

Musteraufgaben

- Themen:
- A. Beschleunigte Bewegungen
 - B. Skalarprodukt für Vektoren in der Ebene
 - C. Kraftstoss, Impuls, Impulserhaltung, Energie, Energieerhaltung

Falls nicht anders erwähnt soll stets gelten $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

A.1) Berechne die mittlere Geschwindigkeit für zwei aufeinander folgende Strecken s_1 und s_2 mit unterschiedlichen konstanten Geschwindigkeiten v_1 und v_2 wie folgt:

s_1 : 4km mit $v_1 = 50 \text{ km/h}$

s_2 : während 20min mit 120 km/h

A.2) Ein Körper erhöht seine Geschwindigkeit mit einer konstanten Beschleunigung von 1.5 m/s^2 von $v_0 = 3 \text{ m/s}$ auf $v_E = 12 \text{ m/s}$. Berechne

- a) die Dauer der Beschleunigung
- b) die mittlere Geschwindigkeit beim Beschleunigen
- c) die beim Beschleunigen zurück gelegte Strecke.

A.3) Die Strecken \vec{s}_1 und \vec{s}_2 wie folgt:

\vec{s}_1 : während 3.0s mit $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix} \text{ m/s}$

\vec{s}_2 : während 5.0s mit $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ m/s}$

werden nacheinander durchlaufen. Wie gross sind dann Gesamtstrecke und Betrag der mittleren Geschwindigkeit?

A.4) Rechne

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} (\text{m/s}) + \begin{pmatrix} 0 \\ -9.8 \end{pmatrix} (\text{m/s}^2) \cdot t$$

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} (\text{m/s}) \cdot t + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -9.8 \end{pmatrix} (\text{m/s}^2) t^2$$

für $t = 2.0\text{s}$.

B.1) Berechne den Betrag der Geschwindigkeit

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 12 \end{pmatrix} (\text{m/s})$$

B.2) Berechne das Skalarprodukt

$$\Delta W = \vec{F} \cdot \vec{s} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} \text{N} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \text{m}$$

mithilfe der algebraischen Darstellung.

B.3) Berechne den Winkel φ , den $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ miteinander einschliessen.

B.4) Für welchen Wert des Parameters u in $\vec{a} = \begin{pmatrix} u \\ -3 \end{pmatrix}$ stehen \vec{a} und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ senkrecht aufeinander?

B.5) Für welche Zeit t hat die Strecke

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} (\text{m/s}) \cdot t$$

eine Länge von 1km ?

B.6) Nach welcher Zeit ($t = ?$) stehen die beiden Vektoren $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix} (\text{m/s}) = \text{konst.}$ und

$$\vec{v}_2(t) = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} (\text{m/s}) + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} (\text{m/s}^2) \cdot t$$

senkrecht aufeinander?

- B.7) Welchen Winkel φ schliesst die Kraft F von 10N mit einem 18m langen Weg ein, wenn eine Arbeit von 100J verrichtet wird, d.h.

$$\Delta W = 100\text{J} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos \varphi ?$$

- B.8) Beschleunigungen werden aufgeteilt in Komponenten, die senkrecht aufeinander stehen, wie folgt:

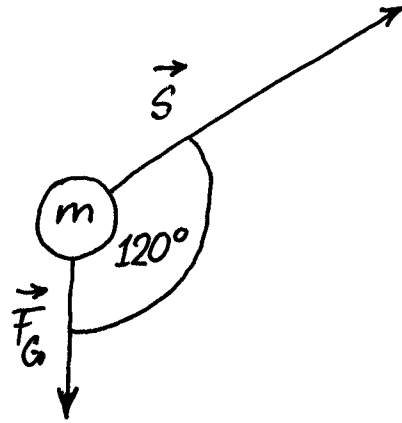
- lineare (tangentielle) Beschleunigung. Sie verändert den Betrag, nicht jedoch die Richtung der Geschwindigkeit. Wirkt sie allein, ergibt sich eine geradlinige Bewegung, die man als Translation bezeichnet. Sie ergibt sich aus der Komponente von \vec{a} in Wegrichtung.
- radiale Beschleunigung; auch Zentripetal- oder Querbeschleunigung genannt. Sie ergibt sich aus der Komponente von \vec{a} , die senkrecht zur Momentangeschwindigkeit \vec{v} steht. Sie verändert die Richtung der Bewegung, nicht jedoch ihre „Schnelligkeit“, d.h. den Betrag der Geschwindigkeit.

Für die Momentangeschwindigkeit $\vec{v} = \begin{pmatrix} 12 \\ -16 \end{pmatrix} (\text{m/s})$ und die Beschleunigung $\vec{a} = \begin{pmatrix} 15 \\ -8 \end{pmatrix} (\text{m/s}^2)$ berechne

- den eingeschlossenen Winkel φ .
- den Betrag von tangentialer und radialer Beschleunigung.

- C.1) Wie gross ist der lineare Impuls eines 4.0kg schweren Körpers, der sich mit einer Geschwindigkeit $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7.5 \end{pmatrix} (\text{m/s})$ bewegt? Berechne den Vektor und seinen Betrag.
- C.2) Wie stark kann eine konstante Kraft $\vec{F} = \begin{pmatrix} 16 \\ -24 \end{pmatrix} \text{N}$ einen anfänglich ruhenden, 4.0 kg schweren Körper beschleunigen und welche Geschwindigkeit hat er nach 3.0s Krafteinwirkung? Berechne Vektoren und ihre Beträge.
- C.3) Eine konstante Kraft $\vec{F} = \begin{pmatrix} 15 \\ -6 \end{pmatrix} \text{N}$ beschleunigt einen 3.0kg schweren Körper, der sich zu Beginn mit einer Geschwindigkeit von $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} (\text{m/s})$ bewegt. Wie lange muss die Kraft auf den Körper einwirken, bis seine Geschwindigkeit einen Betrag von 25m/s aufweist?
- C.4) Ein 0.5kg schwerer Stein wird im Schwerfeld der Erde schräg geworfen. Die Anfangsgeschwindigkeit sei $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} (\text{m/s})$. Nachdem der Körper während 1.5s der Einwirkung der Schwerkraft überlassen war, bewegt er sich mit einer Geschwindigkeit \vec{v}_E .
- Berechne die durch die Schwerkraft herbeigeführte Impulsänderung $\Delta \vec{p}$.
 - Berechne den Impuls und die Bewegungsenergie des Steins beim Abwurf und 1.5s nach dem Abwurf. Berechne Vektor und Betrag.
 - Was geschah in den 1.5s Flugzeit mit der Bewegungsenergie des Körpers?

- C.5) Ein Leichtathlet wirft eine 7.3kg schwere Kugel mit einer Abwurfgeschwindigkeit von 14m/s. Wir nehmen an, dass die Kugel auf einem 90cm langen Weg gleichförmig beschleunigt wird. Die Anfangsgeschwindigkeit beim Stossen sei 0 und der geradlinige, 90cm lange Weg schliesst mit dem Lot einen Winkel von 120° ein.



- Welche Beschleunigung erfährt die Kugel beim Stossen? ($a=?$).
- Welche Kraft ist erforderlich, um die Kugel so stark zu beschleunigen?
- Welche Kraft übt der Athlet beim Stossen auf die Kugel aus?
- Besteht ein Unterschied zwischen der Kraft, mit der die Kugel beschleunigt wird und der Kraft, die der Athlet auf die Kugel ausübt? Erkläre.
- Wie gross ist die Bewegungsenergie der Kugel beim Abwurf?
- Welche Arbeit verrichtet der Athlet beim Stossen an der Kugel?

C.6) Ein 6.0 kg schwerer Körper prallt mit einer Geschwindigkeit $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 19 \\ 3 \end{pmatrix}$ (m/s) auf eine Wand und prallt mit einer Geschwindigkeit $\vec{v}_E = \begin{pmatrix} 17 \\ -9 \end{pmatrix}$ (m/s) von ihr ab.

a) Berechne den Impuls (Vektor und Betrag) des Körpers vor und nach dem Stoss.

b) Berechne die Impulsänderung des Körpers beim Aufprall.

c) Berechne den Betrag der mittleren Kraft auf den Körper bei einer Dauer der Krafteinwirkung von 6 ms.

d) War der Aufprall auf die Wand elastisch oder teilelastisch?

C.7) In ein Strahltriebwerk strömen pro Sekunde 1000 kg Luft mit einer Relativgeschwindigkeit von -880 km/h. Hinten wird die erhitzte Luft mit einer Relativgeschwindigkeit von -2100 km/h ausgestossen.

a) Wie gross ist die Schubkraft des Triebwerks?

b) Mit welcher Leistung wird im Triebwerk an der Luft Beschleunigungsarbeit verrichtet?

C.8) Ein 4.0 kg schwerer Körper trifft mit einer Geschwindigkeit $\vec{v}_{10} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ (m/s) auf einen ruhenden, 10 kg schweren Körper ($\vec{v}_{20} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$). Nach dem Stoss bewegt sich der erste Körper

mit einer Geschwindigkeit $\vec{v}_{1E} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ (m/s)}$. Berechne die

- Impulsänderungen der beiden Körper.
- Geschwindigkeit des zweiten, zuvor ruhenden Körpers, nach dem Stoss.
- gesamte auf die beiden Körper verteilte Bewegungsenergie vor und nach dem Stoss.
- Handelte es sich bei dem Stoss um einen vollkommen elastischen oder teilelastischen Stoss?

C.9) Ein Körper hat einen Impuls $\begin{pmatrix} 20 \\ 48 \end{pmatrix} \text{ N}\cdot\text{s}$ und eine Bewegungsenergie von 338 J. Berechne den Betrag seiner Geschwindigkeit und seine Masse.

C.10) Beim Abwurf hat ein Körper einen linearen Impuls von $\vec{p}_0 = \begin{pmatrix} 35 \\ 140 \end{pmatrix} \text{ N}\cdot\text{s}$. Er wird von einer Gewichtskraft $\vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ -28 \end{pmatrix} \text{ N}$ nach unten gezogen. Der Punkt S sei der Scheitelpunkt der Wurfparabel.

- Wie lange nach dem Abwurf erreicht der Körper den Punkt S?
- Wie gross ist der Impuls des Körpers beim Durchlaufen des Punktes S?

Musterlösungen

$$A.1) \bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{s_1 + v_2 \cdot t_2}{(s_1/v_1) + t_2} = \frac{4 + \frac{1}{3} \cdot 120}{(4/50) + 1/3} \frac{\text{km}}{\text{h}} = \underline{\underline{106 \text{ km/h}}}$$

$$A.2a) \Delta t = (v_E - v_0) / a = \frac{12 - 3}{1.5} \text{ s} = \underline{\underline{6.0 \text{ s}}}$$

$$b) \bar{v} = \frac{1}{2}(v_0 + v_E) = \frac{1}{2}(3 + 12) \text{ m/s} = \underline{\underline{7.5 \text{ m/s}}}$$

$$c) s = (v_E^2 - v_0^2) / (2a) = (12^2 - 3^2) \text{ m} / (2 \cdot 1.5) = \underline{\underline{45 \text{ m}}}$$

$$A.3) \vec{s} = \vec{v}_1 \cdot t_1 + \vec{v}_2 \cdot t_2 = \left[\begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix} \cdot 3 + \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot 5 \right] \text{ m} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 50 \\ -41 \end{pmatrix} \text{ m}}}$$

$$|\vec{s}| = \sqrt{50^2 + 41^2} \text{ m} = \underline{\underline{64.7 \text{ m}}} \quad \text{und} \quad \bar{v} = \frac{|\vec{s}|}{t_1 + t_2}$$

$$\bar{v} = \frac{64.66 \text{ m}}{(3+5) \text{ s}} = \underline{\underline{8.1 \text{ m/s}}}$$

$$A.4) \vec{v}(2\text{s}) = \left[\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -9.8 \end{pmatrix} \cdot 2 \right] (\text{m/s}) = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 5 \\ -12.6 \end{pmatrix} \text{ m/s}}}$$

$$\vec{s}(2\text{s}) = \left[\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot 2 + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -9.8 \end{pmatrix} \cdot 2^2 \right] \text{ m} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 10 \\ -5.6 \end{pmatrix} \text{ m}}}$$

$$B.1) |\vec{v}| = \sqrt{5^2 + 12^2} (\text{m/s}) = \underline{\underline{13 \text{ m/s}}}$$

$$B.2) \Delta W = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ J} = [6 \cdot 3 - 2 \cdot 5] \text{ J} = \underline{\underline{8 \text{ J}}}$$

$$B.3) \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\text{arithmetische Darstellung}} = \underbrace{\sqrt{3^2 + 2^2} \cdot \sqrt{5^2 + 1^2} \cdot \cos \varphi}_{\text{trigonometrische Darstellung}}$$

$$15 - 2 = \sqrt{13} \cdot \sqrt{26} \cdot \cos \varphi \rightarrow \varphi = \arccos \left(\frac{13}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{26}} \right)$$

$$\underline{\underline{\varphi = 45^\circ}}$$

$$B.4) \vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = 64 - 24 = 0 \rightarrow \underline{\underline{u = 4}}$$

$$B.5) |\vec{s}(t)| = \sqrt{\left(3\frac{m}{s} \cdot t\right)^2 + \left(-4\frac{m}{s} \cdot t\right)^2} = 5\left(\frac{m}{s}\right) \cdot t = 1000m$$

$$\rightarrow t = \underline{\underline{200s}}$$

$$B.6) \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2(t) = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3+2t \\ 6+3t \end{pmatrix} = -27 + 18t - 30 - 15t$$

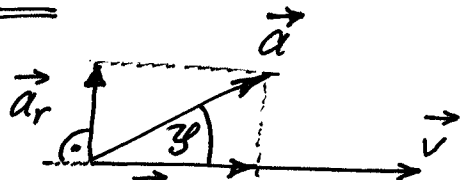
$$= 3t - 57 = 0 \rightarrow t = 57/3 \rightarrow \underline{\underline{t = 19s}}$$

$$B.7) \cos \varphi = \frac{100}{10 \cdot 18} = \frac{5}{9} \rightarrow \varphi = \arccos\left(\frac{5}{9}\right) = \underline{\underline{56.25^\circ}}$$

$$B.8a) \varphi = \arccos \frac{\begin{pmatrix} 12 \\ -16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ -8 \end{pmatrix}}{\sqrt{12^2+16^2} \cdot \sqrt{15^2+8^2}} = \arccos \frac{180+128}{20 \cdot 17}$$

$$= \arccos(77/85) = \underline{\underline{25.06^\circ}}$$

$$b) |\vec{a}| = \sqrt{15^2 + 8^2} \text{ m/s}^2$$

$$= 17 \text{ m/s}^2$$


tangential: $|\vec{a}_t| = |\vec{a}| \cdot \cos \varphi$

$$|\vec{a}_t| = (17 \text{ m/s}^2) \cdot \cos 25.06^\circ = \underline{\underline{15.4 \text{ m/s}^2}}$$

radial: $|\vec{a}_r| = |\vec{a}| \cdot \sin \varphi = (17 \text{ m/s}^2) \cdot \sin 25.06^\circ$

$$|\vec{a}_r| = \underline{\underline{7.2 \text{ m/s}^2}}$$

$$C.1) \vec{p} = m \cdot \vec{v} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 7.5 \end{pmatrix} \text{ N} \cdot \text{s} = \begin{pmatrix} 16 \\ 30 \end{pmatrix} \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$|\vec{p}| = \frac{34 \text{ N} \cdot \text{s}}{r} = \sqrt{16^2 + 30^2} \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$C.2) \vec{a} = \frac{1}{m} \cdot \vec{F} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 16 \\ -24 \end{pmatrix} (\text{m/s}^2) = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix} (\text{m/s}^2)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + 6^2} (\text{m/s}^2) = \underline{\underline{7.21 \text{ m/s}^2}}$$

$$\vec{v} = \vec{a} \cdot t = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix} (\text{m/s}^2) \cdot 3s = \begin{pmatrix} 12 \\ -18 \end{pmatrix} \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{12^2 + 18^2} \text{ m/s} = \underline{\underline{21.6 \text{ m/s}}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{C.3) } \vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t = \vec{v}_0 + \frac{1}{m} \cdot \vec{F} \cdot t = \begin{pmatrix} -1 + (15/3) \cdot t \\ 3 - (6/3) \cdot t \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -1 + 5t \\ 3 - 2t \end{pmatrix} \rightarrow |\vec{v}|^2 = (5t-1)^2 + (3-2t)^2 = 25^2 \\
 &\rightarrow 25t^2 - 10t + 1 + 4t^2 - 12t + 9 - 25^2 = 0 \\
 &29t^2 - 22t - 615 = 0 \rightarrow t = \frac{22 \pm \sqrt{268}}{58} \\
 &\rightarrow \underline{\underline{t = 5.0s}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{C.4a) } \Delta \vec{p} &= \vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{a} \cdot \Delta t = 0.5 \begin{pmatrix} 0 \\ -9.8 \end{pmatrix} \cdot 1.5 \text{ N} \cdot \text{s} \\
 \Delta \vec{p} &= \begin{pmatrix} 0 \\ -7.35 \end{pmatrix} \text{ N} \cdot \text{s}
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0 = 0.5 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ N} \cdot \text{s} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1.5 \end{pmatrix} \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$|\vec{p}_0| = \sqrt{2^2 + 1.5^2} \text{ N} \cdot \text{s} = \underline{\underline{2.5 \text{ N} \cdot \text{s}}}$$

$$\vec{p}_E = \vec{p}_0 + \Delta \vec{p} = \left[\begin{pmatrix} 2 \\ 1.5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -7.35 \end{pmatrix} \right] \text{ N} \cdot \text{s} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5.85 \end{pmatrix} \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$|\vec{p}_E| = \sqrt{2^2 + 5.85^2} \text{ N} \cdot \text{s} = \underline{\underline{6.18 \text{ N} \cdot \text{s}}}$$

$$E_{k0} = \frac{1}{2} m \cdot |\vec{v}_0|^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot (4^2 + 3^2) \text{ J} = \underline{\underline{6.25 \text{ J}}}$$

$$E_{kE} = |\vec{p}_E|^2 / (2m) = \frac{2^2 + 5.85^2}{2 \cdot 0.5} \text{ J} = \underline{\underline{38.22 \text{ J}}}$$

c) Zuerst hat die Bewegungsenergie abgenommen. Nachdem der Stein den Scheitelpunkt der Wurfparabel durchlaufen hat nimmt die Bewegungsenergie wieder zu. Nach 1.5s Flugzeit ist sie rund sechs Mal so gross wie beim Abwurf. Der Stein befindet sich somit nach 1.5s unterhalb von der Abwurfstelle.

$$C.5a) \alpha = (v_E^2 - v_0^2) / (2s) = v_E^2 / (2s) = (14^2 / 1.8) \text{ m/s}^2 = \underline{\underline{109 \text{ m/s}^2}}$$

$$b) F = m \cdot \alpha = 7.3 \cdot 108.89 \text{ N} = \underline{\underline{795 \text{ N}}}$$

$$c) \vec{F}_{\text{Athlet}} = \vec{F} - \vec{F}_G. \text{ Wir schreiben}$$

$$\vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ +71.54 \end{pmatrix} \text{ N} \quad \text{und} \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} 795 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ \\ 795 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_{\text{Athlet}} = \begin{pmatrix} 795 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ \\ +71.54 + 795 \text{ N} \cdot 1/2 \end{pmatrix} \text{ N} = \begin{pmatrix} 688.4 \\ 469.0 \end{pmatrix} \text{ N}$$

$$\rightarrow |\vec{F}_{\text{Athlet}}| = \sqrt{688.4^2 + 469.0^2} \text{ N} = \underline{\underline{833 \text{ N}}}$$

d) Der Athlet muss noch eine Gegenkraft zur Gewichtskraft aufbringen. Von der Energie her gesehen sieht es so aus, dass der Athlet an der Kugel Beschleunigungsarbeit und Hubarbeit verrichtet.

$$e) E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 7.3 \cdot 14^2 \text{ J} = \underline{\underline{715 \text{ J}}}$$

$$f) \Delta W_{\text{Athlet}} = |\vec{F}_{\text{Athlet}}| \cdot s = 833 \cdot 0.9 \text{ J} = \underline{\underline{750 \text{ J}}}$$

$$C.6a) \vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 114 \\ 18 \end{pmatrix} \text{ N} \cdot \text{s}, \quad |\vec{p}_0| = \sqrt{114^2 + 18^2} \text{ N} \cdot \text{s} =$$

$$\underline{\underline{115.4 \text{ N} \cdot \text{s}}}$$

$$\vec{p}_E = m \cdot \vec{v}_E = \begin{pmatrix} 102 \\ -54 \end{pmatrix} \text{ N} \cdot \text{s}, \quad |\vec{p}_E| = \sqrt{102^2 + 54^2} \text{ N} \cdot \text{s} =$$

$$\underline{\underline{115.4 \text{ N} \cdot \text{s}}}$$

$$b) \Delta \vec{p} = \vec{p}_E - \vec{p}_0 = \left[\begin{pmatrix} 102 \\ -54 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 114 \\ 18 \end{pmatrix} \right] \text{ N} \cdot \text{s} = \begin{pmatrix} -12 \\ -72 \end{pmatrix} \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$|\Delta \vec{p}| = \sqrt{12^2 + 72^2} \text{ N} \cdot \text{s} = \underline{\underline{73.0 \text{ N} \cdot \text{s}}}$$

$$c) \vec{F} = \Delta \vec{p} / t = \begin{pmatrix} -12 \\ -72 \end{pmatrix} \text{ N} \cdot \text{s} / (0.006 \text{ s}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 12 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$d) \Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m (v_E^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot [19^2 + 3^2 - (17^2 + 9^2)] \text{ J} = 0$$

Der Aufprall war vollkommen elastisch. Es ging keine Bewegungsenergie verloren.

$$C.7a) \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p} = \Delta m \cdot \Delta \vec{v} \rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot \Delta \vec{v}$$

$$F = \frac{1000}{1} \cdot \left(\frac{2100}{3.6} - \frac{880}{3.6} \right) N = \underline{\underline{339 kN}}$$

$$b) \Delta E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot \Delta m (v_E^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot \left(\frac{2100^2 - 880^2}{3.6^2} \right) J$$

$$\Delta E_{kin} = 140 MJ \rightarrow P = \frac{\Delta E_{kin}}{\Delta t} = \frac{140 MJ}{1s} = \underline{\underline{140 MW}}$$

$$C.8a) \Delta \vec{p}_1 = m_1 (\vec{v}_{1E} - \vec{v}_{10}) = 4 \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} N \cdot s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -28 \\ -20 \end{pmatrix} N \cdot s}}$$

$$\Delta \vec{p}_2 = -\Delta \vec{p}_1 = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 28 \\ 20 \end{pmatrix} N \cdot s}}$$

$$b) \vec{v}_{2E} = \vec{v}_{20} + \frac{1}{m_2} \cdot \Delta \vec{p}_2 = \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 28 \\ 20 \end{pmatrix} \right] m/s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2.8 \\ 2 \end{pmatrix} m/s}}$$

$$c) E_{kin} = \frac{1}{2} m_1 |\vec{v}_{10}|^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 (6^2 + 3^2) J = \underline{\underline{90 J}}$$

$$E'_{kin} = \frac{1}{2} m_1 |\vec{v}_{1E}|^2 + \frac{1}{2} m_2 |\vec{v}_{2E}|^2 = \left[\frac{1}{2} \cdot 4 (1^2 + 2^2) + \frac{1}{2} \cdot 10 (2.8^2 + 2^2) \right] J = \underline{\underline{69.2 J}}$$

d) Der Zusammenprall war teilelastisch. Ein Teil der Bewegungsenergie ging verloren.

$$C.9) m = |\vec{p}|^2 / (2E_{kin}) = [(20^2 + 48^2) / (2 \cdot 338)] kg = \underline{\underline{4 kg}}$$

$$\vec{v} = |\vec{p}| / m = \sqrt{20^2 + 48^2} (m/s) / 4 = \underline{\underline{13 m/s}}$$

$$C.10a) \text{Vertikale Komponente: } 140 N \cdot s + (-28 N) \cdot \Delta t = 0 \rightarrow \underline{\underline{\Delta t = 5 s}}$$

$$b) \text{Horizontale Komponente: } \vec{p}_s = \begin{pmatrix} p_x \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 35 \\ 0 \end{pmatrix} N \cdot s}}$$