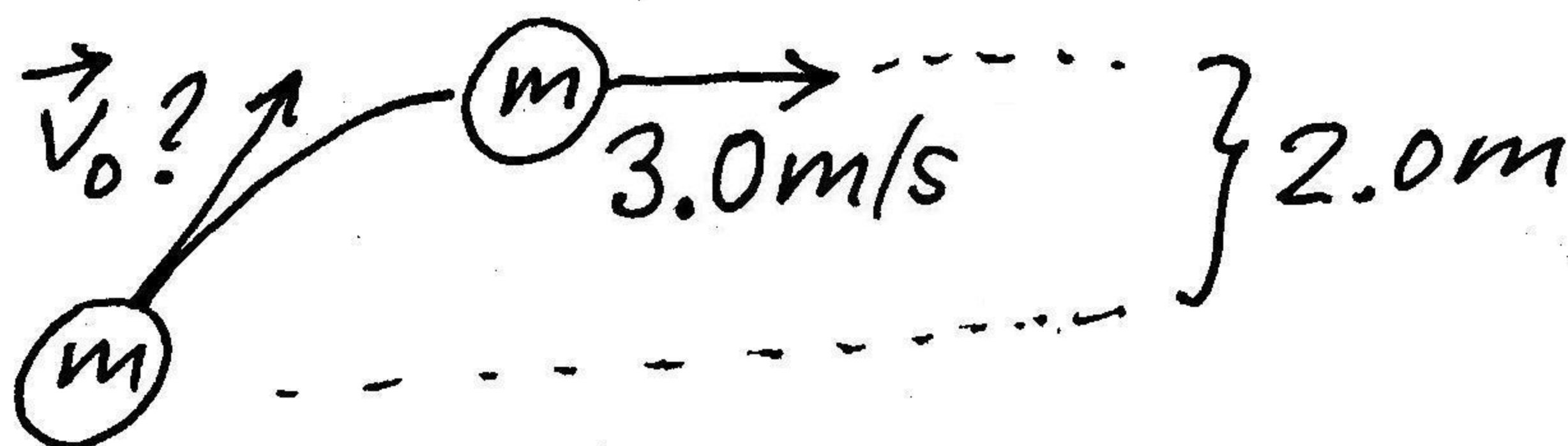
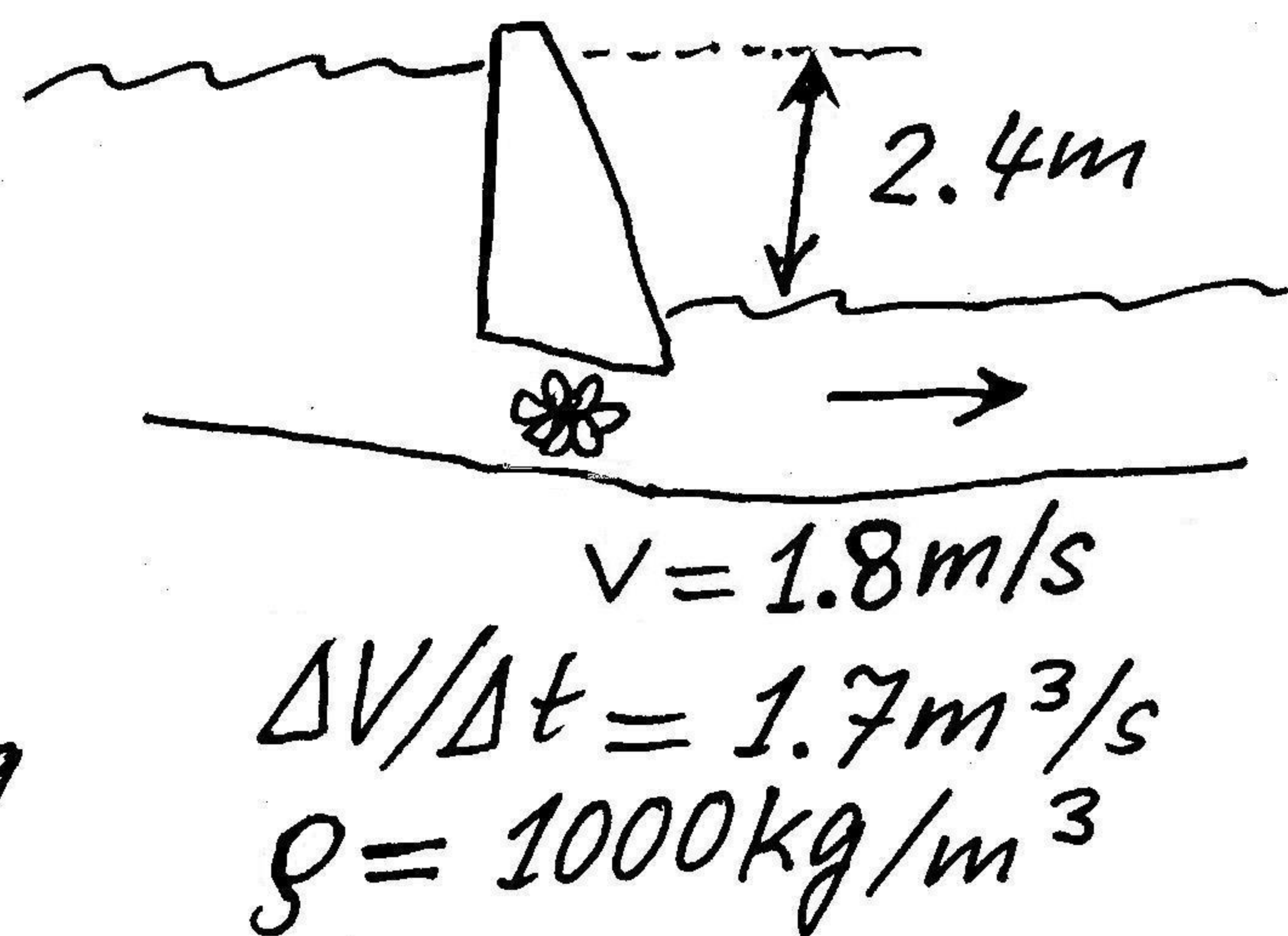


MusterprüfungThemen: Erhaltungssätze

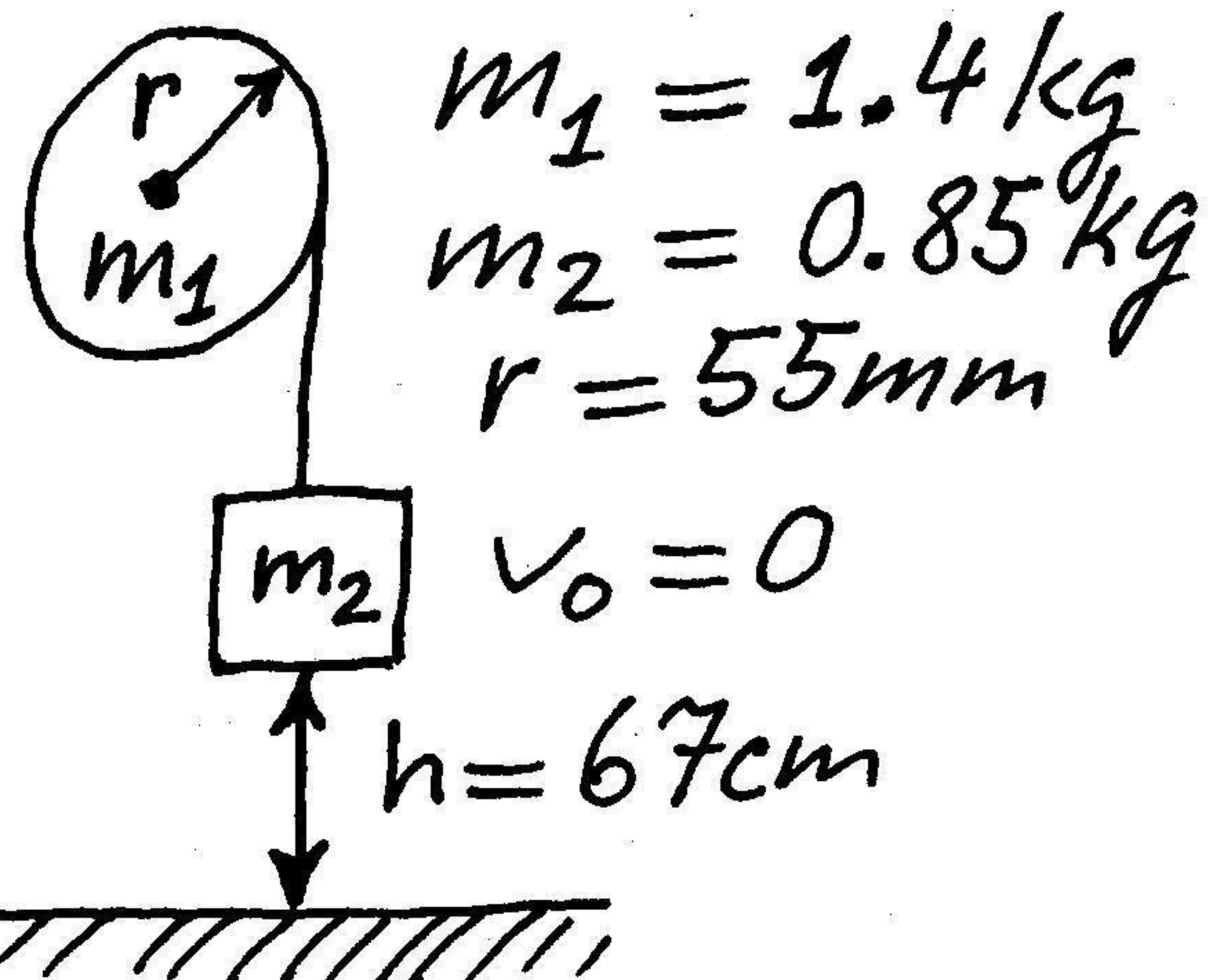
- 1.) Schiefer Wurf: Der Scheitelpunkt, der 2.0 m über der Abwurfstelle liegt, wird mit einer Geschwindigkeit von 3.0 m/s durchlaufen. Gesucht die Abwurfgeschwindigkeit v_0 .



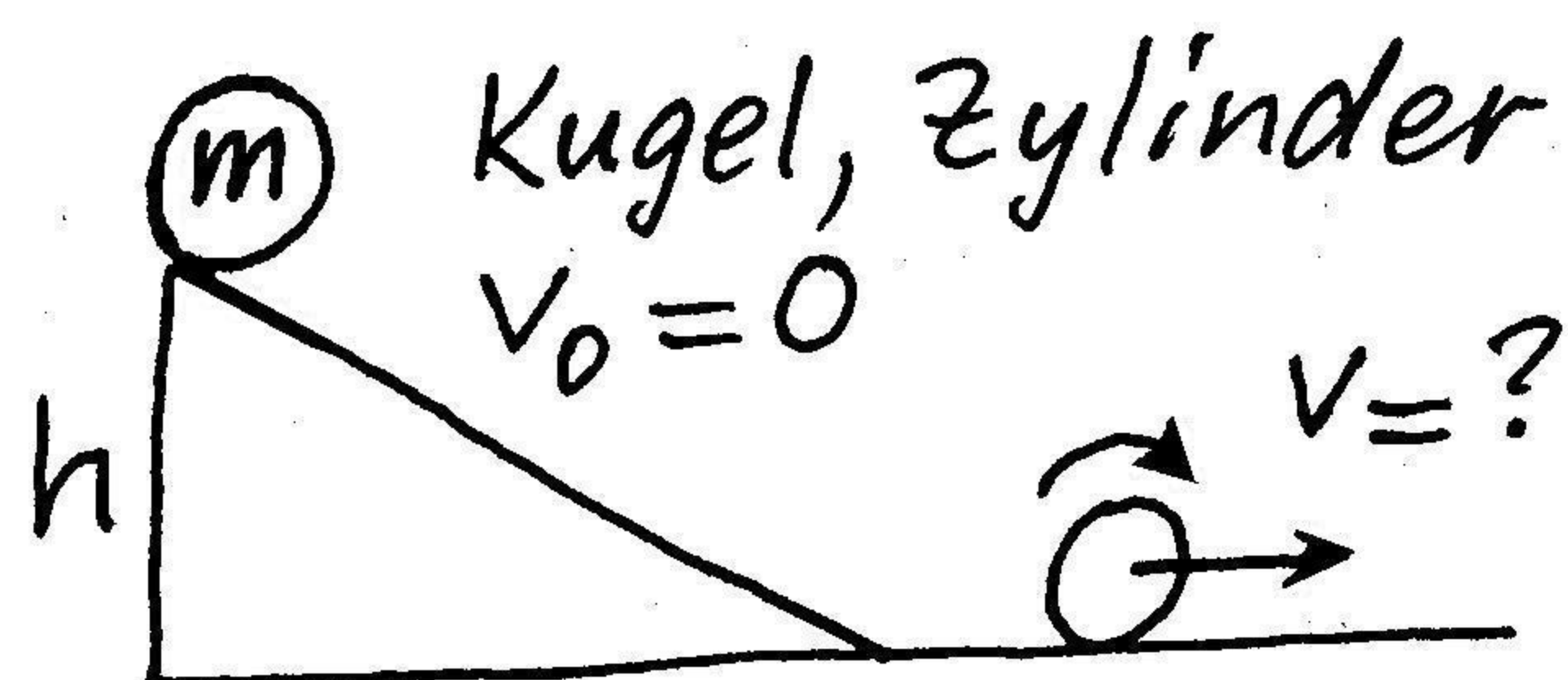
- 2.) Flusskraftwerk:
 Stauhöhe 2.4 m
 Durchfluss $1.7 \text{ m}^3/\text{s}$
 Abflussgeschw. 0.84 m/s
 Gesucht: Max. Nutzleistung



- 3.) Gesucht: Max. Winkelgeschw. der Walze mit aufgewickeltem Seil.



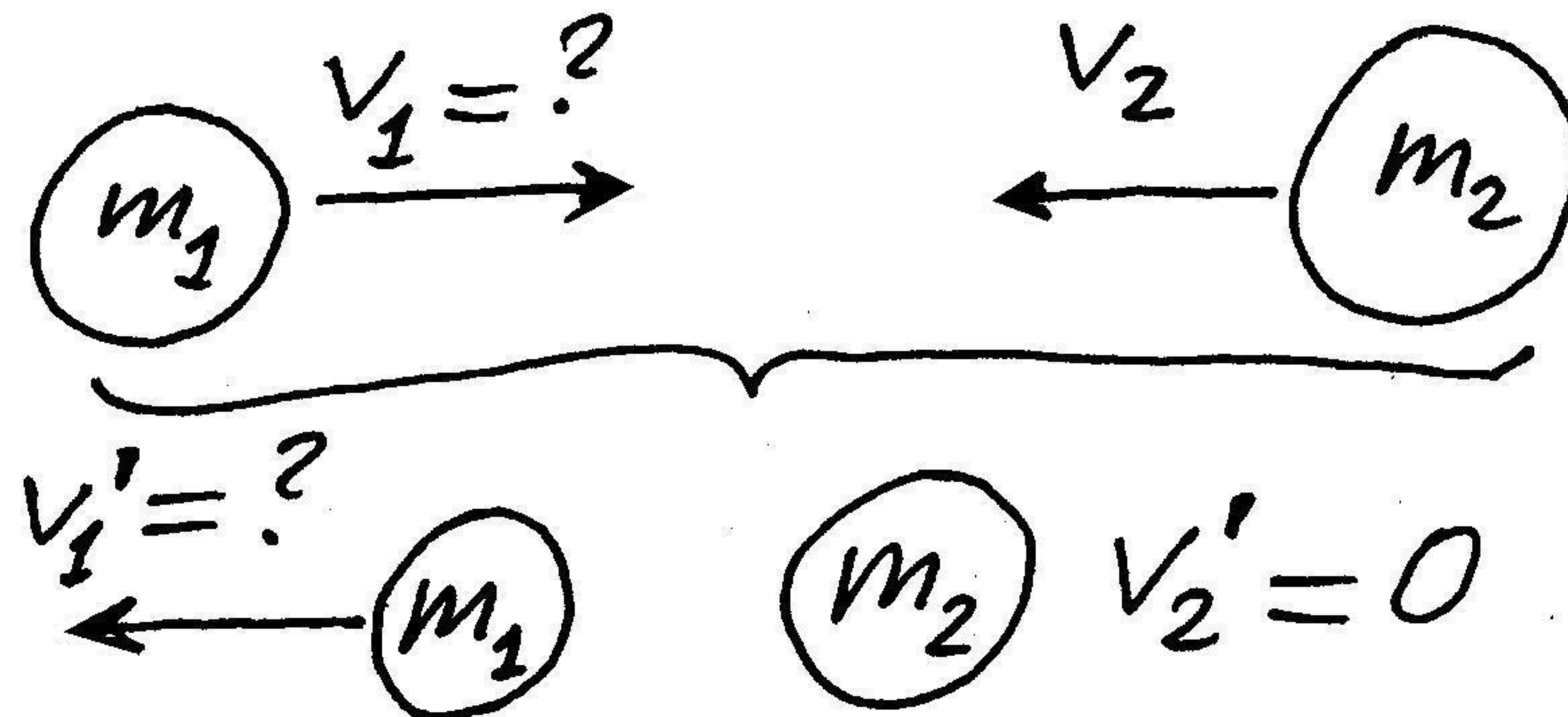
- 4.) Rampe mit Höhe $h = 38 \text{ cm}$.
 Gesucht Endgeschwindigkeit von
 a) rollender Kugel
 b) rollendem Zylinder



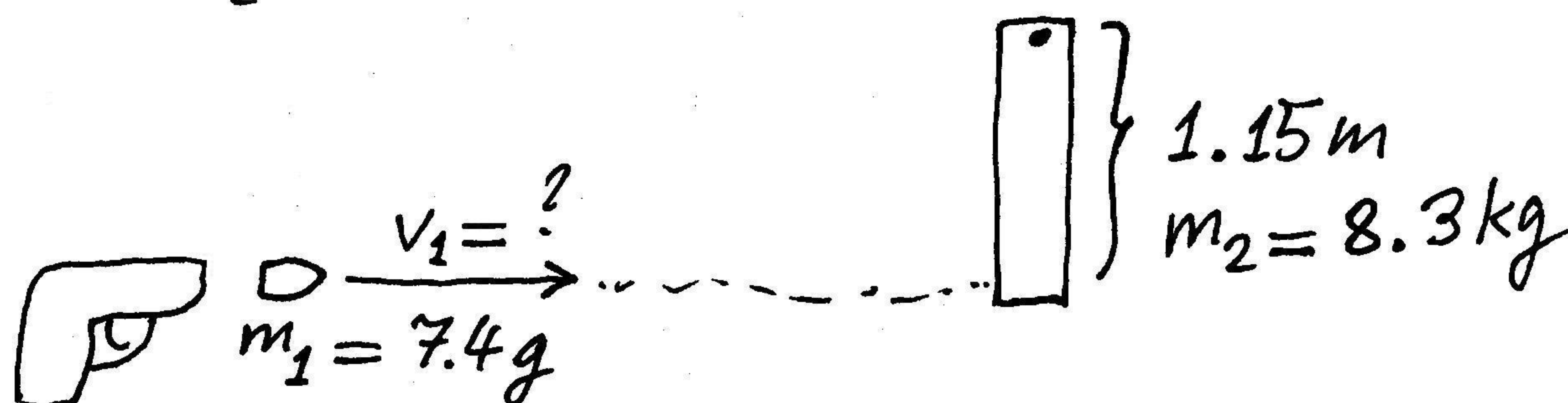
- 5.) Vollkommen elastischer Stoss von zwei Kugeln.

Masse $m_1 = 1.0 \text{ kg}$ und Masse $m_2 = 3.0 \text{ kg}$, zentraler Stoss. Die Masse

m_2 vor dem Stoss: $v_2 = -3.5 \text{ m/s}$ und nach dem Stoss: $v_2' = 0$. Wie gross ist dann die Geschwindigkeit von m_1 vor und nach dem Stoss?

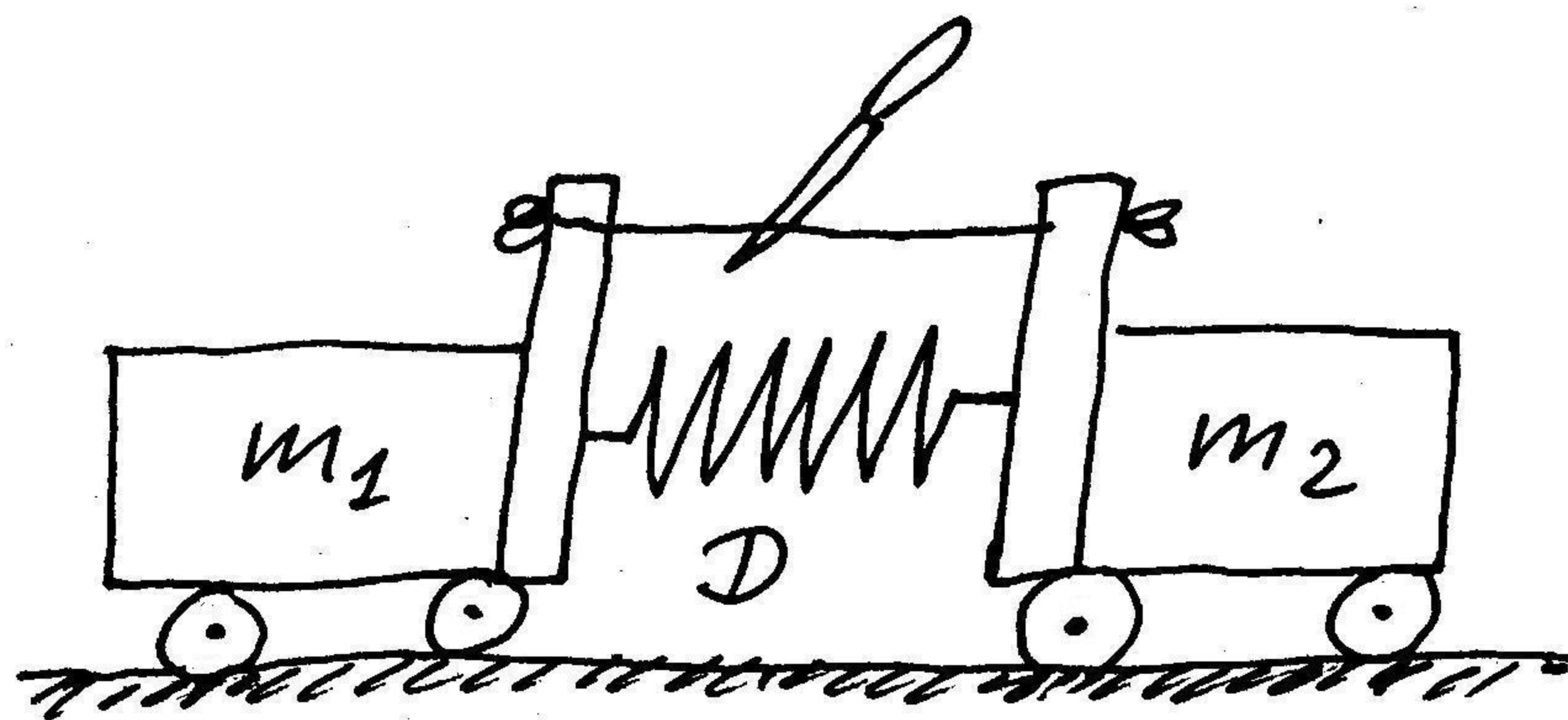


- 6.)



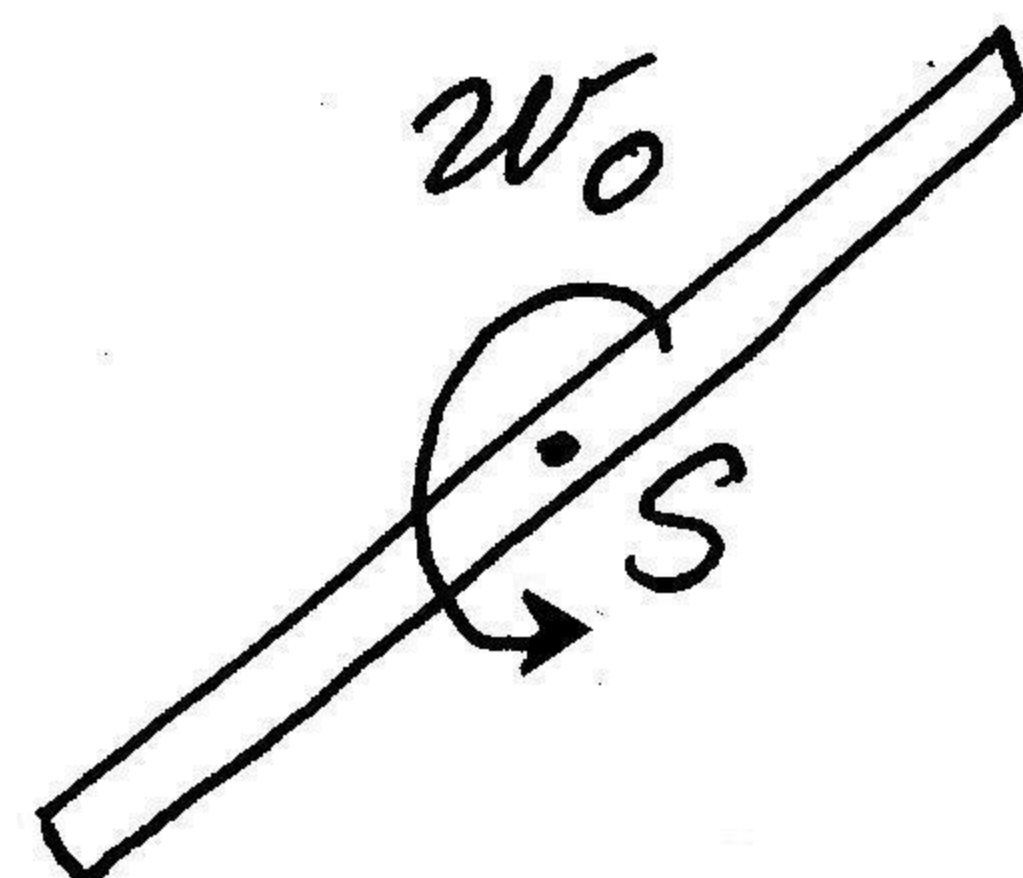
Pistolenkugel bohrt sich ins untere Ende eines 8.3 kg schweren, 115 cm langen Holzbalkens. Der Balken ist am oberen Ende gelenkig befestigt. Nach dem Schuss schwingt der Balken mit einer maximalen Auslenkung von 30° vom Lot. Wie gross ist die Geschwindigkeit v_1 der 7.4 g schweren Pistolenkugel?

- 7.) $m_1 = 3.0 \text{ kg}$ und $m_2 = 4.0 \text{ kg}$. Die Energie von 115 J der gestauchten



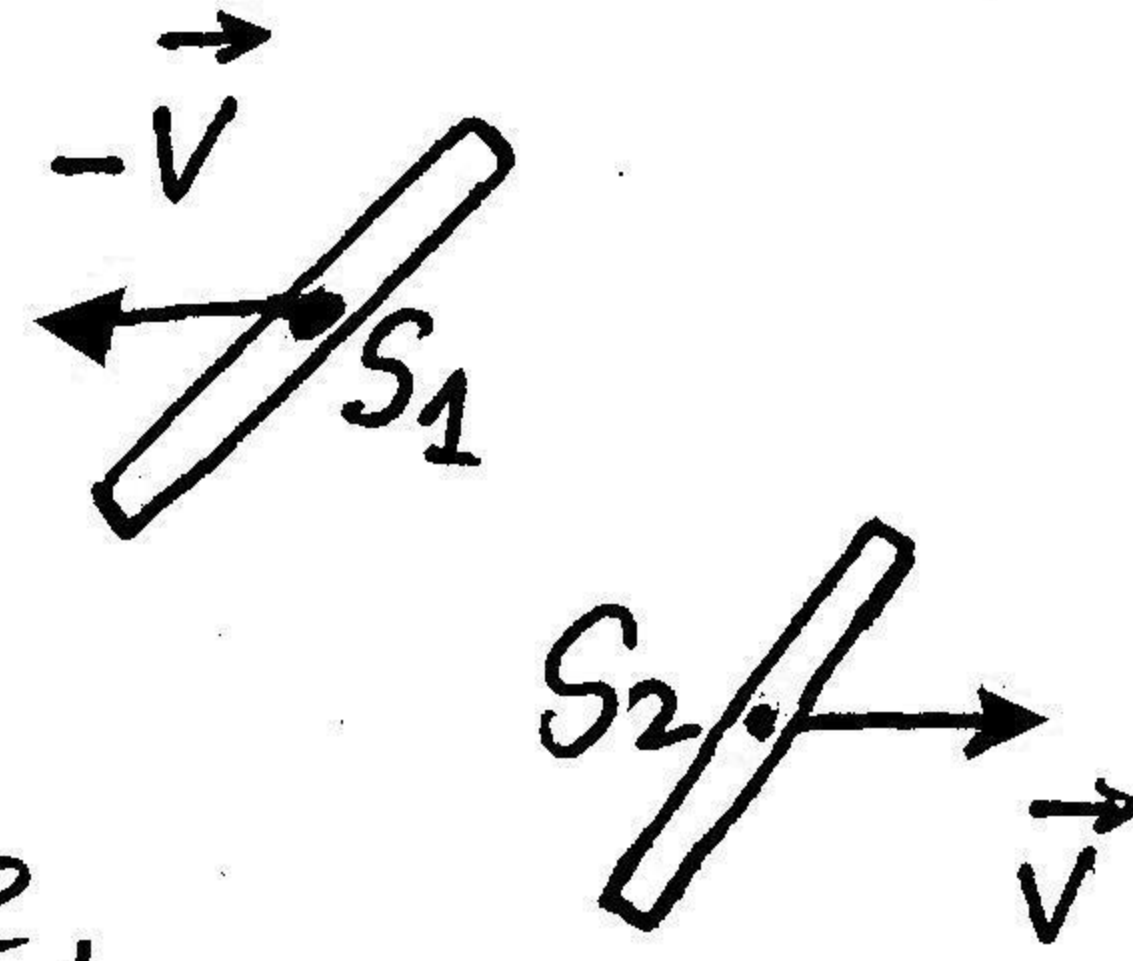
Feder wird vollständig auf die beiden Körper übertragen, wenn der Faden durchtrennt wird. Wie gross sind dann die Geschwindigkeiten v_1' und v_2' von m_1 , resp. m_2 ?

- 8.) Ein rotierender Stab rotiert mit einer Winkelgeschwindigkeit $\omega_0 = 19 \text{ s}^{-1}$ um seinen Schwerpunkt. Der 1.62 m lange Stab

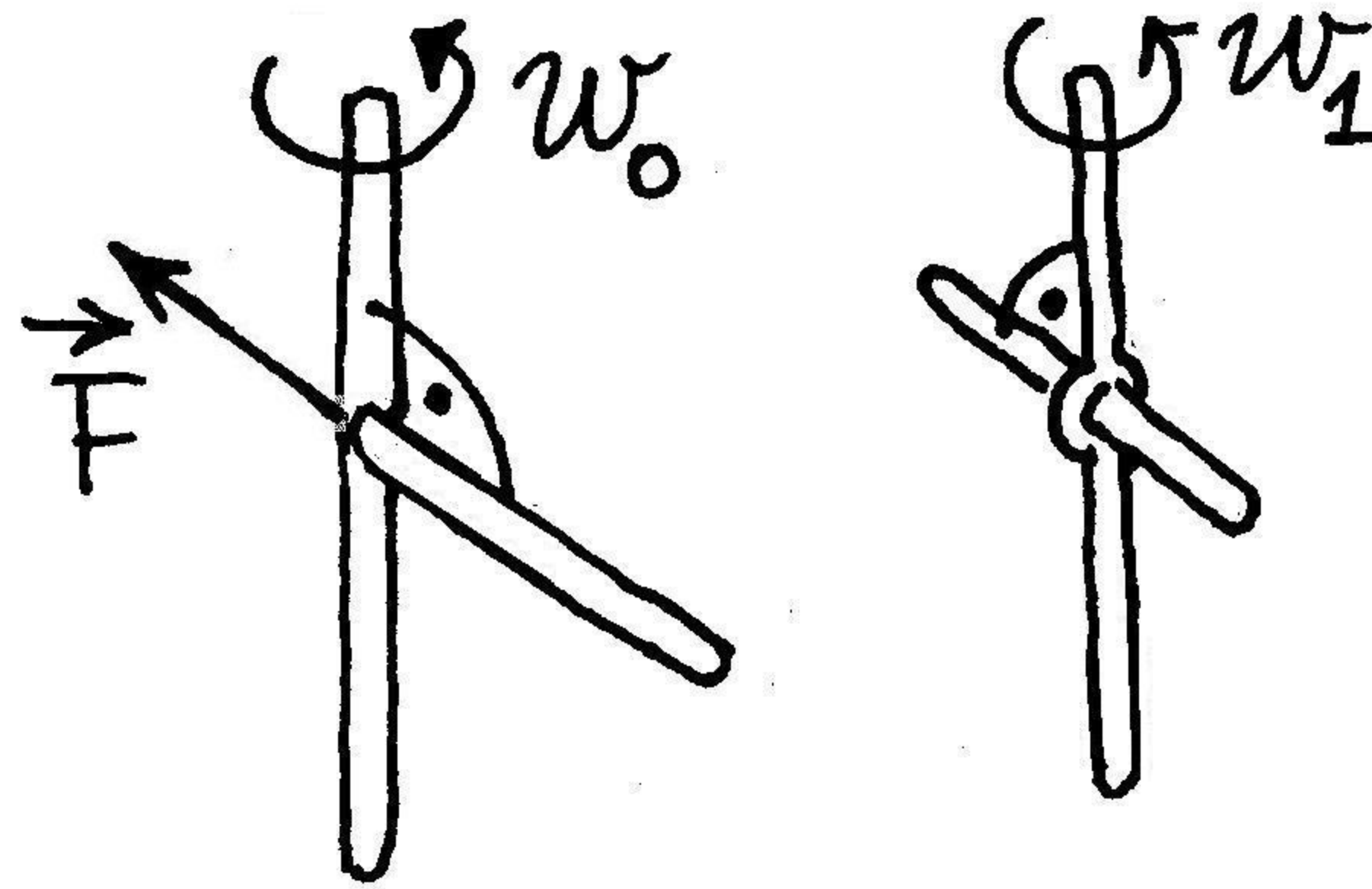


zerbricht in der Mitte.

Berechne für die beiden Fragmente die Geschwindigkeit v ihrer Schwerpunkte, sowie ihre Winkelgeschwindigkeit ω_1 .



- 9.) Ein 85g schwerer, 64cm langer Stab rotiert mit einer Winkelgeschwindigkeit ω_0 von 34 s^{-1} um eines der beiden Stabenden.



Der Stab steht senkrecht zur Drehachse. Entlang dem Stab, senkrecht zur Drehachse wirkt eine Kraft welche am Stab so zieht, dass der Schwerpunkt, d.h. die Mitte des Stabs, in der Drehachse liegt.

- Mit welcher Winkelgeschwindigkeit ω_1 dreht sich der Stab wenn sein Schwerpunkt sich in der Drehachse befindet?
 - Welche Arbeit verrichtet die Kraft welche am Stab zieht?
- 10.) Die Erde sei eine homogene Kugel mit einer Masse von $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ und einem Radius von 6371km. Für eine Umlaufzeit von 24h berechne
- den Drehimpuls der Erde.
 - die Abnahme des Drehimpulses der Erde wenn sich ihre Umlaufzeit um 1.8ms verlängert.
 - das bremsende Drehmoment, das bewirkt, dass sich die Tageslänge (Umlaufzeit) in hundert Jahren um 1.8ms verlängert.

Musterlösungen

$$1.) \text{ Energiesatz: } \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh \quad | \cdot 2/m$$

$$v_0^2 = v_1^2 + 2gh \rightarrow v_0 = \sqrt{v_1^2 + 2gh} = \sqrt{3^2 + 2 \cdot 10 \cdot 2}$$

$$m/s = \underline{\underline{7.0 m/s}}$$

$$2.) P = \frac{\Delta m}{\Delta t} \left[gh - \frac{1}{2} v^2 \right] = \rho \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t} \left[gh - \frac{1}{2} v^2 \right] = 1000 \cdot 1.7 \left[10 \cdot 2.4 - \frac{1.8^2}{2} \right] W = \underline{\underline{38 kW}}$$

$$3.) \frac{1}{2} J \omega_{\max}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{\max}^2 = m_2 gh, \quad v_{\max} = \omega_{\max} \cdot r, \quad J = \frac{1}{2} m_1 r^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m_1 r^2 \omega_{\max}^2 + \frac{1}{2} m_2 r^2 \omega_{\max}^2 = m_2 gh \rightarrow$$

$$\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4 m_2 gh}{(m_1 + 2 m_2) r^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0.85 \cdot 10 \cdot 0.67}{(1.4 + 2 \cdot 0.85) \cdot 0.55^2}} s^{-1}$$

$$\omega_{\max} = \underline{\underline{4.93 s^{-1}}}$$

$$4.) \text{ Energiesatz: } \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2 = mgh, \quad \omega = v/r \rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + J/r^2}}$$

$$a) J = \frac{2}{5} m r^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + (2/5)m}} = \sqrt{\frac{10gh}{7}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10 \cdot 0.38}{7}}$$

$$m/s = \underline{\underline{2.33 m/s}}$$

$$b) J = \frac{1}{2} m r^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2mgh}{(3/2)m}} = 2 \sqrt{\frac{gh}{3}} = 2 \sqrt{\frac{10 \cdot 0.38}{3}}$$

$$m/s = \underline{\underline{2.25 m/s}}$$

$$5.) v_2' = 0 = \frac{(m_2 - m_1) v_2 + 2 m_1 v_1}{m_1 + m_2} \rightarrow v_1 = \frac{-(m_2 - m_1)}{2 m_1} v_2$$

$$= \frac{-(3-1)}{2 \cdot 1} (-3.5) m/s = \underline{\underline{3.5 m/s}}$$

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{(1-3) \cdot 3.5 + 2 \cdot 3 \cdot (-3.5)}{1+3} m/s$$

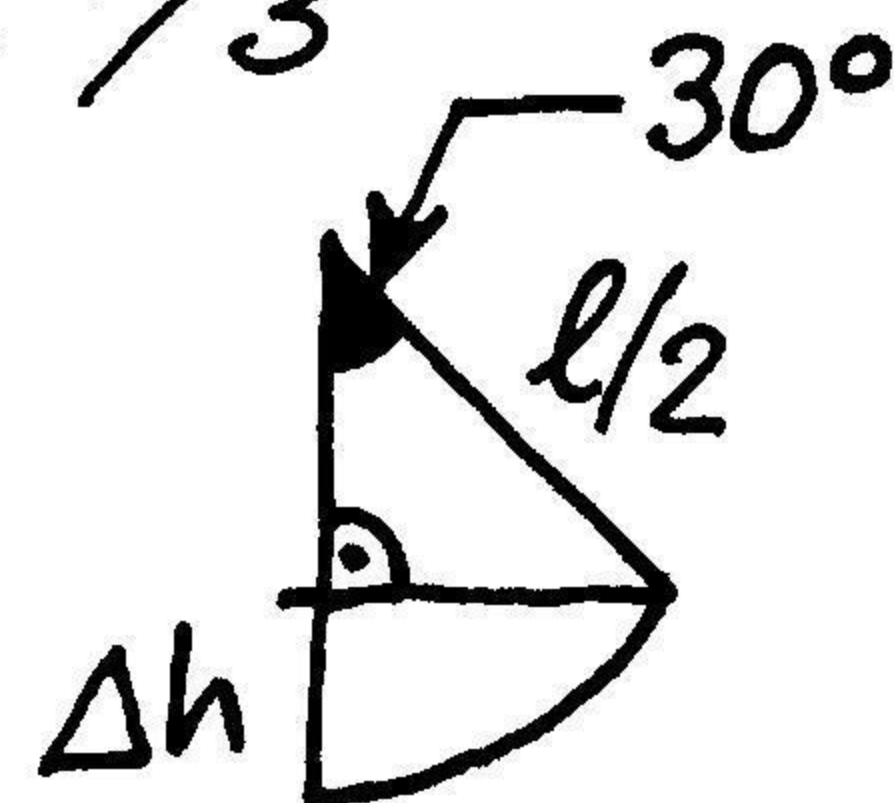
$$\underline{\underline{v_1' = -7.0 m/s}}$$

- 6.) Anmerkung: Die Kugel, die sich in den Holzbalken gebohrt hat wird ignoriert (z.B. bezügl. Massenträgheitsmoment).

Drehimpulserhaltung: $m_1 v_1 \cdot l = J \omega_0 = \frac{m_2 l^2}{3} \omega_0$

Satz von Steiner: $\frac{m_2 l^2}{12} + m_2 \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{m_2 l^2}{3}$

$v_1 = \frac{m_2 l}{3 m_1} \omega_0$, $\Delta h = (l/2)(1 - \cos 30^\circ)$



Energiesatz: $\frac{1}{2} J \omega_0^2 = m_2 g \Delta h$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{m_2 l^2}{3} \omega_0^2 = m_2 g \cdot \frac{l}{2} (1 - \cos 30^\circ) \rightarrow \frac{l}{3} \omega_0^2 = g (1 - \cos 30^\circ)$

$\rightarrow \omega_0 = \sqrt{(3g/l)(1 - \cos 30^\circ)} = \sqrt{(3 \cdot 10 / 1.15)(1 - \cos 30^\circ)} \text{ s}^{-1}$
 $= 1.8695 \text{ s}^{-1}$

$v_1 = \frac{m_2 l}{3 m_1} \omega_0 = \frac{8.3 \cdot 1.15}{3 \cdot 0.0074} \cdot 1.8695 \text{ m/s} = \underline{\underline{804 \text{ m/s}}}$

7.) Impulserhaltung: $m_1 \cdot v_1 = -m_2 \cdot v_2$

Energieerhaltung: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = 115 \text{ J}$, $v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$

$m_1 v_1^2 + m_2 \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 v_1^2 = m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) v_1^2 = 230 \text{ J} \rightarrow$

$v_1 = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{230 \text{ J}}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{230}{3+4} \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \underline{\underline{6.62 \text{ m/s}}}$

$v_2 = -(m_1/m_2) v_1 = -(3/4) \cdot 6.62 \text{ m/s} = \underline{\underline{-4.96 \text{ m/s}}}$

8.) $v = \omega_0 \cdot l/4 = (19 \cdot 1.62/4) \text{ m/s} = \underline{\underline{7.70 \text{ m/s}}}$

Drehimpulserhaltung: $\frac{m l^2}{12} \omega_0 = 2 \left[\frac{(m/2)(l/2)^2}{12} \omega_1 + \frac{m}{2} \cdot v \cdot \frac{l}{4} \right] \rightarrow \frac{m l^2}{12} \omega_0 = \frac{m l^2}{48} \omega_1 + \frac{m l^2}{16} \omega_0$
 $\rightarrow \frac{m l^2}{48} \omega_0 = \frac{m l^2}{48} \omega_1 \rightarrow \omega_1 = \omega_0 = \underline{\underline{19 \text{ s}^{-1}}}$

9a) Drehimpulserhaltung: $\frac{m}{3} l^2 \omega_0 = \frac{m}{12} l^2 \omega_1 \rightarrow \omega_1 = 4\omega_0$

$$\omega_1 = 4 \cdot 34 \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{136 \text{ s}^{-1}}}$$

Satz von Steiner: $\frac{m}{12} l^2 + m(l/2)^2 = \frac{ml^2}{3}$

b) $\Delta W = \frac{1}{2} (ml^2/12) \omega_1^2 - \frac{1}{2} (ml^2/3) \omega_0^2$
 $= \frac{1}{2} ml^2 \left[\frac{16}{12} - \frac{1}{3} \right] \omega_0^2 = \frac{1}{2} ml^2 \omega_0^2$
 $= \frac{1}{2} \cdot 0.085 \cdot 0.64^2 \cdot 34^2 \text{ J} = \underline{\underline{20.1 \text{ J}}}$

10a) $L = J\omega = \frac{2}{5} mr^2 \omega = \frac{2}{5} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (6'371'000)^2 \cdot \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} \text{ Nms}$

$$\underline{\underline{L = 7.08 \cdot 10^{33} \text{ Nms}}}$$

b) $\Delta L = \frac{2}{5} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (6'371'000)^2 \cdot 2\pi \left[\frac{1}{24 \cdot 3600 + 0.0018} - \frac{1}{24 \cdot 3600} \right] \text{ Nms} = \underline{\underline{-1.48 \cdot 10^{26} \text{ Nms}}}$

c) $\Delta L = M \cdot \Delta t \rightarrow M = \Delta L / \Delta t = [-1.48 \cdot 10^{26} / (100 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600)] \text{ Nm} = \underline{\underline{-4.7 \cdot 10^{16} \text{ Nm}}}$