan(|p'_{2y}/p'_{2x}|) = \arctan(|-7.7942/13.5|)$$

$$= \underline{\underline{31^\circ}}$$

$$E_{kin0} = \tfrac{1}{2} m \cdot v_1^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6^2\, J = 54\, J$$

$$E'_{kin} = \tfrac{1}{2} m (v_1')^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 2m \cdot (v_2')^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3^2\, J +$$

$$\tfrac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2.598^2\, J = 33.75\, J$$

$$\frac{54\, J - 33.75\, J}{54\, J} \cdot 100\% = \underline{\underline{38\%}}$$

22.) $\frac{1}{2} D y^2 = mgh \rightarrow D = \frac{2mgh}{y^2} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 9.8 \cdot 45}{(45-20)^2} \cdot \frac{N}{m}$

$\rightarrow \underline{\underline{D = 85\, N/m}}$

$F = D \cdot (h - L) = 84.672 \cdot (45 - 20)\, N = \underline{\underline{2.1\, kN}}$

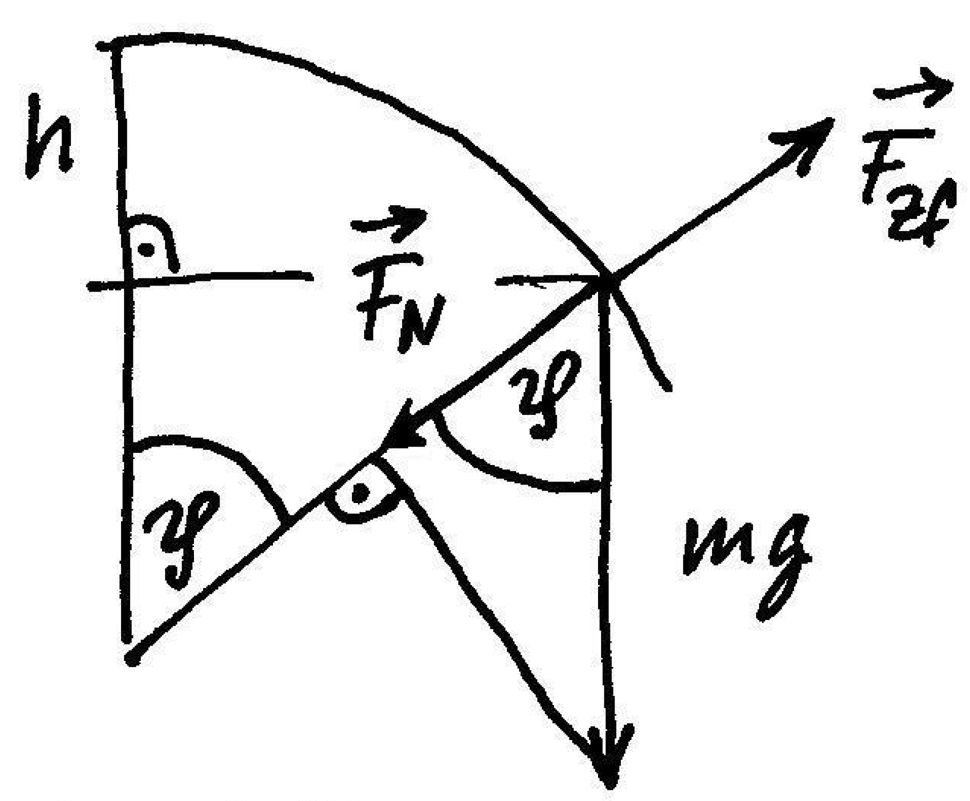
23.) $h = r \cdot (1 - \cos\varphi)$

$mgh = mgr(1 - \cos\varphi) = \frac{1}{2} m v^2$

$\rightarrow v^2 = 2gr(1 - \cos\varphi)$

$F_N = mg \cdot \cos\varphi = mv^2/r$

$= 2mg(1 - \cos\varphi) \rightarrow \cos\varphi = 2(1 - \cos\varphi)$



$\cos\varphi = 2/3 \rightarrow \varphi = \arccos(2/3) = \underline{\underline{48^\circ}}$