Übungen zum Dopplereffekt

1.

$f_Q = 440\,Hz$

$c = 333\,m/s$

Drehfrequenz:

$f_{Dreh} = 1{,}8\,Hz$

$f_E = ?$

Antwort: Empfängerfrequenz variiert mit der Frequenz der Drehbewegung zwischen einer maximalen & minimalen Frequenz der Schallwelle.

$f_{max} = ?$

$f_{min} = ?$

$$f_{max} = f_Q \frac{c + 0}{c - V_Q}$$

$$V_Q = \omega \cdot r = 2\pi f_{Dreh} \cdot r = 2\pi \cdot 1{,}8\,Hz \cdot \cancel{60cm}\ 0{,}6m = 6{,}8\,\frac{m}{s}$$

$$f_{max} = f_Q \frac{c + \cancel{0} V_E}{c - V_Q} = 440 \frac{333}{333 - 6{,}8}\,Hz = \underline{\underline{449{,}2\,Hz}}$$

$$f_{min} = f_Q \frac{c - V_E}{c + V_Q} = 440 \frac{333}{333 + 6{,}8}\,Hz = \underline{\underline{431{,}2\,Hz}}$$

=> Frequenz variiert zwischen 431 & 449 Hz

2. Natrium: 589,3 nm

Ein Stern hat „Natriumlinie"

wie folgt:

variiert periodisch zwischen Wellenlängen

$590\,nm < \lambda < 593\,nm$ ~~593 nm~~

Erkläre!

Antwort: Verschiebung nach längeren Wellenlängen. Unsere Erklärung ist „Rot$\underbrace{\text{schrift}}_{\text{verschiebung}}$". (vgl. Redschift)

Variation: Stern kreist um einen gemeinsamen Schwerpunkt mit planeten.

Wollen Bahngeschw. d Kreisbewegung ~~ausrechnen~~ herausfinden.

Opt. Dopplereffekt:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{v_r}{c}$$

v_r: relative geschwindigkeit

λ: 589,3 nm

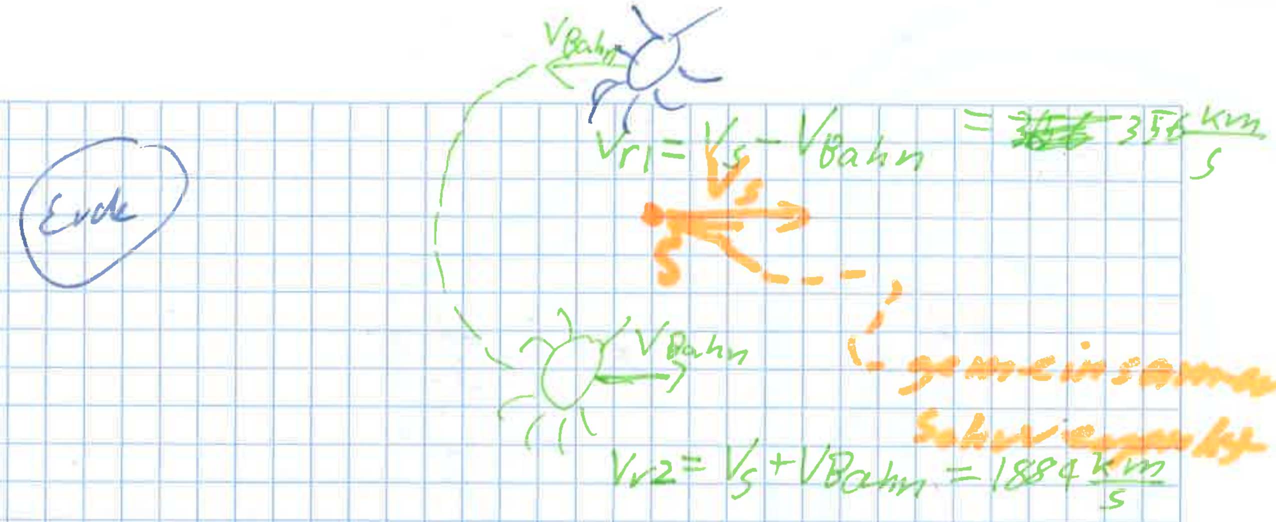
$$v_r = c\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$590\,nm \rightarrow v_{r1} = 300000\,\frac{km}{s} \cdot \frac{\overbrace{0{,}7}^{590\,nm - 589{,}3\,nm}}{589{,}3}$$

$$v_{r1} = 356\,km/s$$

$$593\,nm \rightarrow v_{r2} = 300000\,\frac{km}{s} \cdot \frac{\overbrace{3{,}7}^{593-589{,}3}}{589{,}3}$$

$$v_{r2} = 1884\,\frac{km}{s}$$

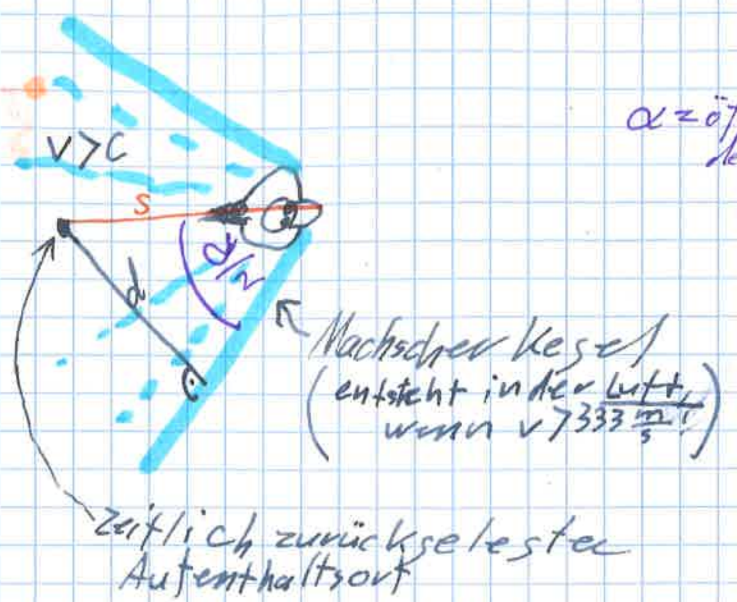


$$V_{r2} - V_{r1} = 2V_{Bahn} \quad |:2$$

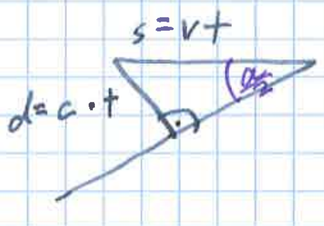
$$\frac{(1884-356)}{2}\,\frac{km}{s} = V_{Bahn}$$

$$V_{Bahn} = 764\,km/s$$

Machscher Kegel



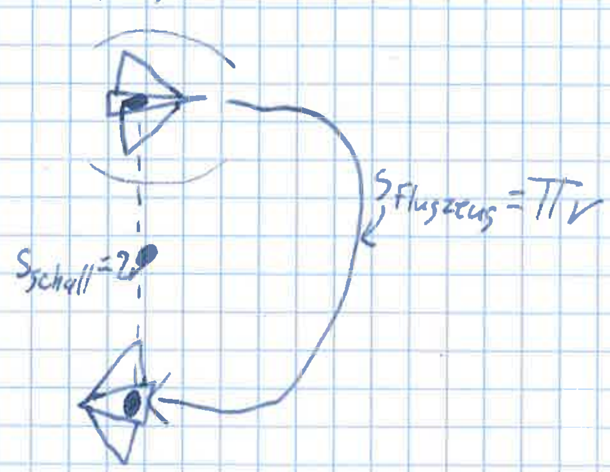
α = Öffnungswinkel des Kegels



$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{d}{s} = \frac{c\cdot\cancel{t}}{v\cdot\cancel{t}} \longrightarrow \boxed{\alpha = 2\cdot\arcsin\frac{c}{v}}$$

Machscher Kegel

Aufgabe: Überschallflugzeug ($c = 333\,\frac{m}{s}$) fliegt auf Kreisbahn.



Gesucht: v so, dass "Lärm" der Triebwerke im fernsten Punkt der Kreisbahn stets beim Piloten eintrifft.

$$\underbrace{t = \frac{2r}{c} = \frac{\pi r}{v}}$$

$$\Big\downarrow\ :r$$

$$\frac{2}{c} = \frac{\pi}{v} \quad \Big|\ \text{Kehrwert}$$

$$\frac{v}{\pi} = \frac{c}{2} \xrightarrow{\cdot\pi} v = \frac{\pi}{2}c$$

$$v = \frac{\pi}{2}\cdot 333\,\frac{m}{s}$$

$$v = 523\,m/s = 1{,}9\cdot10^3\,km/h$$

Das Fresnel-Huygenssche Prinzip

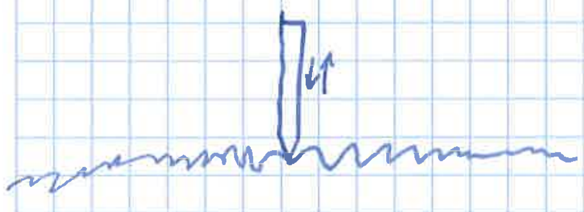
Was?

→ „Überlagerungsprinzip", das Erscheinungen bei Wellen erklärt.

Was wird da überlagert?

letztendlich geht es um Elementarwellen

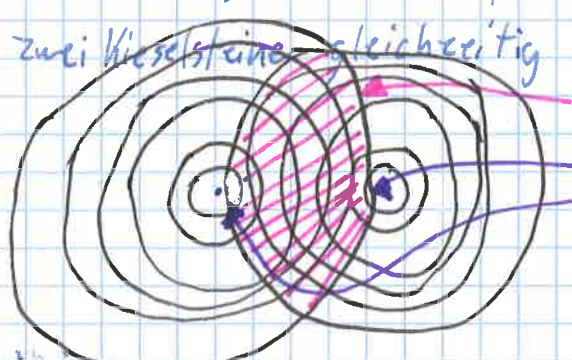
Prinzip: In einem Medium in dem sich eine Welle ausbreitet
- schwingt jeder Punkt
- ist jeder Punkt infolge seines Bewegungszustands Ausgangspunkt einer Elementarwelle.



Ausbreitung Ebene: Kreisförmig
" Raum: ~~Raum~~ Kugelförmig

Überlagerung ⟶ Interferenz

zwei Kieselsteine gleichzeitig auf Wasseroberfläche



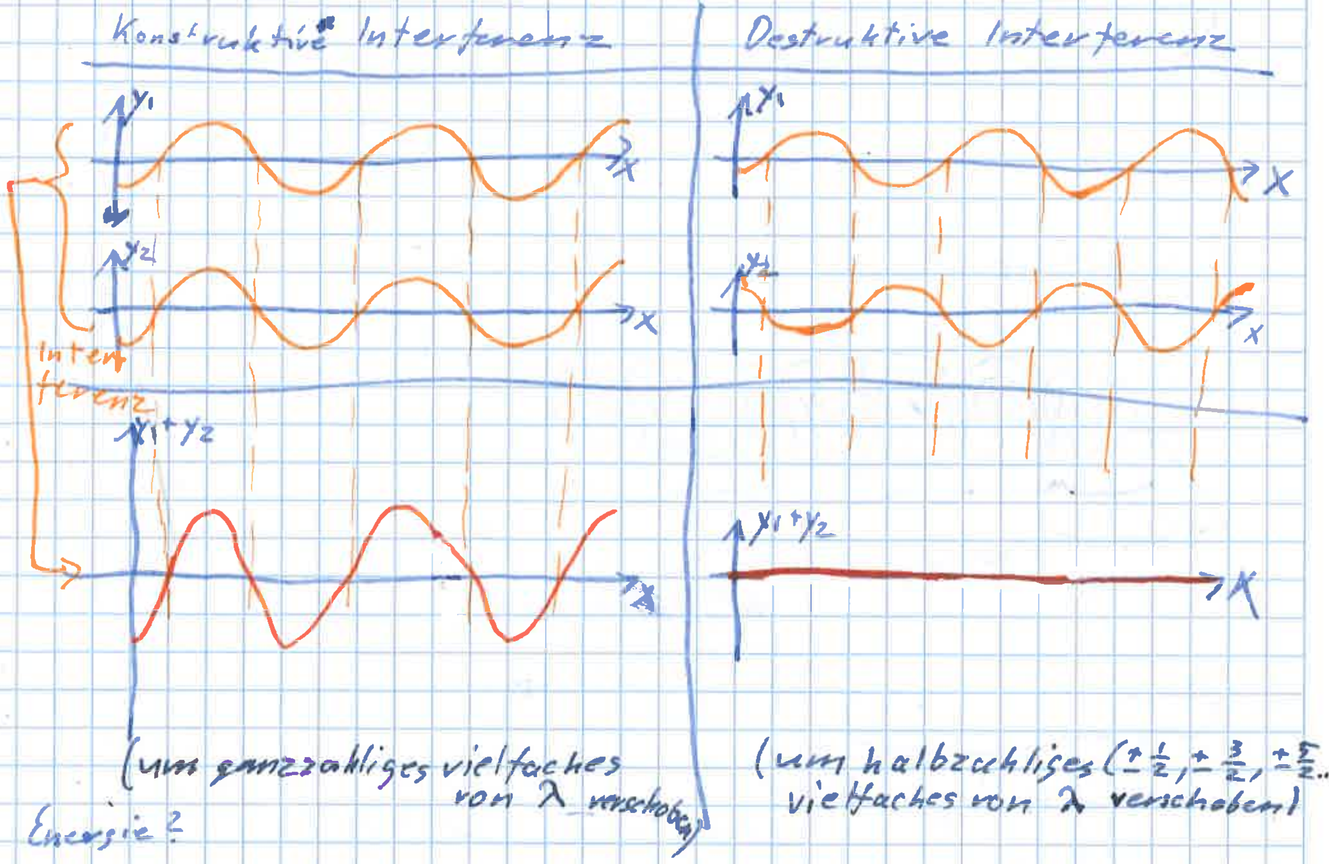
Grenzfälle

Bezeichnung:
- Konstruktive Interferenz
  (gegenseitige) Verstärkung
- Destruktive Interferenz
  (gegenseitige) Abschwächung, resp. Auslöschung

Für Beides

Zwei Wellen; Vorraussetzungen sind
- Wellen sind am gleichen Ort
- gleiche Wellenlänge, resp. Frequenz
- gleiche Richtung

Fürs „Auslöschen" zusätzlich:
- gleiche Amplitude



Energie?

Speziell destruktive Interferenz:

Wellen verschwinden → Energie verschwindet

transportiert Energie — widerspricht Energieerhaltung

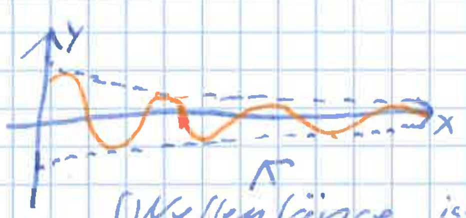
„Antilärm" (=Gegenschallwellen „löschen" Schallwellen „aus")

Energie wird
- räumlich „verdünnt"
- in andere Frequenzbereiche verschoben.

Ausserdem (aufgrund v. Energiebetrachtungen) werden bei der konstruktiven Interferenz die Funktionen nicht wirklich „addiert“.

Anmerkung: Energie einer Welle ist prop. zum Quadrat der Amplitude.

Kugelwelle:



(Wellenlänge ist konstant)

Äquidistante Erreger, gleiche Phase, gleiche Frequenz

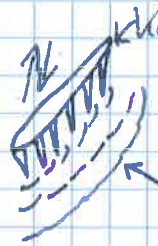
Elementarwellen

Interferenz → Wellenfront

Huygens-Fresnel: Medium in dem sich eine Welle ausbreitet

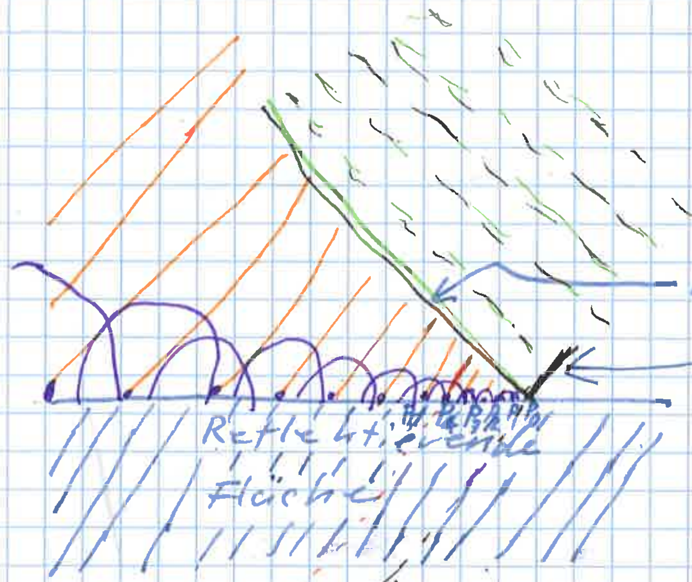
- jeder Punkt im Medium schwingt
- jeder (schwingende) Punkt im Medium erzeugt eine Elementarwelle

Prinzip v. Huygens-Fresnel



Reflexion gemäss „Fresnel-Huygens“

- Welle, die angeschaut wird

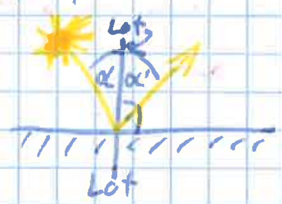


reflektierte Welle

Wellenberg ist Verursacher einer Serie von Elementarwellen mit Ausgangspunkt am „Spiegel“

*Welle wäre hier ohne Widerstand

Aus ~~„Symetriegr~~ „Symetriegründen“ ergibt sich das Reflexionsgesetz



α: Einfallswinkel

α': Reflexionswinkel

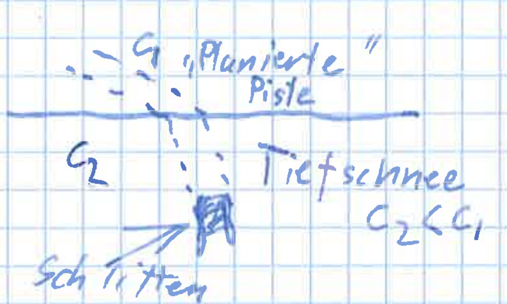
$$\boxed{\alpha = \alpha'}$$
Reflexionsgesetz

Merke: In Optik (Wellenlehre), keine „Neigungswinkel“. Stattdessen ∡, die mit dem Lot eingeschlossen werden

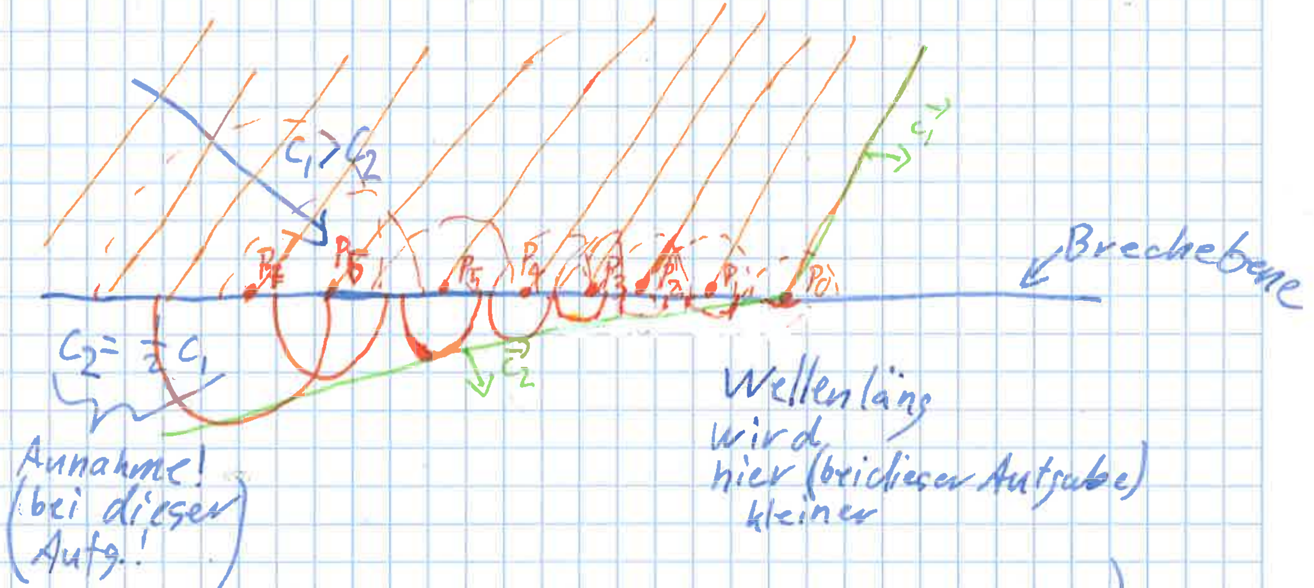
Brechungsgesetz

An der Grenze von 2 Medien mit unterschiedlicher Ausbreitungsgeschwindigkeit.

„Schlittenmodel"



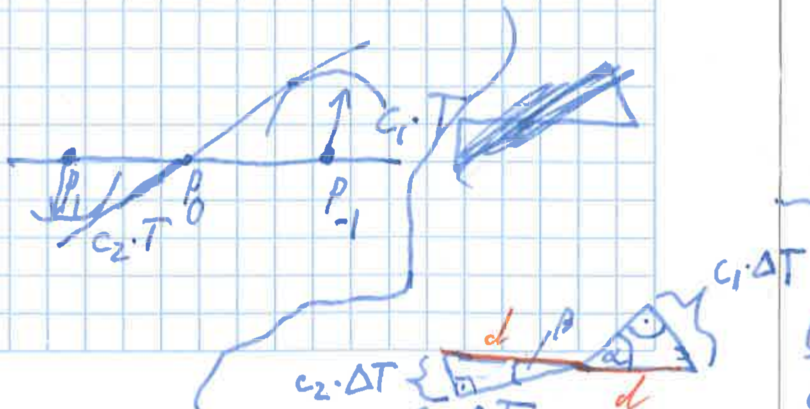
langsamere geschw. => Richtungsänderung zum Lot hin



$c_2 = \frac{1}{2} c_1$

Annahme! (bei dieser Aufg.!)

Wellenläng wird hier (bei dieser Aufgabe) kleiner



$c_2 \cdot \Delta T$ { $\frac{c_1 \cdot \Delta T}{d} = \sin\alpha$

Brechungsgesetz

Einfallswinkel

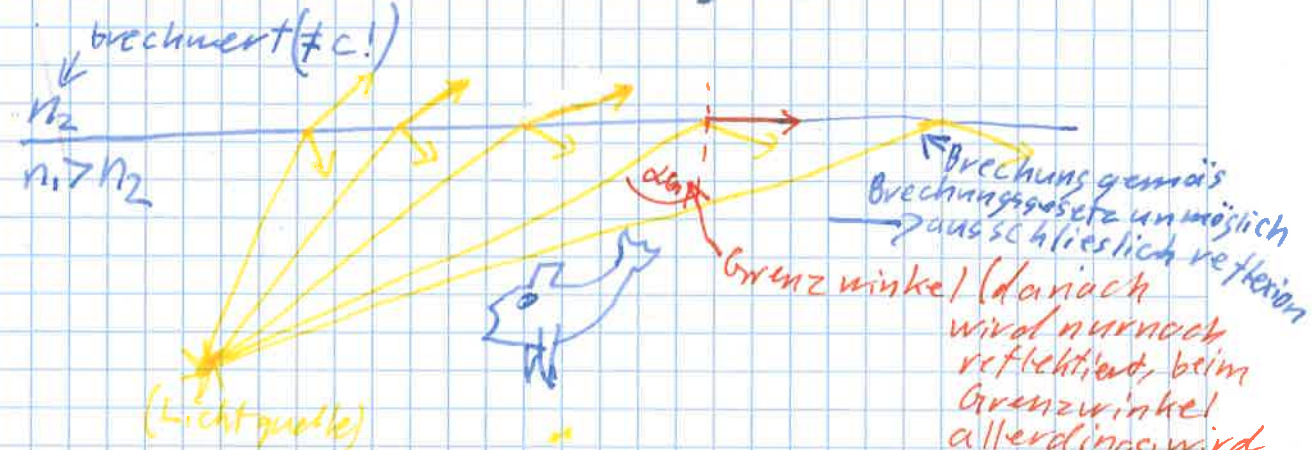
$$\boxed{\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{c_1}{c_2}}$$

Brechungsgesetz

Merke: In den versch. Medien

- ist die Frequenz, resp. Periodendauer gleich.
- sind Wellenlängen unterschiedlich

Totalreflexion



brechwert ($\neq c$!)

$n_1 > n_2$

Brechung gemäss Brechungsgesetz unmöglich → ausschliesslich reflexion

Grenzwinkel (danach wird nurnoch reflektiert, beim Grenzwinkel allerdings wird das licht noch gebrochen)

(Lichtquelle)

Berechnung des Grenzwinkels?

Für Grenz-∢ gilt

- Brechungswinkel = 90°
- sin(Brechungswinkel) = 1

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad \Big| \arcsin\ldots$$

$$\boxed{\alpha_G = \arcsin\left(\frac{c_1}{c_2}\right)}$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{c_1 \cdot \Delta T}{d} = \sin\alpha \\ \frac{c_2 \cdot \Delta T}{d} = \sin\beta\end{array}\right\} \frac{\Delta T}{d} = \frac{\sin\alpha}{c_1} = \frac{\sin\beta}{c_2} \rightarrow \text{Berechnungsgesetz}$$

Wellenleiter

(Glasfasern)

Unterschiedl. Wellenlängen durchlaufen Faser unterschiedlich schnell
→ Dispersion

} Farben können auf getrennt werden → Übertragung zahlreicher Signale

Dispersion

Ausbreitungsgeschw. hängt ab von der Wellenlänge

Abbildungen

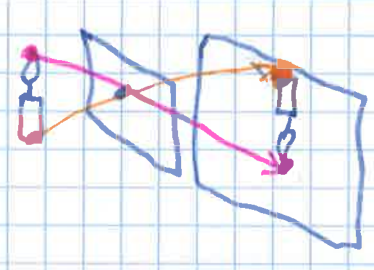
Zwei Möglichkeiten

- reelles Bild, z.B. auf Leinwand
- virtuelles Bild, z.B. Bild im Spiegel
  → braucht zusätzlich Abbildungsvorrichtung, z.B. Auge, um das Bild zu fixieren.

reelles Bild: Wie entsteht das Bild?

→ Jeder von einem Gegenstandspunkt ausgehende Strahl muss auf einen Bildpunkt treffen

~~Einf~~ Einfachstes System ist Lochkamera



jeweils Trivial erfüllt dadurch, dass ein einzelner Strahl (pro Punkt) im Spiel ist.

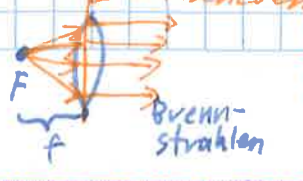
Linsen:

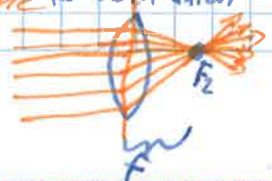
Zwei Sorten:

Sammellinsen	Zerstreuungslinsen
	

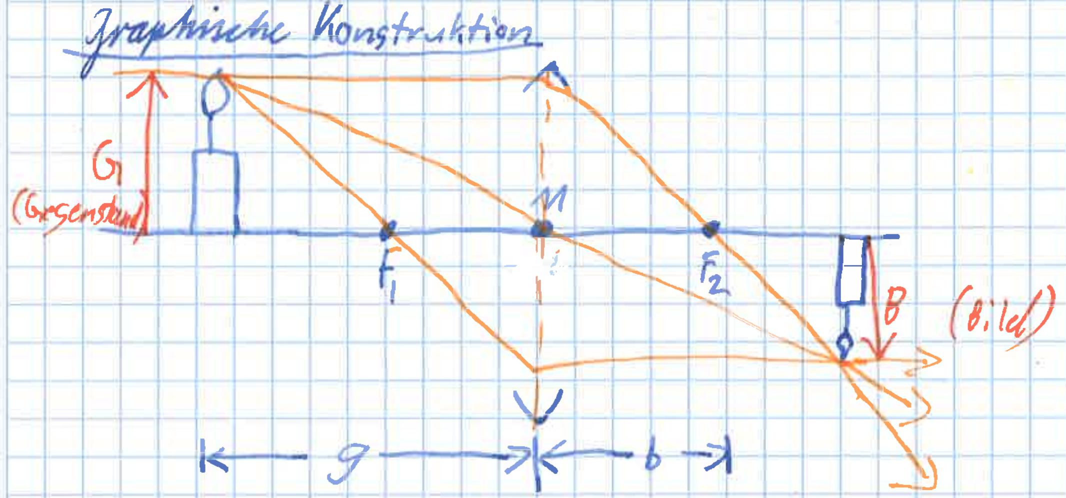
Reeles Bild nur mit Sammellinsen

Zwei Brennpunkte





Graphische Konstruktion

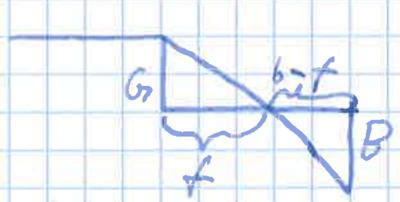


Mathematisch?

Strahlensatz → Vergrösserungsmassstab

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

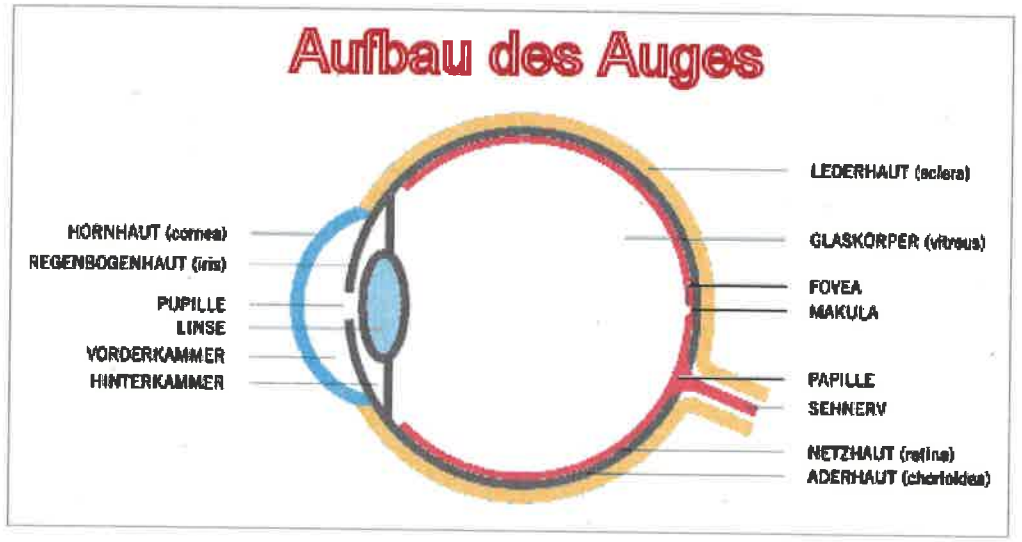
Nehmen Parallelstrahl

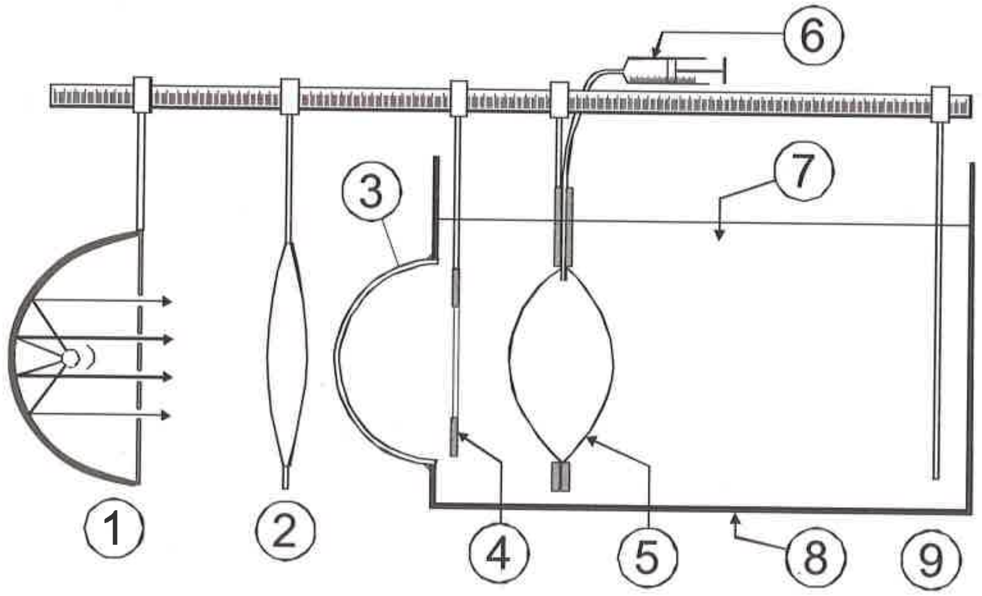


$$\underbrace{\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{b-f}{f}}$$

Umformung → Linsengleichung

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}}$$ ← Bedingung für scharfes Bild



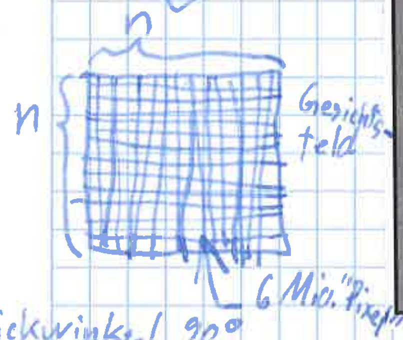


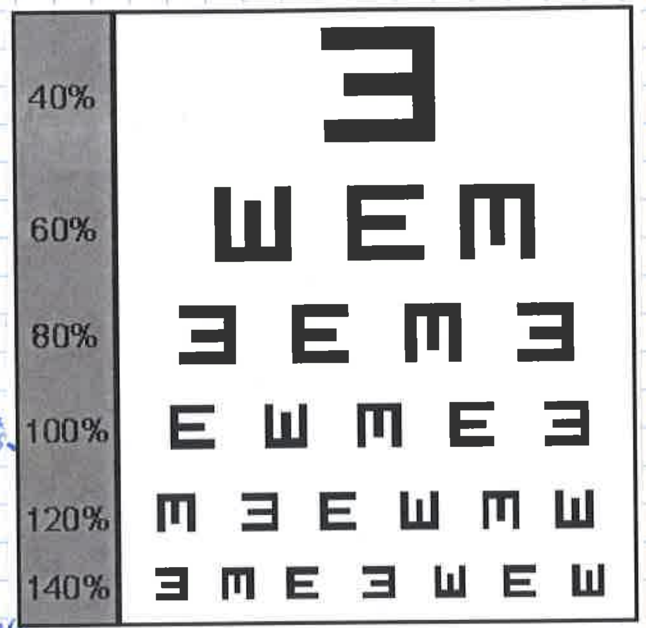
Komponente Nr.	Modell	Auge (entspricht im Auge der...)
1	Schlitzblende	—
2	Linse ← Brille	—
3	Halbkugel aus Plexiglas	Hornhaut
4	Irisblende	Iris
5	Linse mit Silikonöl	Linse
6	Spritze (pumpe welche Silikonöl reinkrauspumpt.	Ziliarmuskel
7	Wasser	Kammerwasser & Glaskörper
8	Wand/Glasscheibe	Lederhaut
9	Mattscheibe	Netzhaut

Auflösung:

Netzhaut unter Mikroskop
→ 6 Mio. Sinneszellen

Quadrat Sehfeld



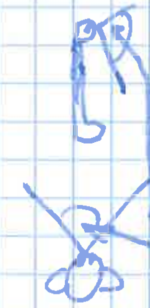


Blickwinkel 90°

$n^2 = 6$ Mio

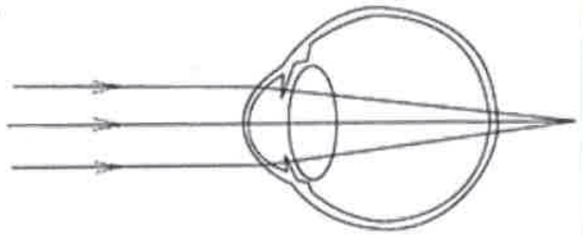
$n = \sqrt{6} \cdot 1000 \approx 2400$

Auflösung $= \frac{90°}{2400} = 0{,}0375° = \underline{2{,}3'}$

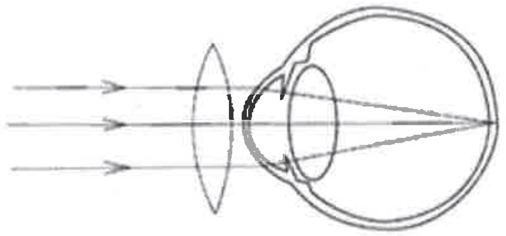


Fehlsichtigkeit

Weitsichtig

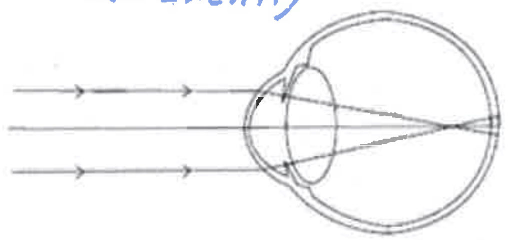


Brennpunkt liegt hinter der Netzhaut

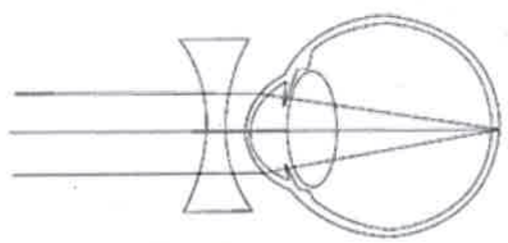


Korrektur mittels Sammellinse

Kurzsichtig



Brennpunkt liegt vor der Netzhaut



Korrektur mittels Zerstreuungslinse

Übungen: "Harmonische Schwingungen"

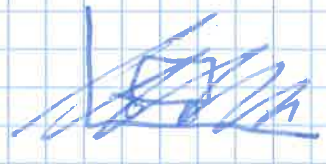
$$f = \frac{1}{T}$$

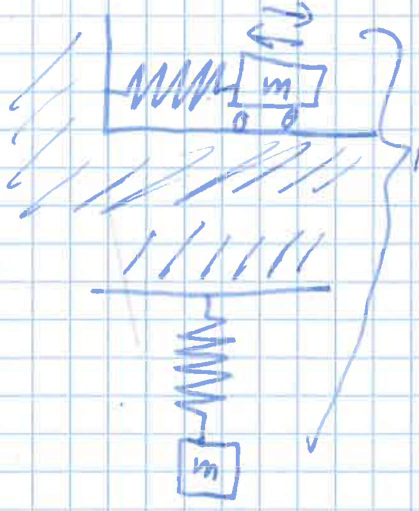
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$v(t) = \omega \cdot \hat{y} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

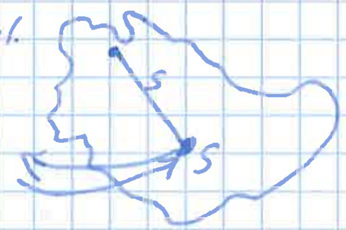
$$a(t) = -\omega^2 \hat{y} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$





Federpendel

Fadenpendel, resp. mathemat. Pendel



Physikal. Pendel

J_S, s, m

Bewegung des Schwerpunkts auf Kreisbogen

→ Rotation

1.) Geg.: $f = 3{,}5\,Hz$

$\hat{y} = 1{,}9\,mm$

$m = 0{,}19\,g$

Ges.: $y(t) = \hat{y} \sin(\omega t + \varphi_0)$

$v(t) = \underbrace{\omega \hat{y}}_{\hat{v}} \cos(\omega t + \varphi_0)$

~~E~~ $\hat{v}$ = maximum ~~der~~ Geschw.

$E = \frac{1}{2} m (\hat{v})^2$ (dann ist alle Energie in d. Bewegung ⇒ Lageenergie ist aber beim einen Federpendel konst, bei anderen aber nicht ⇒ Lageenergie =0 ⇒ nicht mit Lage-[illegible] mit ~~Bewegungsenergie~~ [illegible] rechnen

$\omega = 2\pi f = 22\,s^{-1}$

$y(t) = 1{,}9\,mm \cdot \sin\left((22 s^{-1}) \cdot t + \varphi_0\right)$

unbestimmt, v. d. Aufgabenstellung her (stand nicht drin)

~~$v(t) = 1{,}9\,mm\ \sin$~~

$v(t) = \cancel{42}\ 41{,}9\,\frac{mm}{s} \cdot \cos\left((22 s^{-1}) \cdot t + \varphi_0\right)$

$E = \left[\frac{1}{2} \cdot 0{,}00019 \cdot (41{,}9 \cdot 10^{-3})^2\right] J = 0{,}17\,\mu J$

(Da wo max. Geschw. vorliegt ist auch alle Energie i. d. Bewegung ⇒ keine Lageenergie)

2.) Geg.: 0,90 Hz

$l = 0{,}5\,m$

Ges.: $s = ?$

Was? → Physikal. Pendel

$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgs}{J_S + \frac{1}{2}ms^2}} = 0{,}90\,Hz$

$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgs}{\frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{2}ms^2}} = 0{,}09\,Hz \quad \Big| \cdot 2\pi \Big| (\ )^2$

$\frac{gs}{\frac{1}{12}l^2 + \frac{1}{2}s^2} = (0{,}09\,Hz \cdot 2\pi)^2 = 32\,Hz^2$

$\frac{gs}{\frac{l^2}{12} + \frac{1}{2}s^2} = \frac{32\,Hz^2 \cdot \left(\frac{l^2}{12} + \frac{s^2}{2}\right)}{\frac{l^2}{12} + \frac{s^2}{2}} \quad \Big| : 32\,Hz^2$

$\frac{g}{32\,Hz^2} s = \frac{s^2}{2} + \frac{l^2}{12}$ (g: 9,8; l: 0,5) $\rightarrow \frac{s^2}{2} - 0{,}3065 s + \frac{1}{48} = 0$

$\rightarrow s = \frac{0{,}3065 \pm \sqrt{(0{,}3065)^2 - \frac{1}{2}}}{\ } = [0{,}3065 \pm 0{,}1029]\,m$

$\Rightarrow 0{,}3065 + 0{,}1029 > 0{,}25 \Rightarrow$ geht nicht

→ d $l = 0{,}5$ k. S in d. Mitt (0,25 m bis zum jeweiligen Ende) $\Rightarrow 0{,}3065 - 0{,}1029 = \sim 20\,cm$

3.) $l_1 = 65\,cm \rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$

$l_2 = 35\,cm \rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$

$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{2\pi}{2}\left(\sqrt{\frac{l_1}{g}} + \sqrt{\frac{l_2}{g}}\right) = \pi\left(\sqrt{\frac{0{,}65}{9{,}8}} + \sqrt{\frac{0{,}35}{9{,}8}}\right) s$

$T = 1{,}4\,s$

$f = \frac{1}{T} = 0{,}71\,Hz$

4.) Grenzfall $\hat{a} = g \quad (\hat{a} = a_{max.})$

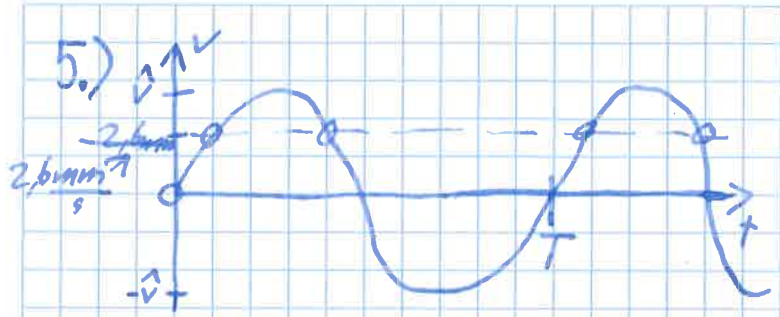
$\hat{a} = \omega^2 \cdot \hat{y} = 9{,}9\,\frac{m}{s^2}$

$\hat{y}$?

$\hat{y} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g}{(2\pi f)^2} = \left[\frac{9{,}8}{(2\pi \cdot 12)^2}\right] m = 1{,}7\,mm$

$\Rightarrow \hat{y} > 1{,}7\,mm$

5.)



a) $\frac{v(0)}{y(0)} = \frac{\omega \cancel{\hat{y}} \cos\varphi_0}{\cancel{\hat{y}}\cdot\sin\varphi_0} = \frac{2{,}6\,mm/s}{1{,}4\,mm}$

$\frac{\omega}{\tan\varphi_0} = \frac{13}{7}$

$\frac{\tan\varphi_0}{\omega} = \frac{7}{13} \quad \Big| \cdot\omega \,/\, \arctan$

$\varphi_0 = \arctan\left(\frac{7}{13}\,\omega\right) = \arctan\left(\frac{7}{13}\,\underbrace{2\pi f}_{\omega}\right) = \arctan(480{,}4)$

$f = 142\,Hz$

$\varphi_0 = 89{,}9°$ $\xrightarrow{+180°}$ $\varphi_0 = 269{,}9°$

1. Lösung — 2. Lösung

b) $\underset{t=0}{y(0)} = \hat{y}\cdot\sin(\varphi_0) = 1{,}4mm$

$\hat{y}_1 = \frac{1{,}4mm}{\sin(\varphi_0)}$

$\hat{y}_1 = 1{,}4$

$\hat{y}_2 = -1{,}4$

Amplitude üblicher Weise positiv angegeben.

c) $\hat{v} = \omega\cdot\hat{y}$

$= 2\pi \overset{142\,Hz}{f}\cdot 1{,}4\,mm = 2\pi\cdot 142\,Hz\cdot 1{,}4\,mm$

$\hat{v} = 1{,}25\,\frac{m}{s}$

d) $\hat{a} = \omega^2\cdot\hat{y}$

$= (2\pi f)^2\cdot\hat{y}$

$= \left(2\pi\cdot\frac{142}{s}\right)^2\cdot 1{,}4\,mm$

$\hat{a} = 1114\,\frac{m}{s^2}$

e) $\hat{F} = m\cdot\hat{a}$

$\hat{F} = 52\cdot10^{-6}\,kg\cdot 1114\,\frac{m}{s^2}$

$\hat{F} = 58\,mN$

f) $E = \frac{1}{2}m(\hat{v})^2$

$= \left[\frac{1}{2}\cdot 52\cdot10^{-6}\cdot 1{,}25^2\right] J$

$E = 41\,\mu J$

(((μ ≙ mikro)))

6. Translation:

Hooksches Gesetz: $\vec{F} = -D\vec{x} = m \cdot \vec{a}$

Masse an Feder: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$

Rotation: ~~Rotation~~ Feder $M = -D \cdot \vartheta$ Torsionsfeder

Massenträgheitsmoment (dynamische Grundgleichung)

$M = -D \cdot \vartheta = J \cdot \alpha$

dynamische Grundgleichung

$$\boxed{f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{J}}}$$

$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{J_s}}$ ← $J = J_s$ ~~$m J_s = J$~~ $J = J_s + ms^2$

1,7 Hz

0 da durch Schwerpunkt.

$(2\pi f)^2 = \frac{D}{J_s} \rightarrow D = (2\pi f)^2 \cdot J_s$

$D = (2\pi \cdot 1{,}7)^2 \cdot 16 \cdot 10^{-9} = \underline{1{,}8 \cdot 10^{-6}\,Nm}$

$g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$

7. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow f_1 = 0{,}91\,Hz$ ← mathematisches Pendel

0,300 m

0,910116255

Physikal. Pendel: ← $s = \ell$

$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgs}{J_s + ms^2}}$

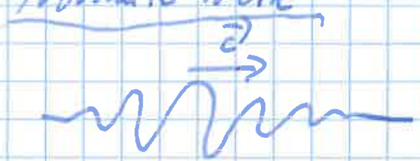
$J_s = \frac{2}{5} mr^2 = \frac{2}{5} \cdot 2{,}00\,kg \left(\frac{0{,}0786}{2} m\right)^2$

$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\cancel{m} g s}{\frac{2}{5}\cancel{m} r^2 + \cancel{m} s}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}3m}{\frac{2}{5}(0{,}00393\,m)^2 + (0{,}3m)^2}} = \underline{\underline{0{,}91\,Hz}}$

0,91007902

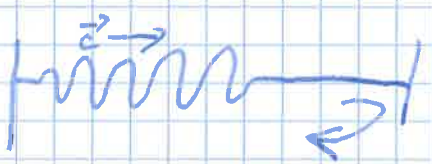
Stehende Wellen

Normale Welle



Stehende Welle

„Eingesperrt", z.B. in Hohlraum (Resonator)



Reflektierte Wellen werden mit den einfallenden interferieren (=übereinstimmen)

Eine „eingesperrte" Welle ist noch keine stehende Welle.

In einem Resonator bilden sich stehende Wellen nur für bestimmte Frequenzen.

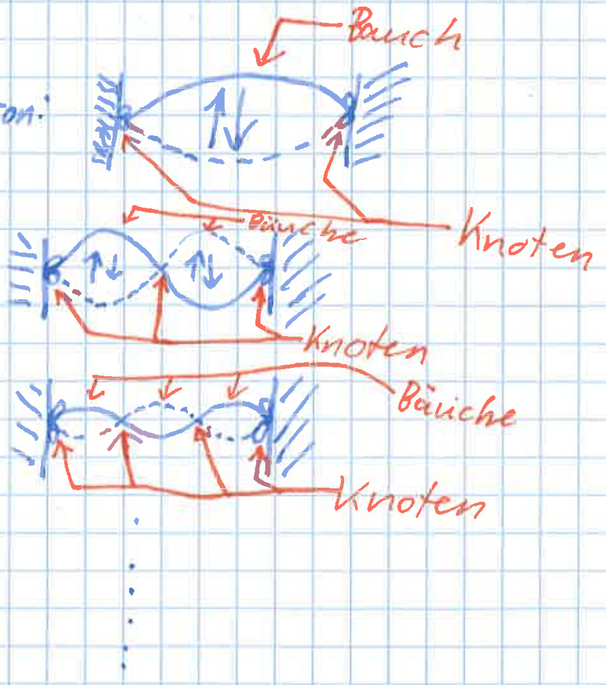
Merkmale sind Bäuche & Knoten.

Bsp. Saite:

Grundton:

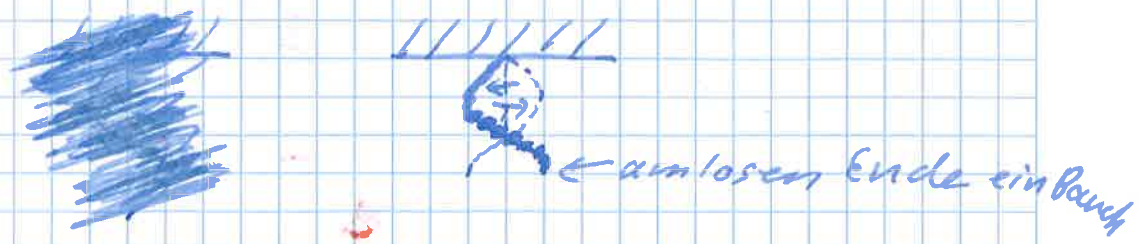
1. Oberton:

2. Oberton:

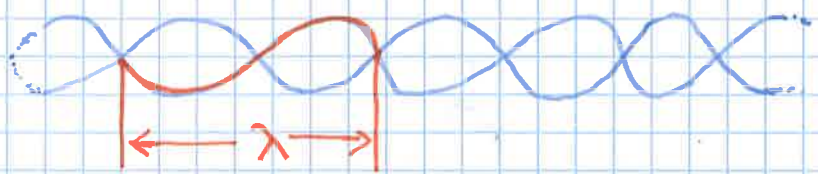


Stehende Wellen sind räumlich begrenzt mit Knoten oder Bäuchen am Rand.

Hängende Kette



Frequenzen für gespannte Saite

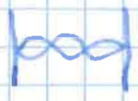


Somit gilt:

$c=\lambda\cdot f$ Abstand benachbarter Knoten $=\frac{\lambda}{2}$

Grundton:  $\lambda_0=2\ell \rightarrow f_0=\frac{c}{\lambda_0}=\frac{c}{2\ell}$

1. Oberton:  $\lambda_1=\ell \rightarrow f_1=\frac{c}{\ell}=2f_0=\frac{c}{\lambda_1}$

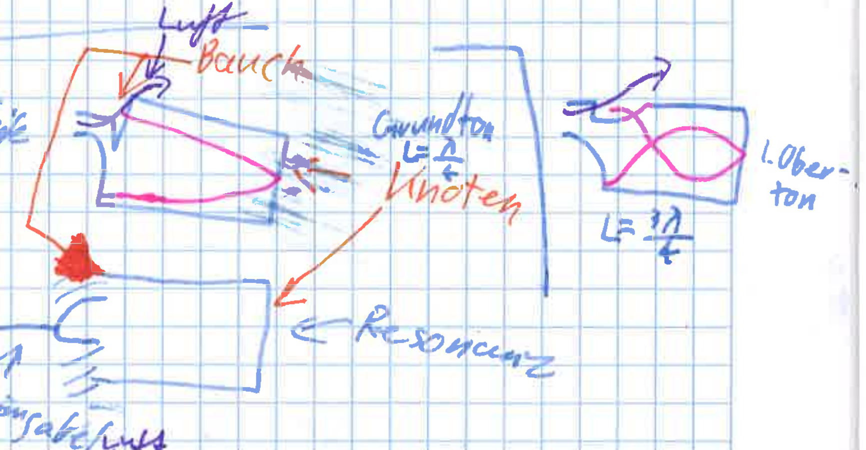
2. Oberton:  $\lambda_2=\frac{2}{3}\ell \rightarrow f_2=\frac{c}{\lambda_2}=\frac{3c}{2\ell}=3f_0$

⋮

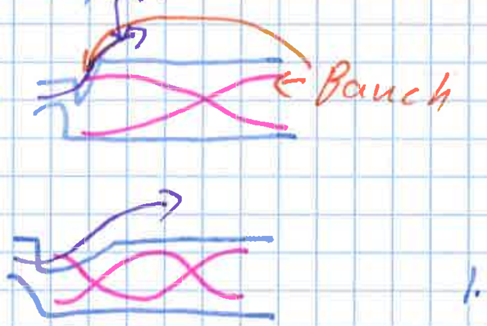
⇒ Frequenzen der Obertöne sind ganzzahlige Vielfache d. Grundfrequenz ← (gilt nur für gespannte Saite)

Schwingende Luftsäule

Gedeckte Pfeife



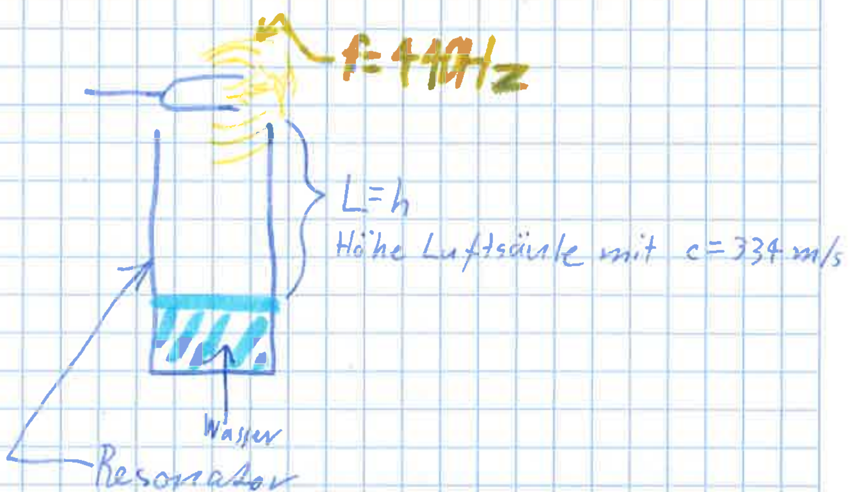
Offene Pfeifen



Grundton
$L=\frac{\lambda}{2}$

1. Oberton
$L=\lambda$

Beispiel:

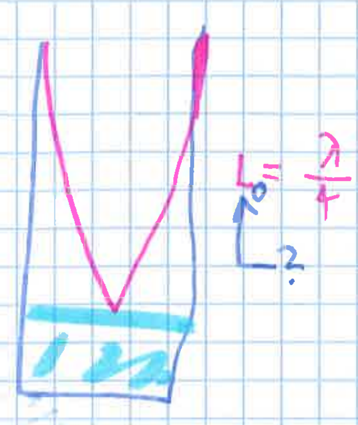


Für welche Höhe der Luftsäule verstärkt d. „Resonator" den:

a) Grundton?

b) 1. Oberton?

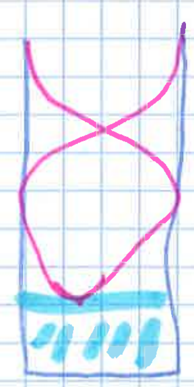
a)



$$\lambda = \frac{c}{f} = 0{,}759\,m \qquad c = 334\,\frac{m}{s},\quad f = 440\,Hz$$

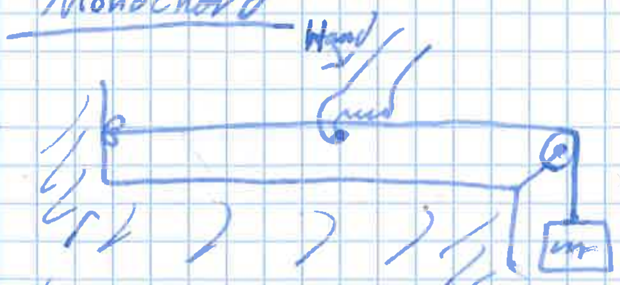
$$L_0 = \frac{75{,}9\,cm}{4} = \sim 19\,cm$$

b)



$$L_1 = \frac{3\lambda}{4} \rightarrow 3L_0 = \sim 57\,cm$$

Monochord

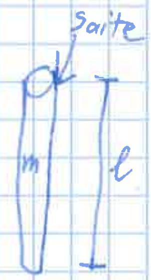


Ausbreitungsgeschw. von Welle ist abhängig von Zugkraft F & Massenbelegung

Massenbelegung

$\mu = \frac{m}{\ell}$

$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$



Moiré-Muster → Schwebung

Überlagerung v. 2 Wellen, geringfügig unterschiedlicher Frequenz.

$\hat{y}\left[\sin(\omega t) + \sin((\omega + \Delta\omega)t)\right]$

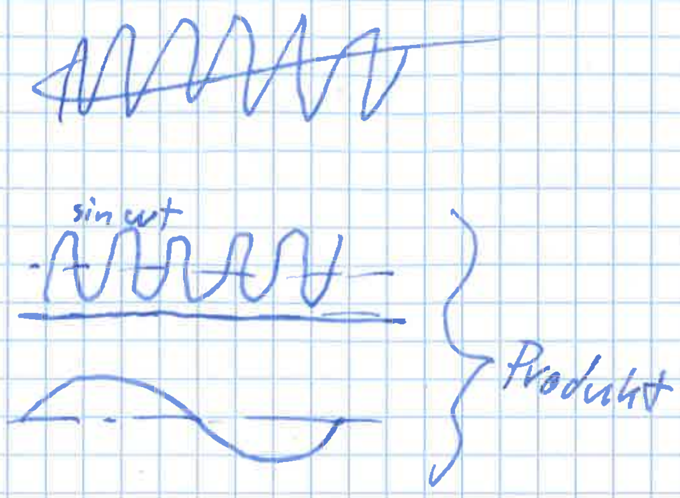
Schwingung, nicht Welle?

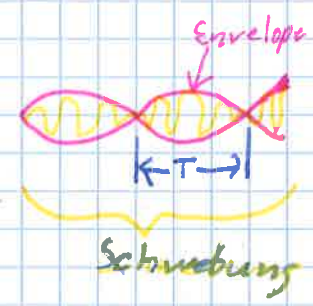
Antwort: An „fixen" Orten wird Welle als Schwingung wahrgenommen.

Trigo.: $\underbrace{\sin\alpha + \sin\beta}_{\text{Summe}} = \underbrace{2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)}_{\text{Produkt}}$

$$\sin(\omega t) + \sin((\omega+\Delta\omega)t) = \underbrace{2\sin\left(\left(\underbrace{\omega + \frac{\Delta\omega}{2}}_{\approx\omega}\right)t\right)}_{\text{„hochfrequent"}} \cdot \underbrace{\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right)}_{\text{„niederfrequent"}}$$

→ Umhüllende Envelope (Modulation)





Übungen

1.) Stelle Welle mit Amplitude 60 µm, der Frequenz $f = 170\,Hz$ & Wellenlänge $\lambda = 1{,}9\,m$ mathematisch dar. Bestimme auch wie schnell sich diese Wellen ausbreiten

Lsg:

b) $c = \lambda \cdot f = 170 \cdot 1{,}9 \frac{m}{s} = \underline{\underline{323 \frac{m}{s}}}$

a) $y(x,t) = \hat{y} \sin(kx - \omega t + y_0)$

$\hat{y}$: 60 µm

wird meist weggelassen

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – Wellenzahl

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (f = \frac{1}{T})$

$k = \frac{2\pi}{1{,}9\,m} = 3{,}31\,m^{-1}$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 170\,Hz = 1068\,s^{-1} \longrightarrow y(x,t) = 60\,\mu m \cdot \sin\left(\frac{3{,}31}{m} x - \frac{1{,}07 \cdot 10^3}{s} t + y_0\right)$

y_0: undefiniert

…

2.  440 Hz

Reisender nimmt Schallwelle war

· Annäherung $f_1 = 470\,Hz$

· Nach Vorbeifahrt $f_2 = ?$

a) Wie schnell fährt der Zug?

b) Wie verändert sich die wahrgenommene Frequenz?

$c \approx 340 \frac{m}{s}$

Lsg:

$f_B = f_S \frac{c \pm v_B}{c \mp v_S}$, $v_S \to 0$

$f_B = f_S \frac{c \pm v_B}{c}$

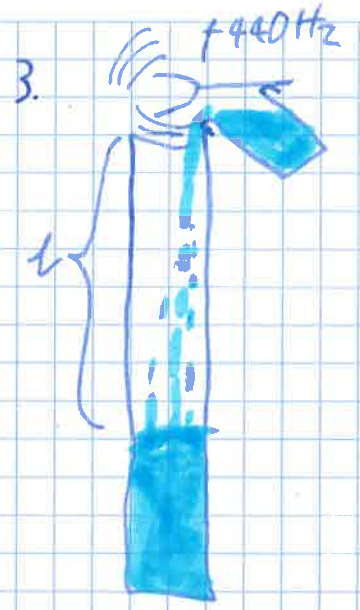
$f_B = f_S \left(1 \pm \frac{v_B}{c}\right) \quad | : f_S \quad | -1$

a) $\frac{f_B}{f_S} - 1 = (\pm) \frac{v_B}{c} \longrightarrow v_B = c\left(\frac{f_B}{f_S} - 1\right) = 340 \frac{m}{s}\left(\frac{470}{440} - 1\right) = \underline{\underline{23 \frac{m}{s} = 380 \frac{km}{h}}}$

b) $f_2 = f_S \left(1 - \frac{23{,}18}{340}\right) = \underline{410\,Hz}$

f_S: 440 Hz

3.



Rohr an einem Ende geschlossen.

~~Becher~~ Bei welcher Höhe l ist die Luftsäule zum

a) 1. Mal (Grundton)

b) 2. Mal (1. Oberton)

in Resonanz mit d. Stimmgabel?

$c = 340\frac{m}{s}$

Lsg.:

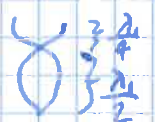
a)

$l_0 = \frac{\lambda_0}{4}$

$c = \lambda f \longrightarrow \lambda_0 = \frac{c}{f}$

$l_0 = \frac{c}{4f} = 0{,}193\,m = \underline{\underline{19{,}3\,cm}}$

b)



$l_1 = \frac{3}{4}\lambda_1 = \frac{3c}{4f} = 3\,l_0 = 0{,}5795\,m = \underline{\underline{58\,cm}}$

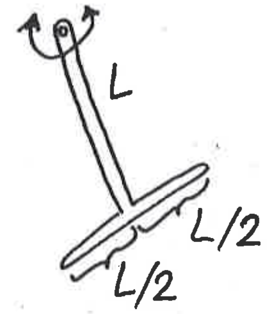
Übung „Schwingungen und Wellen"

1.) Eine Schwingung wird mathematisch wie folgt beschrieben:

$$y(t) = 27\,\mu m \sin\left(\frac{t}{31\,ms} + \pi/4\right)$$

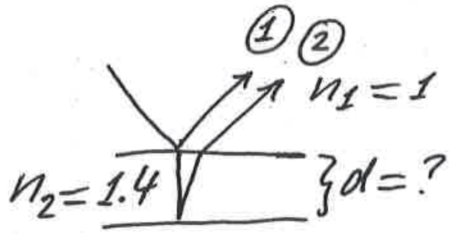
a) Wie gross ist die Amplitude der Schwingung?
b) Wie gross sind Frequenz und Kreisfrequenz der Schwingung?

2.) Ein T-förmiges Stück Metall ist an einem Nagel aufgehängt. Siehe nebenstehende Skizze! Es sei $L = 8.0\,cm$. Die Masse sei $84\,g$.



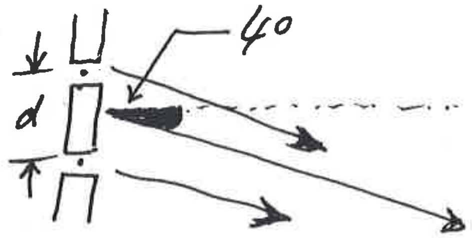
a) Wie gross ist das Massenträgheitsmoment für eine Drehachse gemäss Skizze?
b) Mit welcher Frequenz schwingt das Metallstück im Schwerefeld der Erde? ($g = 9.8\,m/s^2$).

3.) Ein Lichtstrahl mit Wellenlänge 600 nm wird an einer Schicht der Dicke d mit Brechzahl 1.4 auf der Oberseite reflektiert (1) und auf der Unterseite reflektiert (2). Wie gross muss d sein, damit zwischen den Strahlen eine Phasenverschiebung von $\pi/2$ (destruktive Interferenz) vorliegt? Der in der Schicht von (2) zurückgelegte Weg sei $\approx 2d$.



4.) Wie schnell muss sich eine Schallquelle mit $f = 440\,Hz$ einem ruhenden Beobachter nähern, damit dieser den Schall mit einer Frequenz von $450\,Hz$ wahrnimmt? Es sei $c = 340\,m/s$.

5.) Strahlung mit $\lambda = 600\,nm$ durchdringt einen Doppelspalt. Wie gross muss der Abstand d zwischen den Spalten sein, damit man das 1. Intensitätsmaximum im Beugungsmuster für einen Beugungswinkel von $4°$ erhält?



6.) Eine harmonische Welle wird mathematisch dargestellt wie folgt:

$$y(x,t) = 40\,\mu m \sin\left(\frac{x}{21\,\mu m} - \frac{t}{110\,ms}\right)$$

Bestimme

a) Amplitude
b) Wellenlänge
c) Frequenz
d) Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle.

Übung zu Schwingungen & Wellen

1.) a) $\hat{y} = 27\,\mu m$

b) $y(t) = \ldots \frac{t}{31\,ms}$

$\nu = \frac{1}{0{,}031\,s} = 32\,Hz$ $0{,}031^{-1}$ $\omega t = \frac{t}{31\,ms}$ millisek.

Koeffizientengleichung

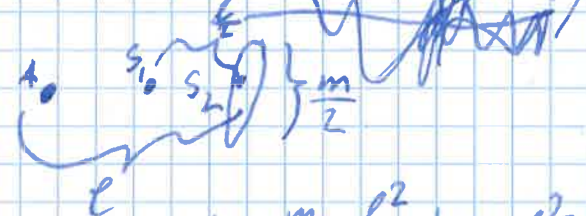
$\omega = 2\pi f = 32{,}26\,Hz$ $0{,}031^{-1}$

$f = 5{,}1\,Hz$

2.a) $\frac{m}{2}$ s_1 $s_1 = \frac{\ell}{2}$

Satz v. Steiner

$J_1 = \frac{m}{2}\left(\frac{\ell^2}{12}\right) + \frac{m}{2}\cdot\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = m\ell^2\left[\frac{1}{24} + \frac{1}{8}\right] = \frac{m\ell^2}{6}$



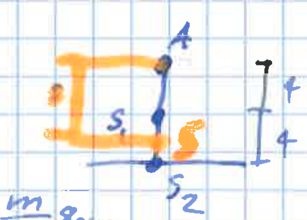
$J_2 = \frac{m}{2}\cdot\frac{\ell^2}{12} + \frac{m}{2}\ell^2 = m\ell^2\left[\frac{1}{24} + \frac{1}{2}\right] = \frac{13}{24}m\ell^2$

$J = J_1 + J_2 = \left[\frac{1}{6} + \frac{13}{24}\right]m\ell^2 = \frac{17}{24}m\ell^2 = \frac{17}{24}\cdot 0{,}084 \cdot 0{,}08^2\,kg\cdot m^2$

$= 3{,}808\cdot 10^{-4}\,kg\cdot m^2$

$\omega = \sqrt{\frac{mgs}{J}}$

$s = ?$



$s = \frac{\frac{m}{2}\,4\,cm + \frac{m}{2}\,8\,cm}{\frac{m}{2} + \frac{m}{2}} = 6\,cm$

$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgs}{J}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{0{,}084\cdot 9{,}8\cdot 0{,}06}{3{,}808\cdot 10^{-4}}}\,Hz = 1{,}8\,Hz$

3.) $\Delta\varphi = \pi \; (\hat{=} \; 180°)$

$\downarrow$

$2d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{4}$ ← Medium ②

$\lambda_1 = 600\,nm$

$\lambda_2 = ?$

Es ist

$f_1 = f_2$

$\frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2}$

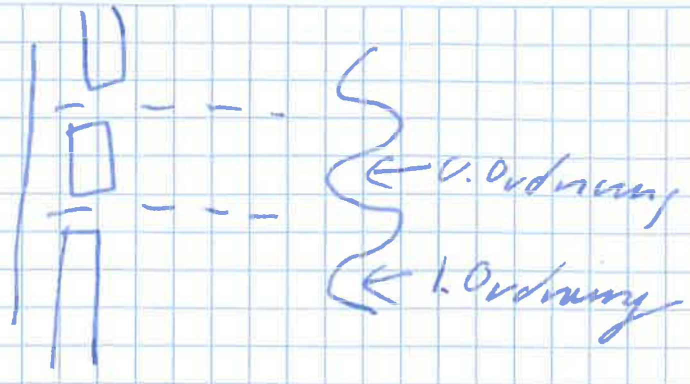
$\uparrow c_2$

$\lambda_2 = \frac{c_2}{c_1}\lambda_1 = \lambda_1 \frac{n_1}{n_2} \qquad \left(\left(\frac{n_1}{n_2} = \frac{c_2}{c_1}\right)\right)$

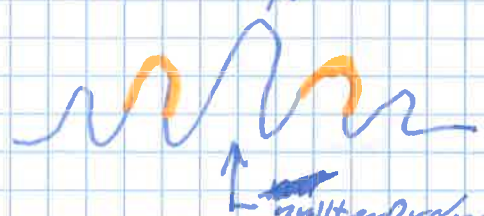
$= 600\,nm \cdot \frac{1}{1,4}$

$d = \frac{\lambda_2}{4} = \frac{600\,nm}{4 \cdot 1,4} = \underline{\underline{107\,nm}}$

5.



Beugungsmuster

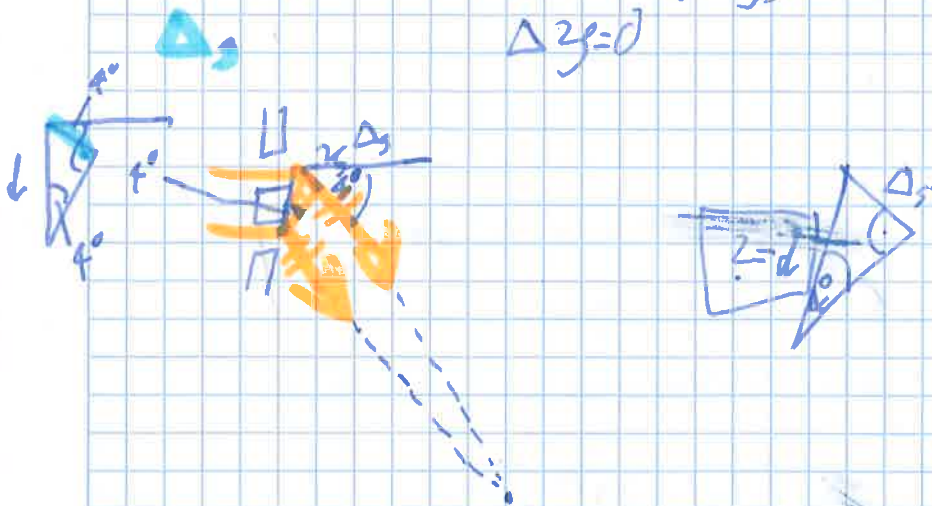


Beugungsmax. 1. Ordnung $\rightarrow \Delta\varphi = 2\pi$

$\Delta s \overset{!?}{=} \lambda$

nullter Ordnung (keine Beugung)

$\Delta\varphi = 0$



$\Delta s = \lambda = 600\,nm$

$\sin 4° = \frac{\lambda}{d} \rightarrow d = \frac{\lambda}{\sin 4°} = \underline{\underline{8,6\,\mu m}}$

6. a) $\underline{\underline{\hat{y} = 40\,\mu m}}$

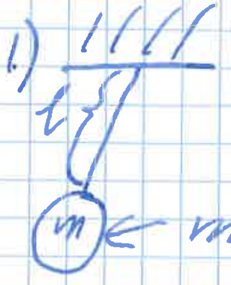
b) $\sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$

$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{1}{21\,\mu m} \rightarrow \lambda = 2\pi \cdot 21\,\mu m = \underline{\underline{132\,\mu m}}$

c) $\frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{1}{0,11\,s} \rightarrow f = \frac{1}{0,11\,s \cdot 2\pi} = \underline{\underline{1,45\,Hz}}$

d) $c = \lambda \cdot f = 132 \cdot 10^{-6}\,m \cdot 1,45\,Hz = \underline{\underline{1,9 \cdot 10^{-4}\,m/s}}$

Übungen

1) 

$m = 4kg$ $2r = 10cm$ (Kugel)

$l = 60cm$

a) Was ist ein mathemat. Pendel?

b) berechne, mit $g = 9{,}810 \frac{m}{s^2}$ auf 4 Signifikante ~~Stellen~~ Ziffern genau Periodendauern ab

b.1) mathemat. Pendel

b.2) Phys. Pendel

Lsg

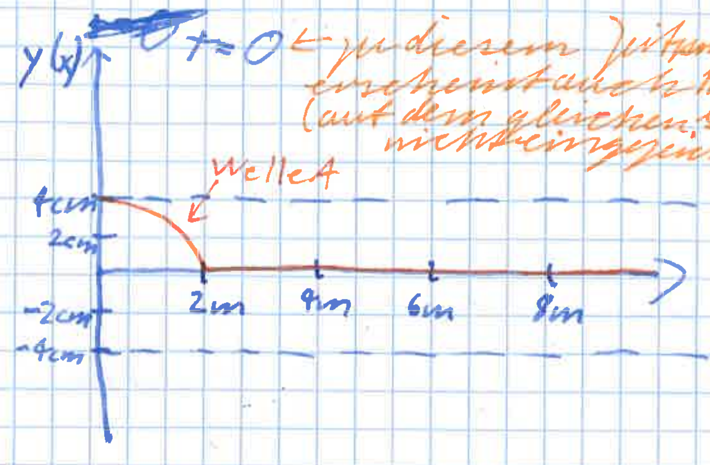
1.a) Fadenpendel ~~Pendel~~ mit:
- kleinen Amplituden
- masselosem Faden
- punktförmiger Masse

b.1) $T_{math.} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}6}{9{,}8}}\,s = \underline{1{,}554\,s}$

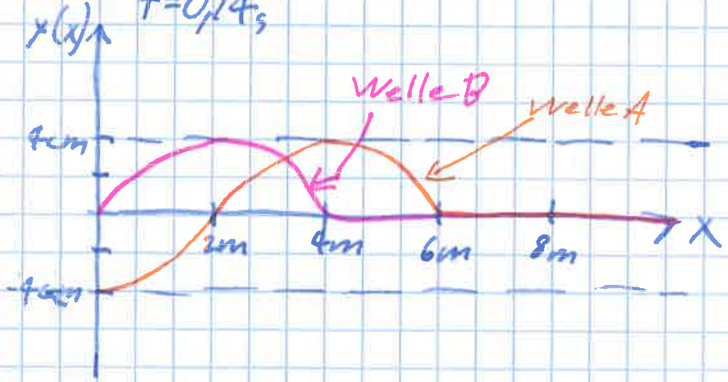
b.2) $T_{phys} = 2\pi\sqrt{\frac{J_s + ms^2}{mgs}}$ $s = l$ $J_s = \frac{2}{5}mr^2$

$$T_{phys} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}mr^2 + ms^2}{mgs}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}r^2 + s^2}{gs}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}\cdot 0{,}05^2 + 0{,}6^2}{9{,}81\cdot 0{,}6}} = \underline{1{,}556\,s}$$

2.) graph. Darstellung einer mech. Welle auf Seil



Gesucht:
a) Amplitude
b) Frequenz
c) Wellenlänge
d) Ausbreitungsgeschw.
e) zur Zeit t=0 2. Welle B. Graph. Überlagerung v. A u. B zu Zeit t = 0,14 s



Lsg

a) $\hat{y} = 4cm$ ← ablesen

b) $\lambda \cdot f = c$

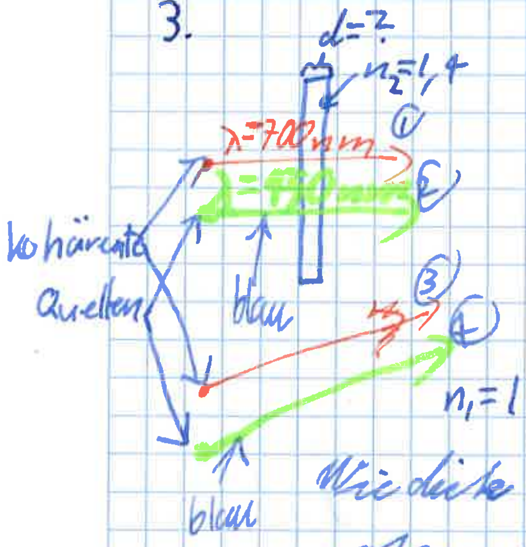
$f = \frac{c}{\lambda}$ $f = \frac{28{,}57\frac{m}{s}}{8m} \Rightarrow f = 3{,}57\,Hz$

c) $\lambda = 8m$ ← ablesen

d) $c = \frac{(6m - 2m)}{(0{,}14s - 0s)} = 29\frac{m}{s}$

e) 

3.



Wie dick muss die Schicht sein, damit rotes Licht, ① & ③, um $\frac{\lambda}{2}$ verschoben sind? → destr. Interferenz.
Um wie viele λ sind dann ② & ④ verschoben?

Lsg

$\boxed{\begin{matrix} n_2 = 1{,}4 \\ \lambda_2 = ? \end{matrix}}$

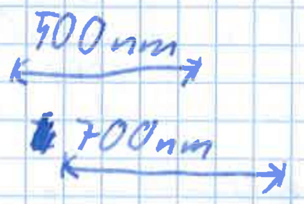
Frequenz gleich

$f = \frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2} \rightarrow \lambda_2 = \frac{c_2}{c_1}\lambda_1$; $\frac{c_2}{c_1} = \frac{n_1}{n_2}$

$n_1 = 1$

$\lambda_1 = 700\,nm$

$\lambda_2 = \frac{1}{1{,}4}\, 700\,nm = 500\,nm$



$k \cdot 700 = k \cdot 500 + 250$

$200\,k = 250$

$k = 1{,}25$

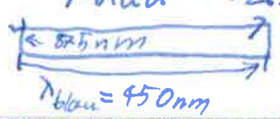
$\rightarrow d = 1{,}25 \cdot 700\,nm = 875\,nm$

$\approx 0{,}9\,\mu m$

blau $\lambda_{blau} = 450\,nm$ im Vakuum

$\lambda'_{blau} = \frac{450\,nm}{1{,}4} = 321\,nm$

$\lambda'_{blau} = 321\,nm$



Drücken Weglänge in Anzahl Wellenlängen aus.

Vakuum: $n_{Vakuum} = \frac{875\,nm}{\cancel{321\,nm}\ 450\,nm} = 1{,}94$

Schicht: $n_{Schicht} = 875\,nm / 321\,nm = 2{,}73$

~~1,5 450nm~~ = 1,625 nm

$$\begin{array}{r} 1{,}94 \\ 2{,}73 \\ \hline 0{,}79 \end{array}$$

↳ Verschiebung bei Blau ist 0,79 Wellenlängen (Mittelding zwischen Konstruktiv & destruktiv)