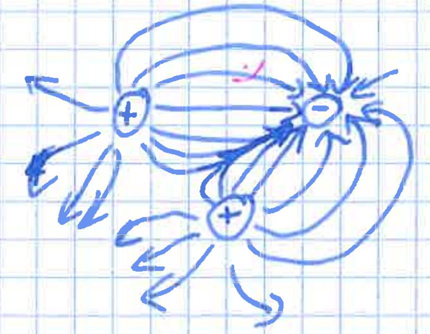
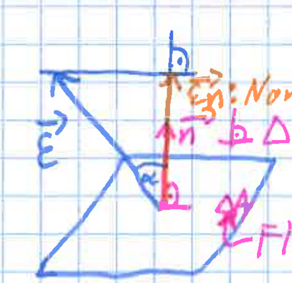
Der elektrische Fluss

Elektr. Feld von Punktladungen



Visuell: ähnlichkeit mit Strömungsfeldern bei welchen
- → pos. Ladungen → Quellen
- → neg. Ladungen → Abflüsse

Formal: Strömungslehre & Potentialtheorie sind eng miteinander verwandt.



$$\Delta \Phi_e = \vec{E} \cdot \Delta\vec{A} = E_n \cdot \Delta A$$

„Skalarprod."

Φ_e: Symbol d. elektr. Flusses

$E_n = |\vec{E}| \cdot \cos\alpha$

Gesetz von Gauss

$$\boxed{\Phi_e = \frac{1}{\varepsilon} \sum_j Q_j}$$

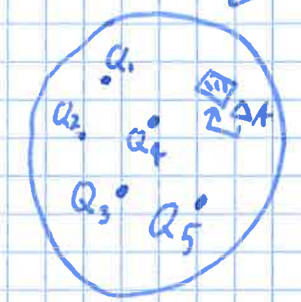
Satz von Gauss

Q_j: elektr. Ladungen

$$\Psi = \sum_A \varepsilon E_n \Delta A$$

A: Fläche

Bezug 2

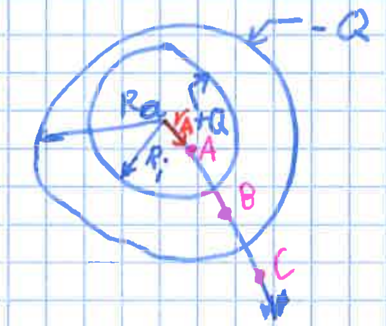


A: Geschlossene Fläche (!)

z.b. Oberfläche von einem Ei ist eine Geschlossene Fläche

> Elektr. Fluss durch geschlossene Fläche entspricht der eingeschlossenen elektr. Ladung

Hausaufg. Kugelkondensator: $Q = 80\,nC$



$R_i = 10\,cm$

$R_a = 20\,cm$

$r_A = 5\,cm$

$\overline{AB} = \overline{BC} = 10\,cm$

Berechne die elektr. Feldstärke in den Punkten A, B & C

Begründe!

Grundsätzl. Aussage über E:

Elektrisches Feld hat dieselbe Symetrie (Kugelsymetrie) wie Kondensator resp. Ladungen

$$\Phi_e = \frac{Q}{\varepsilon}$$

Im Punkt A

Feldstärke auf Kugel
- ist überall gleich
- ist gleich null, weil eingeschlossene Ladung = 0 → $E_A = 0$

Punkt B: $\vec{E} = \frac{Q}{\varepsilon \cdot A}$ (elektr. Feldstärke)

elektr. Feldkonst. → „epsilon"

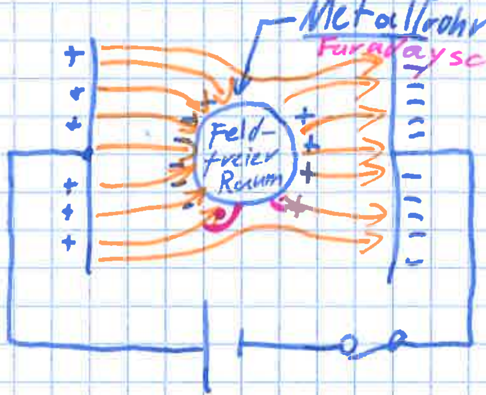
A ← $4\pi \cdot (0{,}15\,m)^2$

$E = 32\,\frac{kV}{m}$

Analog Punkt C, Eingeschlossene Ladung ist $+Q + (-Q) = 0$

$\to E_C = 0$

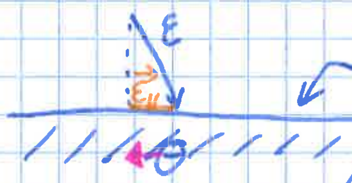
Faradayscher Käfig



äusseres elektr. Feld
Feld bewirkt

- beim Metall Ladungsverschiebung → Influenz

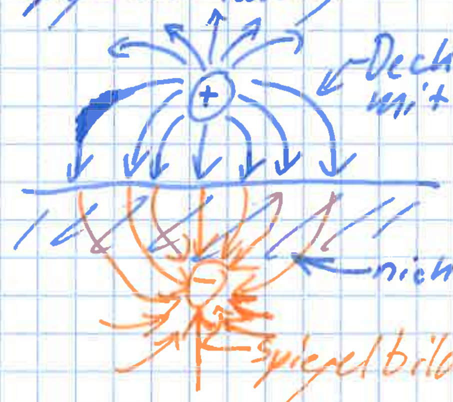
→ ein Gegenfeld durch die verschobenen Ladungen



Wäre E nicht senkrecht zur Metalloberfläche wären die Elektronen nicht im Gleichgewicht. Sie werden verschoben bis $\vec{E} \perp A$

Spiegelbildladung

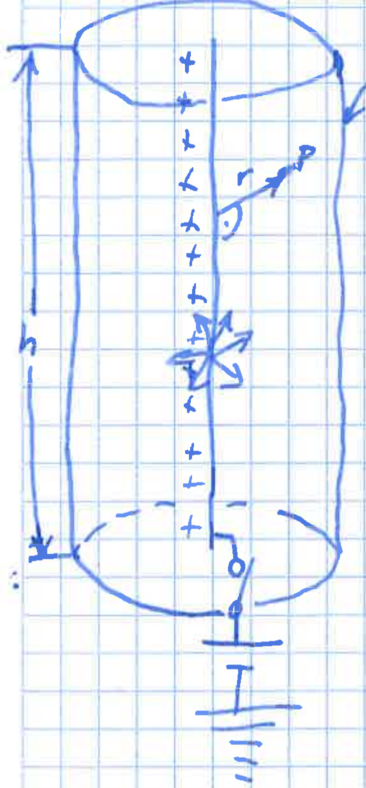
Im Metall in Wirklichkeit



Feld ist so, als ob sich eine gleich „grosse" negative Ladung im Metall befindet.

Metall zieht Ladungen an.

Elektr. Feld eines dünnen geladenen Drahts



Zylindermantel mit Radius r $(h \to \infty)$

Oben & Unt

←(Zylinder)

Man verwendet „Ladungsdichte"

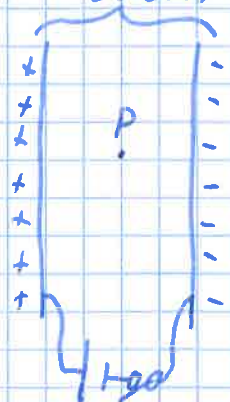
$\frac{\Delta Q}{\Delta h}$ ← pro Längeneinheit Draht

$E \cdot A = \frac{Q}{\varepsilon} \quad |:A$

$E = \frac{Q}{\varepsilon A} = \frac{Q}{\varepsilon 2\pi r h}$ $\quad \frac{Q}{h} = \frac{\Delta Q}{\Delta h}$ → $\boxed{E = \frac{\Delta Q}{\Delta h} \frac{1}{2\pi \varepsilon r}}$

elektr. Feld eines dünnen Drahtes

Bsp.:



$\frac{\Delta Q}{\Delta h} = \frac{1\,pC}{m} = 10^{-12}\,C/m$

Gesucht elektr. Feldstärke im Punkt P in der Mitte zwischen den beiden Drähten im Abstand von 30 cm.

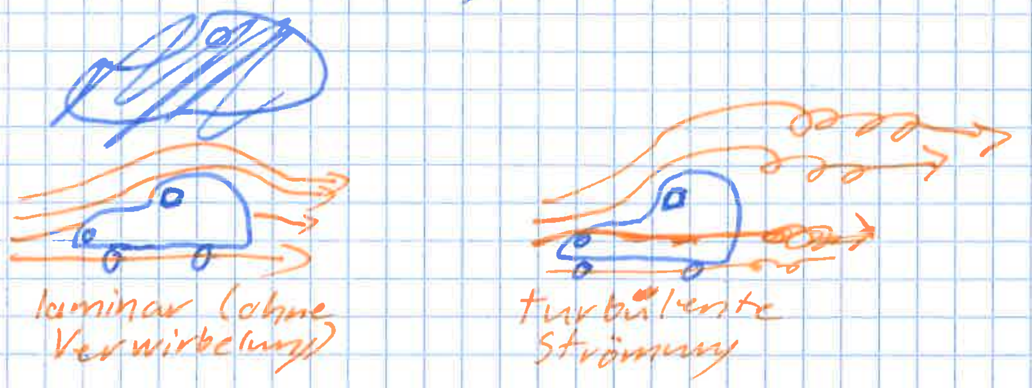
Lsg.:

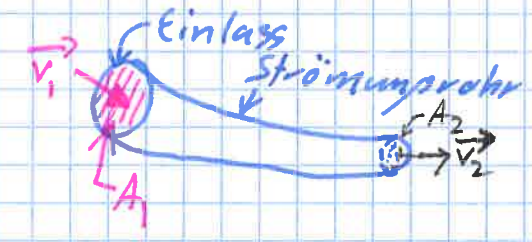
$|\vec{E}| = |\vec{E}_+| + |\vec{E}_-| = 2\,\frac{\Delta Q}{\Delta h} \cdot \frac{1}{2\pi \varepsilon_0 r} = 2 \cdot 10^{-12} \frac{1}{2\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}15\,m} \frac{V}{m} = 0{,}12\,\frac{V}{m}$

← $\varepsilon = \varepsilon_0$

Strömungslehre

In laminarer Strömung

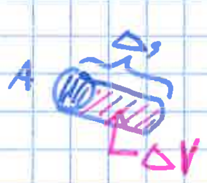




← Fliessgeschwindigkeit im $\frac{m^3}{s}$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = A \cdot v$$

└ Strömungsgeschw.



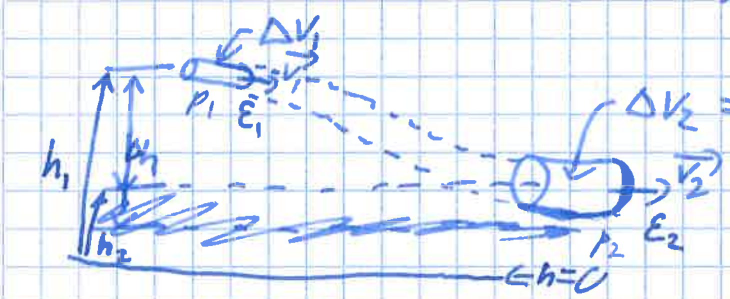
Kontinuitäts~~form~~gleichung

$$\boxed{A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2}$$

Bernoullische Gleichung

Strömungslehre

Medium sei · inkompressibel
· leicht flüssig (keine Viskosität)
innere Reibung



Welche Formen von Energie ~~sind~~ resp. Arbeit spielen eine Rolle?

E_{pot}, E_{kin}, ~~W_{Hub}~~, Druck W / Verdrängung

Energiesatz: $\frac{1}{2} \underbrace{\rho \Delta V}_{\Delta m} \cdot v_1^2 + \underbrace{\rho \Delta V}_{\Delta m} g h_1 + p_1 \Delta V$

$$= \underbrace{\frac{1}{2} \rho \Delta V \cdot v_2^2}_{E_{kin}} + \underbrace{\rho \Delta V \cdot g h_2}_{E_{pot}} + \underbrace{p_2 \Delta V}_{\text{Verdrängungsarbeit}}$$

$$\xrightarrow{:\Delta V} \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2$$

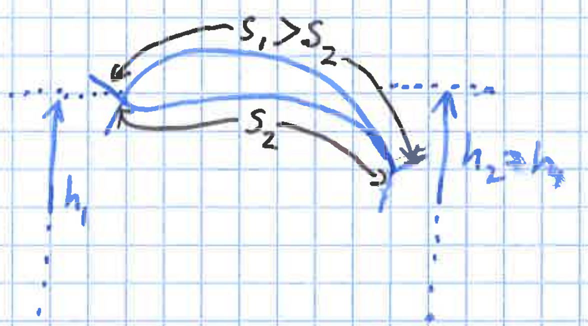
Man schreibt
statischer Druck

$$\boxed{\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + p = \text{konst.}}$$

Gesetz von Bernoulli

Druck:

Dynamischer Auftrieb



Die Zeit, ~~muss~~ um s_1 zurückzulegen, muss gleich sein wie die für s_2 benötigte Zeit.

Bernoulli:

h weglassen! (kürzt sich weg!)

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 \qquad v_2 = v$$

$$v_1 = \frac{s_1}{\Delta t} \rightarrow \frac{1}{\Delta t} = \frac{v_1}{s_1}$$

$$v_2 = \frac{s_2}{\Delta t} \rightarrow \frac{1}{\Delta t} = \frac{v_2}{s_2}$$

$$v_1 = \frac{s_1}{s_2} v_2$$

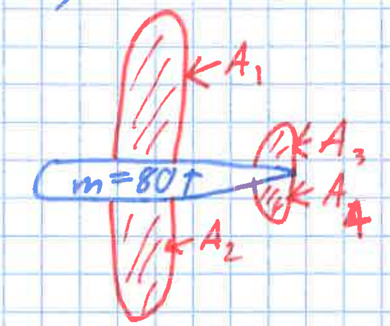
$$\frac{1}{2}\rho\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^2 v_2^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

$$\frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^2 - 1\right] v_2^2 = \underbrace{p_2 - p_1}_{\Delta p}$$

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho v^2\left[\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^2 - 1\right]$$

$$\boxed{\Delta p = \frac{1}{2}\rho v^2\left[\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_2^2}\right]}$$

Hausaufg.:



Für Tragflächen soll gelten s_1 10% grösser als s_2

$\rho_{Luft} = 1{,}25 \frac{kg}{m^3}$

Gesucht Grösse Tragfläche, so dass $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

& $F_G = mg = \Delta p \cdot A$ bei Startgeschw. 217 km/h

Bernoulli

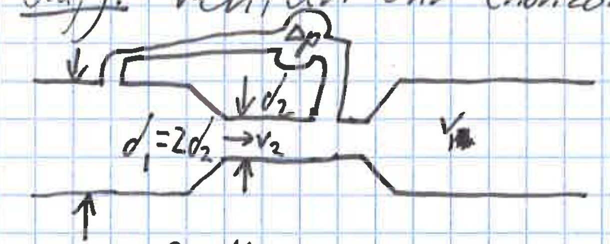
Ausserdem

Demonstrationen von „Bernoulli" auf youtube

$$\Delta p = \frac{1}{2} 1{,}25 \cdot \left(\frac{217}{3{,}6}\right)^2 \left[\frac{1{,}1^2 - 1^2}{1^2}\right] = 477 \frac{kg}{s^2 m}$$

$\Rightarrow A = 1646\ m^2$

Aufg. 1: Venturirohr (horizontal)



$\rho \rightarrow$ Wasser

Wieschnell fliesst das Wasser, wenn $\Delta p = 4{,}5\,kPa$?

$v_1 = ?$

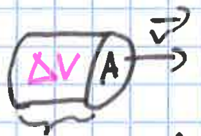
$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g h} + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g h} + p_2$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

$$4500\,Pa = \frac{1}{2}\rho\,(v_2^2 - v_1^2)$$

$$(v_2^2 - v_1^2) = \frac{2\Delta p}{\rho}$$

Kontinuitätsgleichung $\rightarrow$ Fliessgeschwindigkeit $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ ist konstant



$\Delta s = v \cdot \Delta t$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = v \cdot A = konst.$$

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

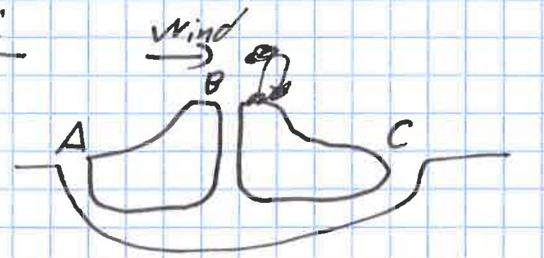
$$v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2} = v_1 \frac{\pi \frac{d_1^2}{4}}{\pi \frac{d_2^2}{4}} = v_1 \underbrace{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2}_{4}$$

$v_2 = 4v_1$

$$4500\,Pa = \frac{1}{2}\rho\,(4v_1^2 - v_1^2) = \frac{3}{2}\rho v_1^2 \;\Big|\cdot \frac{2}{3\rho}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 4500\,Pa}{3\rho}} = \sqrt{\frac{9000\,Pa}{3 \cdot 1000}}\,\frac{m}{s} = \sqrt{3}\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}7\,\frac{m}{s}}}$$

Aufg. 2:



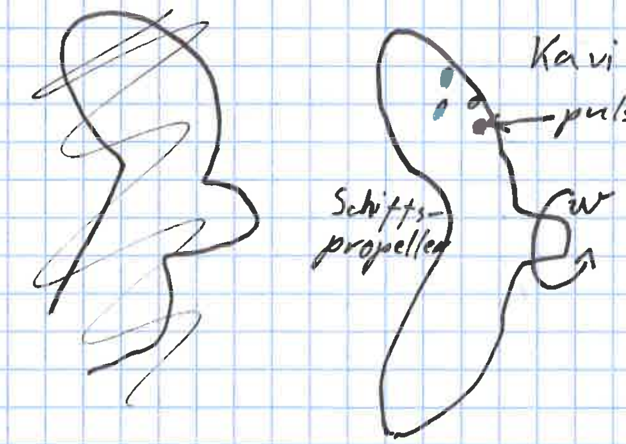
Präriehunde: Beschreibe Luftzirkulation im Bau

Lösung: von A nach B

von C nach B

Bei B ~~wegender~~ wegender Luftströmung ein Unterdruck

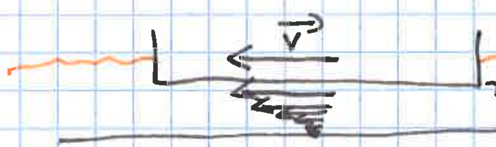
Aufg. 3:



Erkläre!

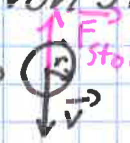
Durch den Propeller entsteht ein Unterdruck, & Mit tieferem Druck siedet Wasser schneller

Viskosität



stark Temperaturabhängig

• Gesetz von Stokes

Kugel → 

eine „Reibungskraft"

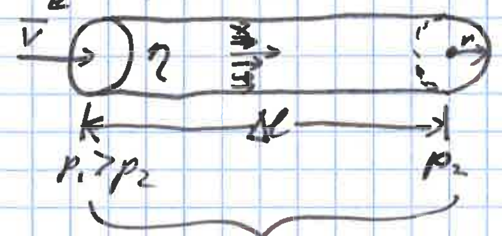
$$F_{Stokes} = 6\pi\eta r v$$

Medium (in dem sich die Kugel fortbewegt):

$\underbrace{\text{Viskosität}}_{\text{„Zähigkeit"}}$, η

• Gesetz von Hagen-Poiseuille

mittlere (durchschnittliche!) ~~Gesc~~ Strömungsgeschwindigkeit



$$\Delta p = p_1 - p_2$$

Flüssigkeit mit Viskosität η

zur Aufrechterhaltung der Strömung muss

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = \frac{8\eta\bar{v}}{r^2}$$

Fahrwiderstand (für turbulente Strömung)

ρ: Dichte des ~~Mediums (durch welches es sich bewegt)~~ Mediums (durch welches es sich bewegt)

$$F_W = c_W \frac{\rho v^2}{2} A$$

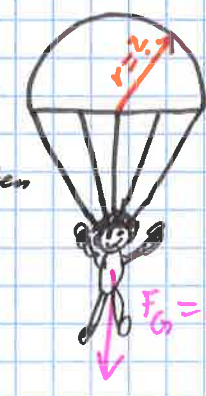
Warum kommt die Dichte vor?

Antwort: Wirbel → Beschleunigen → Trägheit → Masse

c_W-Wert → „Aerodynamik"

abhängig von Geometrie des Körpers → Tabellen.

Beispiel:



Lösung: $c_W = 1{,}33$

$$F_W = 800\,N = 1{,}33 \cdot \frac{\overset{1,2}{\rho}\ \overset{3}{v}^2}{2} \cdot \pi r^2$$

$$\frac{1{,}33 \cdot 1{,}2 \cdot 3^2}{2}\pi r^2 = 7{,}182\pi r^2$$

$\xrightarrow{:(7{,}182\pi)}$ $r^2 = \frac{800}{7{,}182\pi}\ m^2 = 35{,}5\ m^2$

$\xrightarrow{\sqrt[2]{\ }}$ $\underline{\underline{r = 6{,}0\ m}}$

Hausaufg.: Partikel von Vulkanasche, $\varnothing$ 12 μm $\rho = 2500\,kg/m^3$

$F_{Stokes} = F_G$

in Luft

F_G

$$F_G = \frac{\pi d^2}{6} \rho g$$

Gesucht: Zeit um 1km tief zu sinken

$$F_{Stokes} = 6\pi\eta v r$$

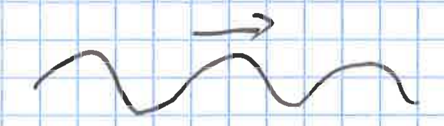
η: $1{,}82 \cdot 10^{-5}\ \frac{Ns}{m^2}$

$$6\pi\, 1{,}82\cdot 10^{-5}\, v \cdot 6\cdot 10^{-6} = \frac{4}{3}\pi (6\cdot 10^{-6})^3 \cdot 2500 \cdot 9{,}81$$

$$v = 0{,}01\ \frac{m}{s}$$

$$t = \frac{1000}{0{,}01}\ s = 9{,}3\cdot 10^4\, s \approx 26\,h$$

Aufg.: Oberflächenwellen bei Wasser



Windstärke & Höhe der Wasserwellen

→ Def. Skala

Welche Fragen stellen sich?

Lösung: ①• Mechanismus, d.h. wie kann Wind Wellen erzeugen

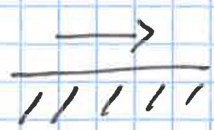
②• Strand?

③• Meeresströmung als Erzeuger?

④• Wurden Wellen dort erzeugt, wo man sie beobachtete?

Kommentare:

①



absolut glatt:

laminare Strömung könnte keine Wellen erzeugen, turbulente Strömung (Wirbel) hingegen schon. Satz von Bernoulli erklärt wohl „Verstärkung" der Wellen, ~~jedoch~~ nicht jedoch Entstehung aus dem „Nichts".

② Steilküste: Wellenmuster wie offenes Meer

Flachküste: keine reflektierten Wellen

③ Zu langsam um gut sichtbare Wellen zu erzeugen

④ Nein. Wellen breiten sich aus.