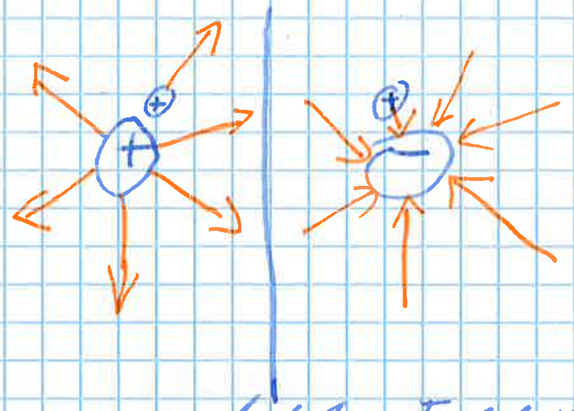
Elektrische Felder

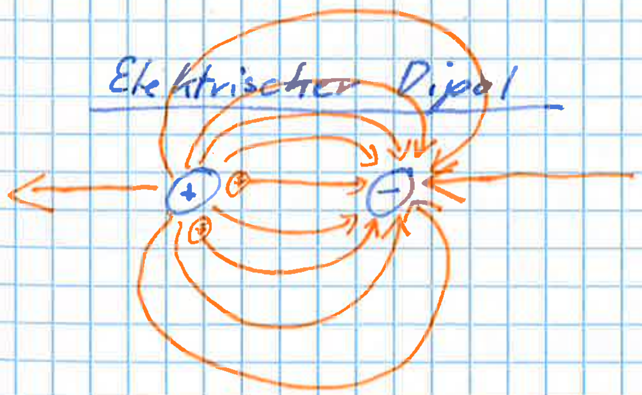
„Visualisierung" erfolgt mit Feldlinien ⇐ haben eine Richtung.



Aussagen elektr. Feldlinien betreffend:

- sie haben eine Richtung
- sie beginnen bei positiven Ladungen & enden bei negativen Ladungen
- sie haben eine gewisse Ähnlichkeit mit Strömungslinien.

Elektrischer Dipol



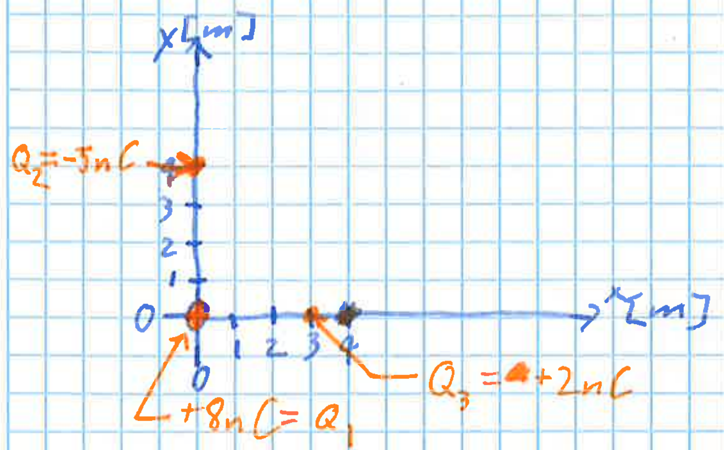
Superpositionsprinzip

Coulombsches Gesetz → zwei Ladungen

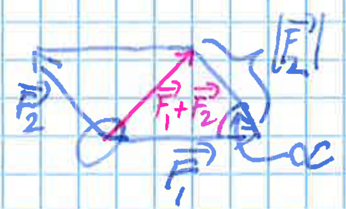
Verallgemeinerung: Kraft = Vektorsumme von Kräften gemäss Coulombschen Gesetz.

Gesucht: a) Kräfte auf Q_3

b) Elektr. Feldstärke dort wo sich Q_3 befindet



Lsg.: a)



$$\alpha = \arctan\frac{4}{3} = 53{,}13^\circ$$

$$|\vec{F_1}+\vec{F_2}|^2 = \underbrace{F_1^2}_{\hat{=}|\vec{F_1}|^2}+F_2^2-2F_1F_2\cdot\cos\alpha$$

Abstand Q_1 zu $Q_3 = 3m = r_1$

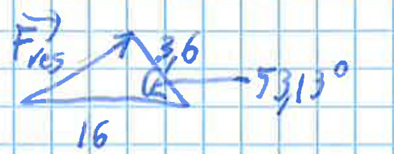
" Q_2 zu $Q_3 = 5m = r_2$

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q_1 Q_3|}{r_1^2} = 9\cdot10^9\,\frac{8\cdot2\cdot(10^{-9})^2}{3^2}\,N$$

$$F_1 = 16\cdot10^{-9}N = 16\,nN$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2 Q_3}{r_2^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{|-5|\cdot2\cdot(10^{-9})^2}{5^2}\,N$$

$$F_2 = 3{,}6\cdot10^{-9}N = 3{,}6\,nN$$



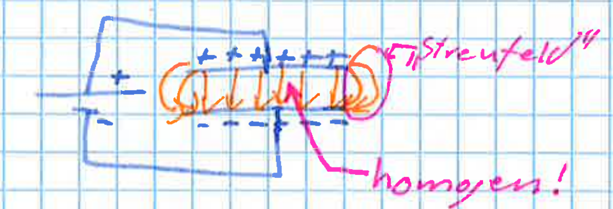
$$|\vec{F_{res}}| = \sqrt{16^2+3{,}6^2-2\cdot16\cdot3{,}6\cdot\cos53{,}13^\circ}\,nN$$

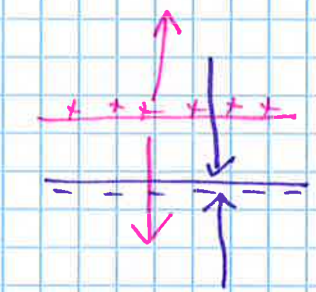
$$|\vec{F_{res}}| = 200\,nN$$

b) $$|\vec{E}| = \frac{|\vec{F_{res}}|}{|Q_3|} = \frac{200\,nN}{2\,nC} = 100\,\frac{V}{m}$$

Kondensatoren

Plattenkondensator

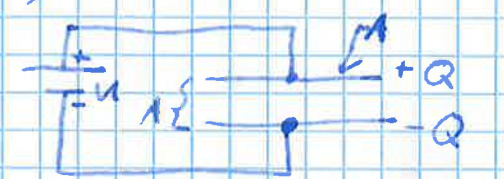




Kennzeichen:
- homogenes Feld
- speichert Ladung resp. Energie
- Kondensatorgleichung!
- „leiten" Wechselstrom (Gleichstrom aber nicht)

Kondensatorgleichung: $\underset{\text{Ladung}}{Q} = \underset{\text{Kapazität (Farad, F)}}{C}\cdot\underset{\text{Spannung}}{U}$

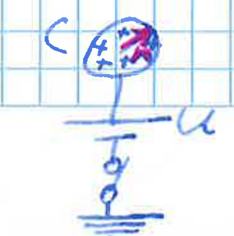
Gespeicherte Ladung ist proportional zu angelegten Spannung



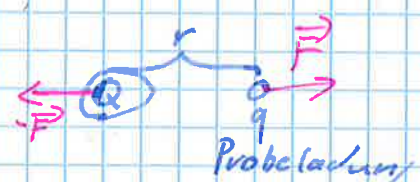
Formel für Kapazität

Plattenkondensator: $C = \varepsilon_r\varepsilon_0\frac{A}{d}$

Freistehende Kugel: $C = 4\pi\underbrace{\varepsilon_r\varepsilon_0}_{\varepsilon}r$



Elektr. Feldstärke um Punktladung



$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|Q \cdot q|}{r^2}$$

$$E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Hausaufg.:

$E \approx 130 \frac{V}{m}$

Modell

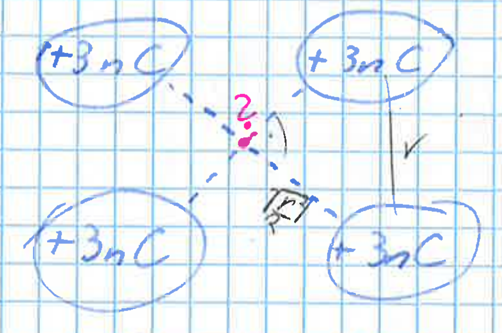
1. a) Wie gross ist die (negative) Ladung auf der Erde?

   b) Bestimme Ladungsdichte $\left(\frac{C}{m^2}\right)$ auf der Erdoberfläche?

$$\frac{r^2 E}{9 \cdot 10^9} = Q = 0,588 \mu C$$

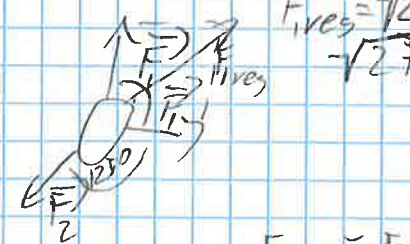
$0,541 \mu C$

2.



Vier Punktladungen auf Eckpunkten eines Quadrats

Ladung in der Mitte des Quadrats, damit alle Ladungen im Gleichgewicht sind.



$F_{res} = \sqrt{2F_1^2}$

$$\sqrt{2}F_1 = \sqrt{2}\left[\frac{|(+3nC)^2|}{r} \; 9 \cdot 10^9\right]^2 = 9 \cdot 10^9 \frac{|(+3nC) \cdot Q|}{\sqrt{\frac{r^2}{2}}}$$

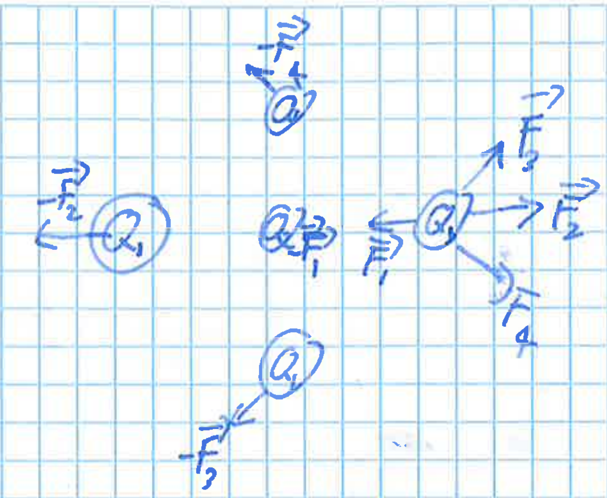
$F_{res} = \frac{F}{2}$

$$\frac{\sqrt{2}}{r}|(+3nC)^2| = \frac{\sqrt{2}}{r}|(+3nC) \cdot Q|$$

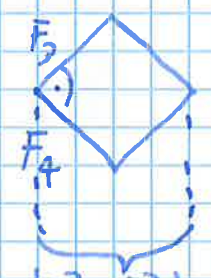
$Q = -3nC$

da $\vec{F}_{res} = -\vec{F_2}$

2.



$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = K \approx 9\cdot10^9$$



$$|\vec F_3 + \vec F_4| = \sqrt{2}\,|\vec F_3|$$

$$|\vec F_1| = |\vec F_2| + \sqrt{2}\,|\vec F_3|$$

$$\cancel{K}\cdot\frac{|Q_1 Q_2|}{\frac{\cancel{x^2}}{2}} = \cancel{K}\left[\frac{|Q_1^2|}{2\cancel{x^2}} + \sqrt{2}\,\frac{|Q_1^2|}{\cancel{x^2}}\right]$$

$$|Q_2| = \frac{|Q_1|}{4}\left[1+2\sqrt{2}\right]$$

$$|Q_2| = \frac{|+3nC|}{4}\left[1+2\sqrt{2}\right]$$

$$|Q_2| = 8{,}6\,nC \quad (=2{,}87\,Q_1)$$

$$\underline{\underline{Q_2 = -8{,}6\,nC}}$$

1. a) $E = K\frac{Q}{r_E^2}$ $\qquad K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9\cdot10^9$

$$Q = \frac{E\cdot r_E^2}{K}$$

$$Q = \frac{130\cdot 6371000^2}{9\cdot10^9} = 0{,}59\,MC \Rightarrow \underline{\underline{-0{,}59\,MC = Q}}$$

b) $\frac{|Q|}{S} = \frac{586254}{4\pi\cdot 6371000^2}$

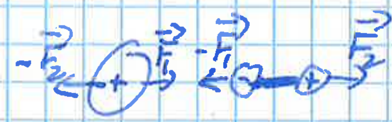
S ← $4\pi r_E^2$

$$\underline{\underline{\frac{|Q|}{S} = 1{,}15\,\frac{nC}{m^2}}} \qquad \underline{\underline{\frac{Q}{S} = -1{,}15\,\frac{nC}{m^2}}}$$

Kraft auf Dipol

(resultierende)
Berechne die Kraft auf elektr. Dipol.

Lsg.:



$Q = 2e$ $\qquad\qquad K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9\cdot 10^9$

$q = 0{,}12e$

$$|\vec{F}_{res}| = |\vec{F_1}| - |\vec{F_2}|$$

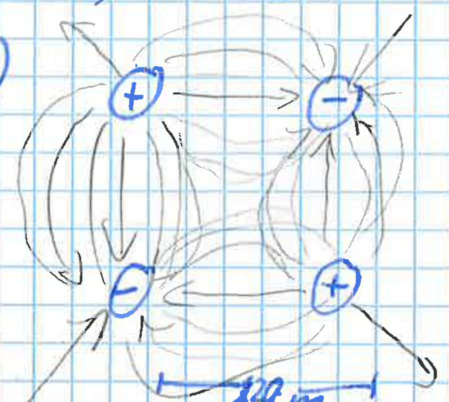
$$= K \underbrace{|Q\cdot q|}_{0{,}24\,e^2} \cdot \left[\frac{1}{(0{,}21\,nm)^2} - \frac{1}{(0{,}28\,nm)^2}\right]$$

$$= 9\cdot 10^9 \cdot 0{,}24 \cdot (\underbrace{1{,}602\cdot 10^{-19}}_{e})^2 \left[\frac{1}{(0{,}21\cdot 10^{-9})^2} - \frac{1}{(0{,}28\cdot 10^{-9})^2}\right] N$$

$$|\vec{F}_{res}| = 0{,}55\,nN$$

Hausaufgabe:

1.)

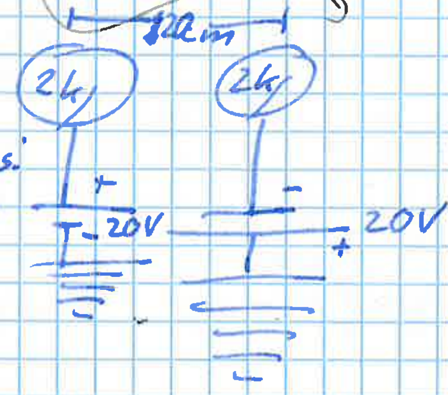


Ladungen auf Eckpunkten eines Quadrats. Ladungen im Betrag gleich.

Skizziere elektr. Feld d. Quadratpols

2.)

Kugelradius: $r_1 = r_2 = 8\,cm$



Berechne Ladung auf Kugeln als „freistehende Kugeln"

$Q = C \cdot U$; $C = 4\pi \varepsilon_0 r$

$Q = 1{,}7 \cdot 10^{-10}\,C = 1{,}7 \cdot 10^{-1}\,nC$

a) Berechne Massenanziehung

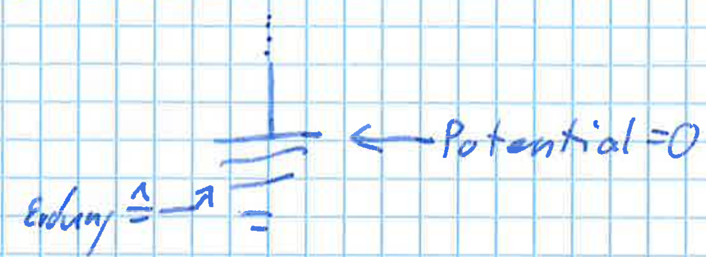
b) " elektrostat. Anziehung

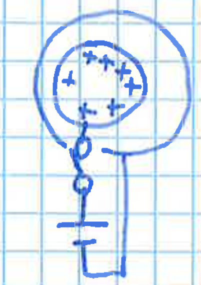
a) $\frac{G \cdot 4kg}{0{,}04}\,N = 6{,}67 \cdot 10^{-9}\,N = 6{,}67\,nN$

b) $7{,}1 \cdot 10^{-9}\,N = 7{,}1\,nN$

Elektrisches Potential

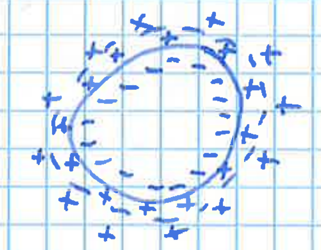
In der Technik



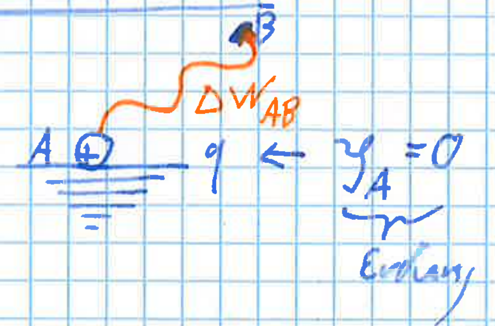


Kugelkondensator

Stimmt nicht genau, weil „feste" Erde eine geladene Kugel



Definition Potential



ΔW_{AB}: Verschiebungsarbeit vom Punkt A zum Punkt B.

Definition:

$$\text{Potentialunterschied} = \frac{\text{Verschiebungsarbeit}}{\text{Ladung}}$$

$$\varphi_{AB} = \varphi_B - \varphi_A = \frac{\Delta W_{AB}}{q}$$

wen $\varphi_A = 0 \rightarrow$ Potential, anstatt Potentialdifferenz

Arbeit?

Einfachste Def:

Arbeit = Kraft · Weg

Voraussetzung, dass es zutrifft?

Antw.: Kraft muss

- im Betrag konstant sein
- stets mit dem Weg kollinear sein
  - ▶ gleiche Richtung → am Körper wird Arbeit verrichtet. seine Energie ist entsprechend höher.
  - ▶ in Gegenrichtung → der Körper verrichtet Arbeit gegen eine Kraft. Seine Energie ist entsprechend kleiner.

A Kraft & Weg nicht kollinear

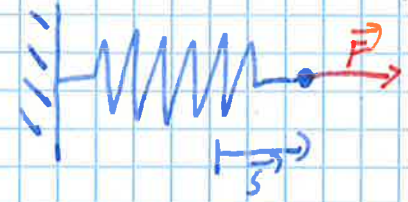
Es wirkt nur Komponente in Wegrichtung

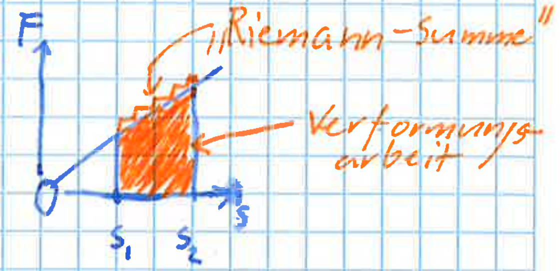
$$\Delta W = |\vec F_{\parallel}| \cdot |\vec s|$$

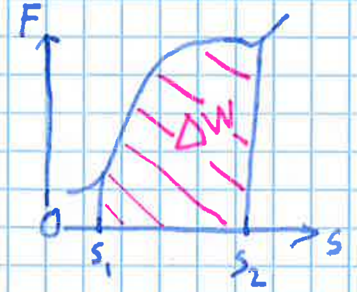
wobei $|\vec F_{\parallel}| = |\vec F| \cos\varepsilon$

$$\Longrightarrow \Delta W = \underbrace{|\vec F| \cdot |\vec s| \cdot \cos\varepsilon}_{\text{trigonometr. Def.}} = \underset{\text{Skalarprodukt}}{\vec F \cdot \vec s}$$

B Kraft & Weg zwar kollinear, aber Kraft variiert







Arbeit =

- Fläche unter dem Kraft-Weg-Diagramm
- bestimmtes Integral → Arbeitsintegral

$$\Delta W = \int_{s_1}^{s_2} F\, ds$$

← Integrationsvariable

„Limite" von Δs

Integrationsgrenzen

C „Keines" trifft zu → allgemeiner Fall

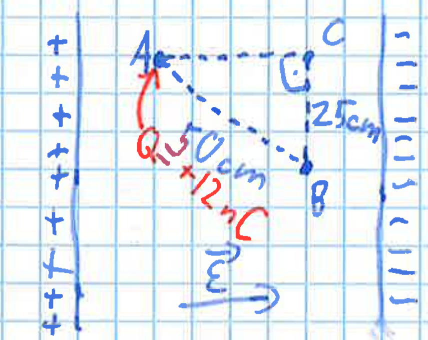
$$\Delta W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$ ⇐ Linienintegral

Elektrostatik

$$\Delta\varphi_{AB} = \frac{\Delta W_{AB}}{q} = \frac{\boxed{\vec{F}}\cdot\vec{s}}{\boxed{q}}$$ ← Def. elektr. Feldstärke

$$\Delta\varphi_{AB} = \vec{E}\cdot\vec{s}$$

Bsp.: (aus dem Grundlagenbuch)



Merke: Elektr. Spannung ist ein Potentialunterschied

$E = 80\,kV/m = konst.$

Gesucht:

a) ΔW_{AC}, ΔW_{CB} & ΔW_{AB}

b) U_{AC}, U_{CB} & U_{AB}

Lsg.:

a) $\Delta W_{AC} = \underbrace{F\cdot \underbrace{25cm\cdot\sqrt{3}}_{Weg}}_{\text{weil } F \& s \text{ kollinear}}$

$F = E\cdot Q = 80\,000 \cdot 12\cdot10^{-9}\,N = 9{,}6\cdot10^{-4}\,N$

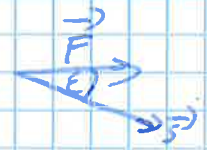
$\Delta W_{AC} = F\cdot s = 9{,}6\cdot10^{-4}\cdot 0{,}25\cdot\sqrt{3}\,J = \underline{0{,}416\,mJ}$

b) $\underline{\Delta W_{CB} = 0}$ weil $\vec{F} \perp \vec{s}$

c) Elektrostat. Kräfte sind konservative Kräfte; daher $\Delta W_{AB} = \underbrace{W_{AC} + W_{CB}}_{\text{schon berechnet}}$

als Skalarprodukt

$\varepsilon = 30°$



$\Delta W_{AB} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos 30°$

$= 9{,}6 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}5 \cdot \cos 30° \, J = \underline{\underline{0{,}416 \, mJ}}$

↳ wie erwartet

$U_{CB} = 0V$

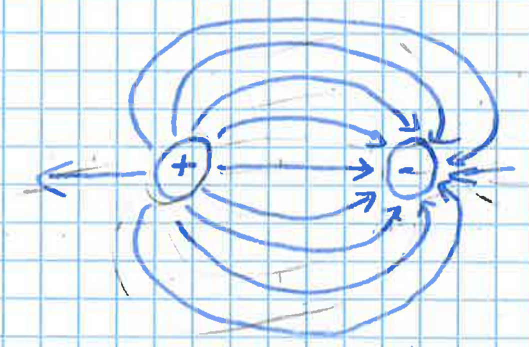
$U_{AC} = U_{AB} = \frac{\Delta W_{AC}}{Q} = \frac{0{,}416 \, mJ}{12 \, nC} = \underline{\underline{35 \, kV}}$

Es gilt $U = E \cdot s$ ← homogen

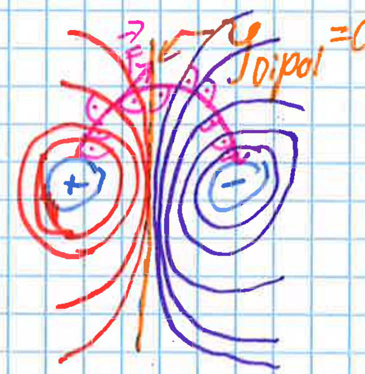
$= \frac{80 \, kV}{m} \, 25 \, cm \sqrt{3} = \underline{\underline{35 \, kV}}$

wie vorher

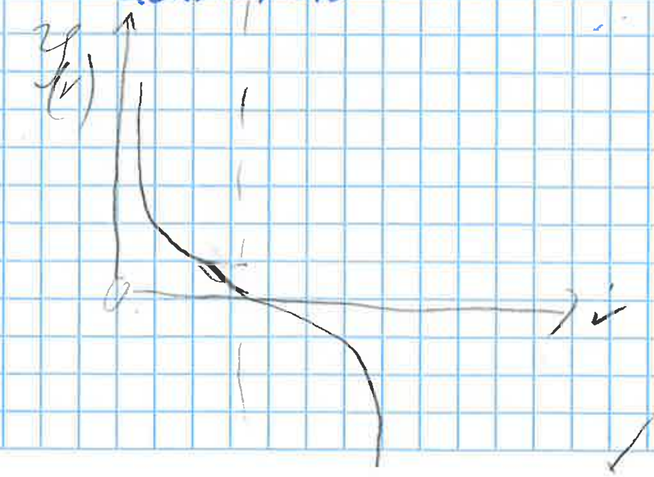
Gegenüberstellung Potential u. elektr. Feld eines Dipols



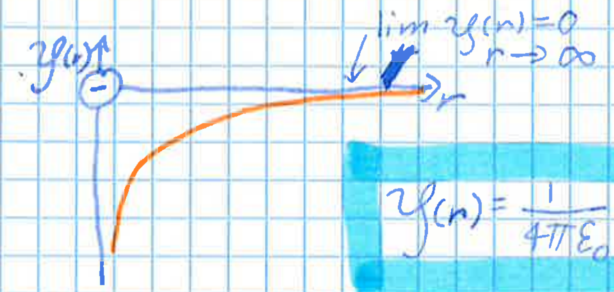
elektr. Feld



Feldlinie steht stets senkrecht zu den äquipotentiallinien

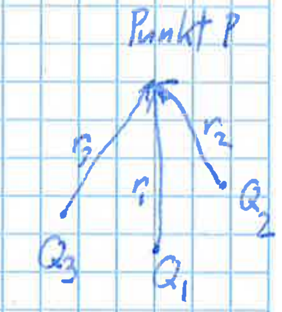


Potential von Punktladungen



$$\boxed{\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}}$$

Elektr. Potential einer Punktladung



$$\boxed{\underbrace{\varphi_P}_{\text{beim P}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \frac{Q_3}{r_3}\right]}$$