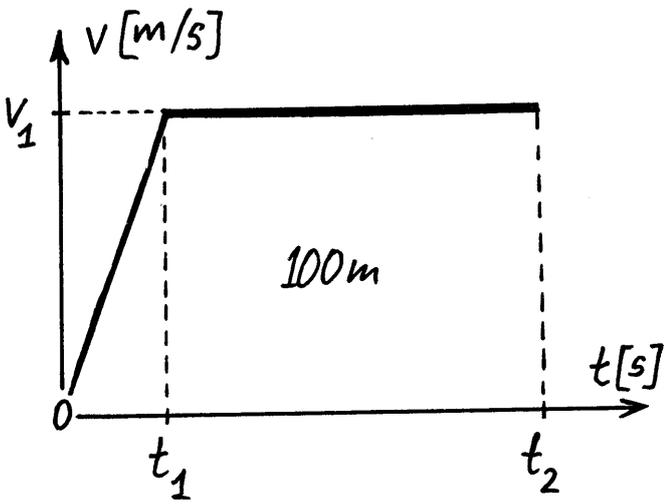


## Musterprüfung PAM

- Themen:
- A.  $v$ - $t$ -Diagramme
  - B. Beschleunigung, Impuls, Kraftstoss
  - C. Schiefer Wurf
  - D. Schiefe Ebene
  - E. Das Prinzip von d'Alembert

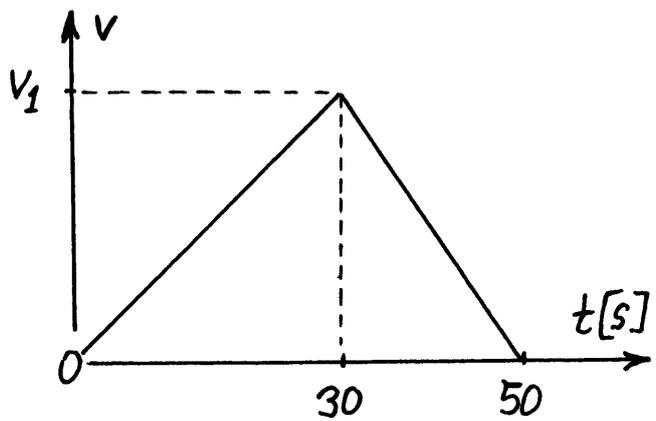
A.1) Ein Leichtathlet braucht bei einem 100m-Lauf eine Zeit  $t_2 = 9.0\text{s}$ . Seine Geschwindigkeit am Ziel ist  $v_1 = 12.5\text{ m/s}$ . Der Bewegungsablauf sei so, dass der Athlet im Zeitintervall  $0 \leq t \leq t_1$  aus dem Ruhezustand bis zur Geschwindigkeit  $v_1 = 12.5\text{ m/s}$  gleichförmig beschleunigt und danach bis zum Ziel mit dieser Geschwindigkeit  $v_1$  weiter läuft.



The diagram shows a velocity-time graph for a 100m sprint. The vertical axis is labeled  $v \text{ [m/s]}$  and the horizontal axis is labeled  $t \text{ [s]}$ . The graph starts at the origin  $(0,0)$  and increases linearly to a point  $(t_1, v_1)$ . From  $t_1$  to  $t_2$ , the velocity remains constant at  $v_1$ . The area under the curve is labeled "100m".

- a) Wie lange beschleunigt der Leichtathlet beim Start?  
 b) Wie gross war die gleichförmige Beschleunigung beim Start?
- A.2) Ein Linienflugzeug beschleunigt auf einer 3000m langen Startbahn während 30s gleichförmig und hebt dann ab. Wegen einer Triebwerkstörung bricht ein Pilot den Start nach 30s ab. Wenn er danach während 20s gleichförmig verzögert abbremst, gelangt er zum Ende der Piste.

a) Welche Höchstgeschwindigkeit  $v_1$  erreicht das Flugzeug?



b) Wie stark beschleunigt das Flugzeug beim Starten und

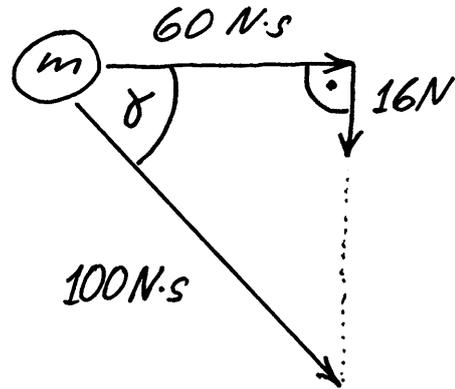
wie viel von den 3000 Metern Länge der Startbahn „verbraucht“ das Flugzeug beim Beschleunigen?

c) Wie stark verzögert das Flugzeug ( $a=?$ ) nach dem Abbruch des Starts?

A.3) Wie lange benötigt ein Zug für eine 1.8km lange Strecke zwischen zwei Haltestationen A und B, wenn er bei der Abfahrt in Haltestation A während 15s gleichförmig bis auf 108km/h beschleunigt und bei der Station B mit einer gleichförmigen Verzögerung von  $-3.75\text{m/s}^2$  von 108km/h bis zum Stillstand abbremst?

B.1) Welche konstante Bremskraft ist erforderlich, um einen Körper mit einem linearen Impuls von  $2850 \text{ N}\cdot\text{s}$  innerhalb von  $9.5 \text{ s}$  bis zum Stillstand abzubremesen?

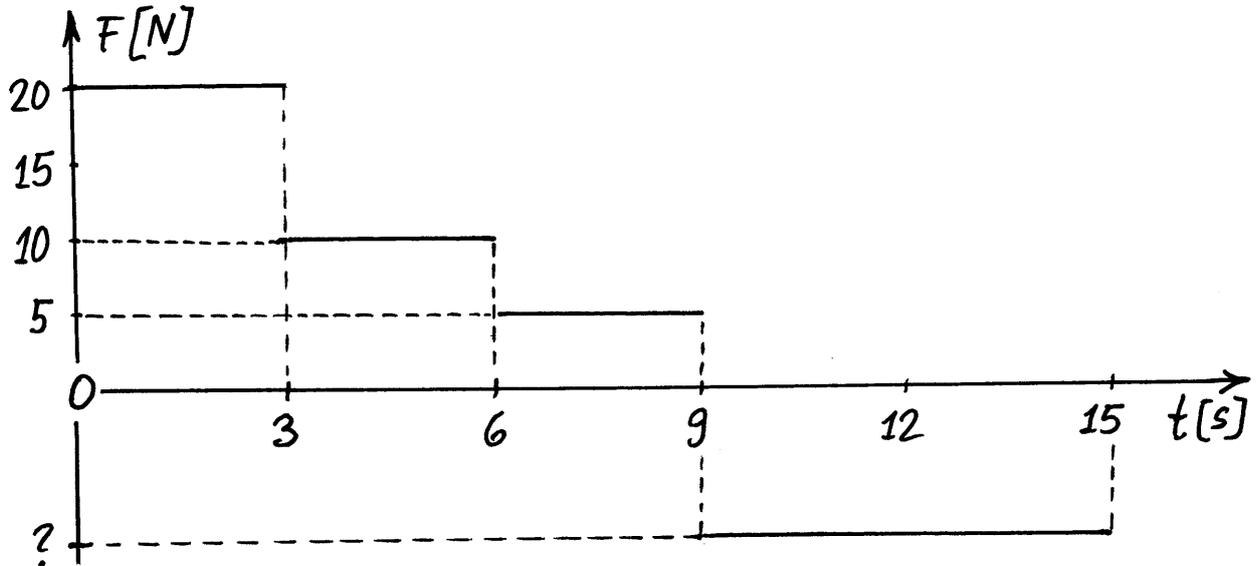
B.2) Ein Körper bewegt sich mit einem linearen Impuls von  $60 \text{ N}\cdot\text{s}$  in horizontaler Richtung. Wie lange muss eine vertikale Kraft von  $16 \text{ N}$  auf den Körper einwirken, damit sein linearer Impuls im Betrag auf  $100 \text{ N}\cdot\text{s}$  anwächst und welchen Winkel  $\delta$  schliesst dann die Bewegungsrichtung mit der ursprünglichen Bewegungsrichtung ein?



B.3) Auf einen  $4.0 \text{ kg}$  schweren, frei beweglichen, anfänglich ruhenden Körper wirkt eine konstante Kraft von  $28 \text{ N}$ . Wie lange und über welche Wegstrecke muss die Kraft wirken, bis  
 a) der lineare Impuls des Körpers  $49 \text{ N}\cdot\text{s}$  beträgt?  
 b) eine Geschwindigkeit von  $21 \text{ m/s}$  erreicht ist?

B.4) Ein Körper wird mit einer Abwurfgeschwindigkeit  $v_0 = 8.0 \text{ m/s}$  horizontal geworfen. Wie lange muss er durch die Gewichtskraft beschleunigt werden, bis der Betrag seiner Momentangeschwindigkeit auf  $10 \text{ m/s}$  angewachsen ist und welchen Neigungswinkel (gegenüber der Horizontalen) hat dann seine Bewegungsrichtung?

B.5) Auf einen anfänglich ruhenden, 1.5 kg schweren Körper wirkt eine Kraft, die sich, wie in untenstehendem Diagramm dargestellt, sprunghaft ändert.



a) Welche Bremskraft muss im Zeitintervall  $9s \leq t \leq 15s$  wirken, damit der Körper zur Zeit  $t = 15s$  still steht?

b) Stelle den zeitlichen Verlauf

b.1) des linearen Impulses

b.2) der Geschwindigkeit

in einem Diagramm grafisch dar.

B.6) Auf einen Körper wirkt eine Federkraft. Vervollständige nebenstehende Tabelle gemäss folgender Rekursion

$$s(t_{n+1}) \leftarrow s(t_n) + v(t_n) \cdot \Delta t$$

$$v(t_{n+1}) \leftarrow v(t_n) - \frac{0.12}{5^2} \cdot s(t_n) \cdot \Delta t$$

mit  $\Delta t = 1s$

$t[s]$	$v[m/s]$	$s[m]$
0	2	0
1		
2		
3		
4		
5		

- C.1) Ein Körper wird mit einer Abwurfgeschwindigkeit von  $7.0 \text{ m/s}$  geworfen. Wie gross muss der Elevationswinkel sein, damit der Körper
- sich in horizontaler Richtung mit einer (konstanten) Geschwindigkeit von  $5.0 \text{ m/s}$  bewegt?
  - der Scheitelpunkt der Wurfparabel (in vertikaler Richtung)  $2.0 \text{ m}$  über der Abwurfstelle liegt?
- C.2) Bei einem schiefen Wurf geht der Körper mit einer Momentangeschwindigkeit von  $3.0 \text{ m/s}$  durch den Scheitelpunkt der Wurfparabel. Wie lange dauert es bis der Betrag der Geschwindigkeit auf  $5.0 \text{ m/s}$  angewachsen ist und wie gross ist der Neigungswinkel der Flugbahn zu diesem Zeitpunkt?
- C.3) Wie lange dauert es bei einem schiefen Wurf bis der Körper auf dem Boden aufprallt und wie gross ist die Wurfweite? Der Aufprall erfolge auf gleicher Höhe wie der Abwurf.
- Löse die Aufgabe formal sowie mit den Angaben  $v_0 = 8.0 \text{ m/s}$  und  $\alpha_0 = 50^\circ$ . Bestimme auch für welchen Elevationswinkel die Wurfweite am grössten ist.
  - Wie lange dauert es, bis der Körper beim Scheitelpunkt der Wurfparabel ankommt? [Herleitung nicht erforderlich, jedoch mit Begründung].

- C.4) Bei einem schiefen Wurf mit Abwurfgeschwindigkeit  $14 \text{ m/s}$  misst der Elevationswinkel  $50^\circ$ . Der Abwurf erfolgt im Koordinatenursprung.
- Wo befindet sich der Körper  $0.90 \text{ s}$  nach dem Abwurf? Wie gross sind dann Betrag und Neigungswinkel der Momentangeschwindigkeit?
  - Wo befindet sich der Scheitelpunkt der Wurfparabel?
- C.5) Bei einem schiefen Wurf liegt der Scheitelpunkt der Wurfparabel  $3.0 \text{ m}$  höher als die Abwurfstelle und  $5.0 \text{ m}$  von der Abwurfstelle entfernt. Wie gross war die Abwurfgeschwindigkeit?
- C.6) Mit welchem Elevationswinkel muss man einen Körper mit einer Abwurfgeschwindigkeit von  $7.0 \text{ m/s}$  werfen, damit der Scheitelpunkt der Wurfparabel  $2.0 \text{ m}$  über der Abwurfstelle liegt?
- C.7) Mit welcher Abwurfgeschwindigkeit und mit welchem Elevationswinkel wurde ein Körper geworfen, wenn er mit einer Geschwindigkeit von  $3.0 \text{ m/s}$  durch den Scheitelpunkt der Wurfparabel fliegt, der sich (in vertikaler Richtung)  $2.0 \text{ m}$  über der Abwurfstelle befindet?

D.1) Wie gross ist der Neigungswinkel einer schiefen Ebene mit

- 40% Steigung?
- 100% Steigung?

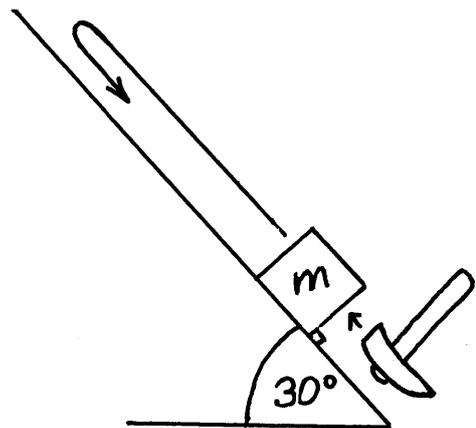
D.2) Welchen Neigungswinkel hat eine Bergstrasse mit 18% Steigung?

D.3) Welchen Neigungswinkel hat eine schiefe Ebene, wenn die Parallelkraft sechs Mal kleiner ist als die Gewichtskraft?

D.4) Welche Kraft ist erforderlich, um ein 250kg schweres Klavier eine Rampe mit 20% Steigung hinauf zu schieben, wenn es mit  $\mu_g = 0.13$  gleitet?

D.5) Ein Körper liegt auf einer schiefen Ebene auf welcher er mit  $\mu_g = 0.23$  gleitet. Bei welchen Neigungswinkeln der schiefen Ebene wird die Bewegung des Körpers beim Hinabgleiten schneller?

D.6) Einem Körper auf einer schiefen Ebene mit einem Neigungswinkel von  $30^\circ$  wird ein Schlag versetzt, wodurch er ein Stück weit nach oben gleitet und dann wieder hinunter gleitet. Der Gleitreibungskoeffizient sei 0.28.



Wie stark wird der Körper beschleunigt, wenn er nach

- a) oben gleitet?  
b) unten gleitet?

D.7) Ein Körper wird auf eine schiefe Ebene mit einem Neigungswinkel von  $30^\circ$  gelegt. Nachdem er gleitend eine Schrägdistanz von 60cm zurückgelegt hat, bewegt er sich mit einer Geschwindigkeit von 1.8m/s. Bestimme den Gleitreibungskoeffizienten.

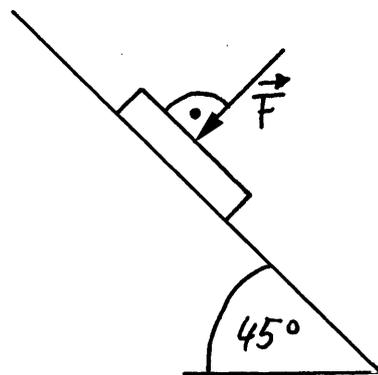
D.8) Welche Kraft ist erforderlich, um auf einer Bergstrasse mit 18% Steigung ein 1800kg schweres Fahrzeug mit  $a = 2.0 \text{ m/s}^2$  nach oben zu beschleunigen.

D.9) Im Sinkflug zur Landepiste folgt ein 300'000 kg schweres Passagierflugzeug einem Richtstrahl der Bodenkontrolle mit  $12^\circ$  Steigung. Welche Parallelkraft wirkt auf das Flugzeug?

D.10) Auf einem Schrägdach mit einem Neigungswinkel von  $45^\circ$  befindet sich ein 2.8 kg schwerer Dachziegel.

Der Haftreibungskoeffizient sei 0.14. Mit welcher Normalkraft

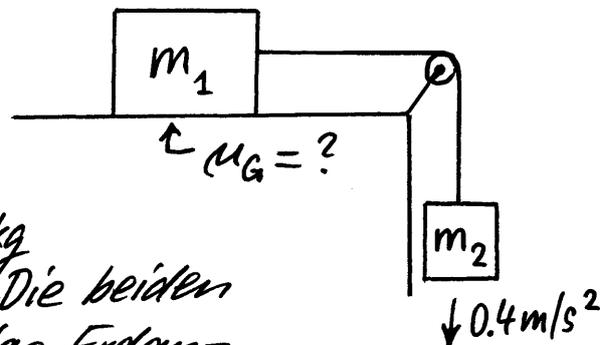
muss ein Dachdecker mit der Hand auf den Dachziegel drücken, um ihn am Abgleiten zu hindern?



E.1) Ein 3.4 kg schwerer, anfänglich ruhender Körper gleitet mit einer Beschleunigung von  $2.1 \text{ m/s}^2$  eine schiefe Ebene mit einem Neigungswinkel von  $25^\circ$  hinunter.

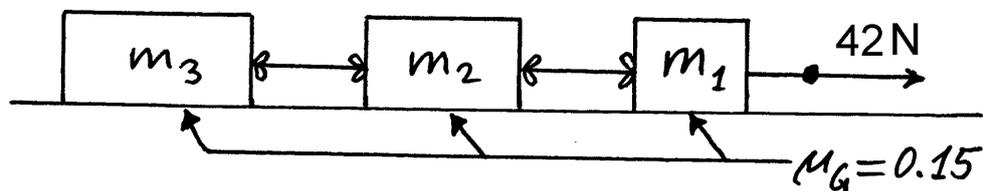
- Welche Parallelkraft wirkt auf den Körper?
- Wie gross ist die beschleunigende Kraft?
- Welche Gleitreibungskraft wirkt auf den Körper und wie gross ist der Gleitreibungskoeffizient?
- Wie gross wäre die Verzögerung ( $a = ?$ ), wenn dem Körper auf der schiefen Ebene ein Schlag versetzt würde, so, dass er ein Stück weit die schiefe Ebene hinauf gleitet.

E.2) Für die beiden in nebenstehender Figur dargestellten Quader gilt  $m_1 = 10 \text{ kg}$  und  $m_2 = 2.0 \text{ kg}$ . Die beiden Körper werden infolge Erdanziehung mit  $0.40 \text{ m/s}^2$  beschleunigt.



- Wie gross ist die Zugkraft im Seil?
- Mit welcher Reibungskraft wird der Quader mit Masse  $m_1$  zurück gehalten und wie gross ist der Gleitreibungskoeffizient?

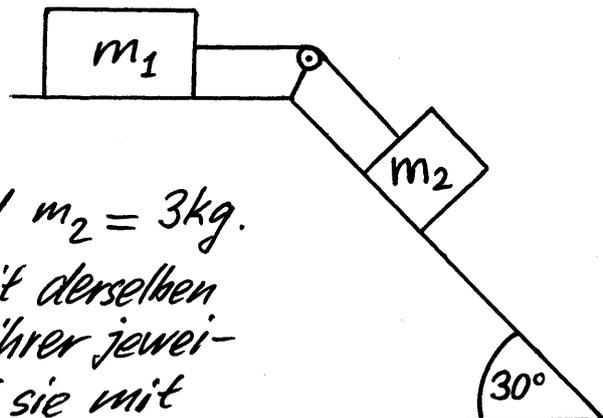
E.3) Drei Quader mit Massen  $m_1 = 3\text{kg}$ ,  $m_2 = 4\text{kg}$  und  $m_3 = 5\text{kg}$  sind durch Schnüre miteinander verbunden. An der Masse  $m_1$  wird mit einer Kraft von  $42\text{N}$  gezogen. Der Gleitreibungskoeffizient sei  $0.15$ . Die Zugkräfte in den Schnüren seien  $F_{12}$  und  $F_{23}$ .



$F_{12}$  sei die Zugkraft im Seil zwischen  $m_1$  und  $m_2$  und  $F_{23}$  sei die Zugkraft im Seil zwischen  $m_2$  und  $m_3$ .

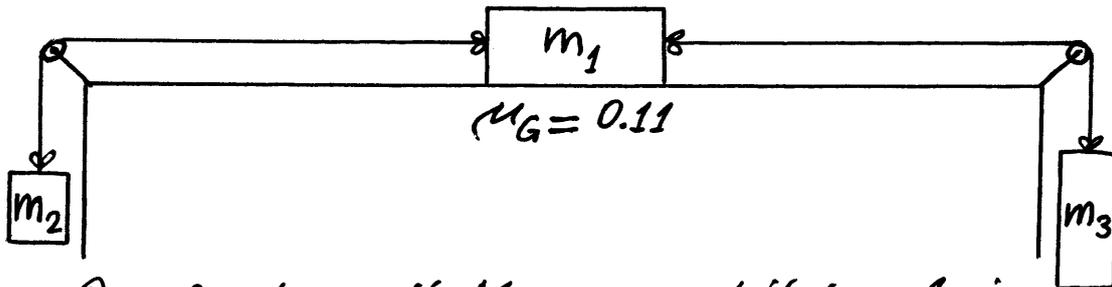
- Zeichne für  $m_1$ ,  $m_2$  und  $m_3$  separat alle äusseren horizontalen Kräfte.
- Formuliere für jeden Quader ein Kräftegleichgewicht.
- Wie stark wird die „Komposition“ mit den drei Massen beschleunigt?
- Welche Zugkräfte wirken in den Schnüren? ( $F_{12} = ?$  und  $F_{23} = ?$ ).

E.4) Die Massen der Quader in nebenstehender Figur seien  $m_1 = 7\text{kg}$  und  $m_2 = 3\text{kg}$ . Die Quader gleiten mit derselben Gleitreibungszahl auf ihrer jeweiligen Unterlage wobei sie mit  $1.1\text{m/s}^2$  beschleunigt werden.



- a) Zeichne für beide Quader Kräfte entlang ihrer Bewegungsrichtung ein.
- b) Formuliere für beide Klötze ein Kräftegleichgewicht gemäss dem Prinzip von d'Alembert.
- c) Berechne die Gleitreibungszahl und die Zugkraft im Seil.

E.5) Für die drei Massen in untenstehender Skizze gilt  $m_1 = 10\text{kg}$ ,  $m_2 = 3\text{kg}$  und  $m_3 = 7\text{kg}$ .



Der Quader mit Masse  $m_1$  gleitet auf einer horizontalen Unterlage mit  $\mu_G = 0.11$ .

- a) Wie stark werden die Körper beschleunigt?
- b) Welche Zugkräfte wirken in den Schnüren welche die Körper miteinander verbinden?

Musterlösungen

Für die Musterlösungen gilt stets  $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$\text{A.1a) Es gilt } s = 100 \text{ m} = \frac{t_2 + t_2 - t_1}{2} \cdot v_1 = \left(t_2 - \frac{t_1}{2}\right) \cdot v_1$$

$$\rightarrow t_1 = 2\left(t_2 - \frac{s}{v_1}\right) = 2\left(9 - \frac{100}{12.5}\right) \text{ s} = \underline{\underline{2.0 \text{ s}}}$$

$$\text{b) } a = (v_1 - v_0) / (t_1 - 0) = v_1 / t_1 = 12.5 \text{ (m/s)} / (2 \text{ s})$$

$$a = \underline{\underline{6.25 \text{ m/s}^2}}$$

$$\text{A.2a) } s = 3000 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 50 \text{ s} \cdot v_1 = v_1 \cdot 25 \text{ s} \rightarrow$$

$$v_1 = \frac{s}{25 \text{ s}} = \frac{3000 \text{ m}}{25 \text{ s}} = 120 \text{ m/s} = \underline{\underline{432 \text{ km/h}}}$$

$$\text{b) } a_1 = v_1 / (30 \text{ s}) = (120 \text{ m/s}) / (30 \text{ s}) = \underline{\underline{4.0 \text{ m/s}^2}}$$

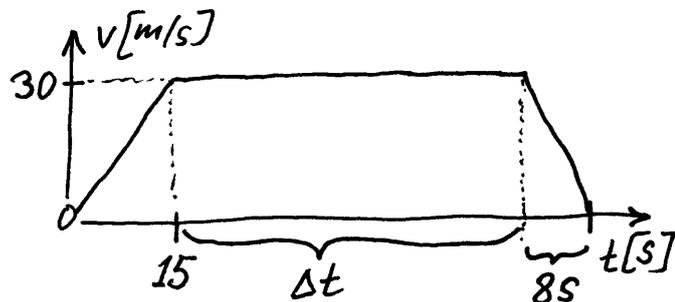
$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot 30 \text{ s} \cdot v_1 = 15 \text{ s} \cdot 120 \text{ m/s} = 1800 \text{ m} = \underline{\underline{1.8 \text{ km}}}$$

$$\text{c) } a_2 = (0 - v_1) / (50 \text{ s} - 30 \text{ s}) = -120 \text{ (m/s)} / (20 \text{ s}) = \underline{\underline{-6.0 \text{ m/s}^2}}$$

A.3)

$$\Delta t_2 = \frac{0 - 30 \text{ m/s}}{-3.75 \text{ m/s}^2}$$

$$= 8.0 \text{ s}$$



$$1800 \text{ m} = \frac{15 \text{ s} \cdot 30 \text{ m/s}}{2} + 30 \text{ m/s} \cdot \Delta t + \frac{8 \text{ s} \cdot 30 \text{ m/s}}{2}$$

$$= 225 \text{ m} + (30 \text{ m/s}) \cdot \Delta t + 120 \text{ m} \rightarrow$$

$$1455 \text{ m} = (30 \text{ m/s}) \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = 1455 \text{ m} / (30 \text{ m/s})$$

$$= 48.5 \text{ s}$$

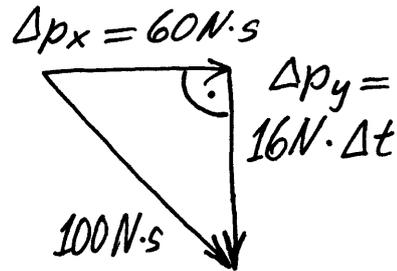
$$t = 15 \text{ s} + 48.5 \text{ s} + 8 \text{ s} = \underline{\underline{71.5 \text{ s}}} = \underline{\underline{1.2 \text{ min}}}$$

$$B.1) F \cdot \Delta t = \Delta p = 2850 \text{ N}\cdot\text{s} \rightarrow F = \Delta p / \Delta t = 2850 \text{ N}\cdot\text{s} / (9.5 \text{ s}) = 300 \text{ N} = \underline{\underline{0.30 \text{ kN}}}$$

$$B.2) (60 \text{ N}\cdot\text{s})^2 + (16 \text{ N} \cdot \Delta t)^2 = (100 \text{ N}\cdot\text{s})^2$$

$$\Delta t = \frac{1}{16 \text{ N}} \cdot \sqrt{(100 \text{ N}\cdot\text{s})^2 - (60 \text{ N}\cdot\text{s})^2}$$

$$= \frac{1}{16 \text{ N}} \cdot 80 \text{ N}\cdot\text{s} = \underline{\underline{5.0 \text{ s}}}$$



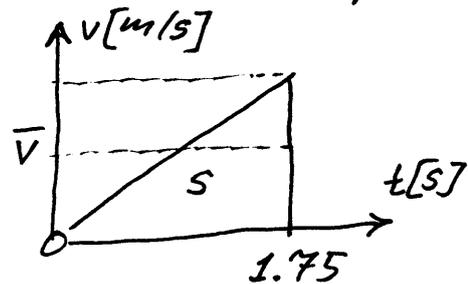
$$B.3a) F \cdot \Delta t = 28 \text{ N} \cdot \Delta t = \Delta p = 49 \text{ N}\cdot\text{s} \rightarrow \Delta t = \Delta p / F = (49 / 28) \text{ s} = \underline{\underline{1.75 \text{ s}}}$$

$$p = m \cdot v \rightarrow v = p / m$$

$$= (49 / 4) \text{ m/s} =$$

$$12.25 \text{ m/s} \rightarrow \bar{v} = \frac{0 + v}{2} = 6.125 \text{ m/s}$$

$$s = \bar{v} \cdot \Delta t = 6.125 \text{ (m/s)} \cdot 1.75 \text{ s} = \underline{\underline{10.7 \text{ m}}}$$



$$b) v = a \cdot t = \frac{F}{m} \cdot t = 21 \text{ m/s} \rightarrow t = \frac{mv}{F} = \frac{4 \cdot 21}{28} \text{ s}$$

$$t = \underline{\underline{3.0 \text{ s}}}, \bar{v} = \frac{v}{2} = 10.5 \text{ m/s} \rightarrow s = \bar{v} \cdot t$$

$$= (10.5 \text{ m/s}) \cdot 3 \text{ s} = \underline{\underline{31.5 \text{ m}}}$$

$$B.4) v_x = v_0 = \text{konst}, v_y = -g \cdot t, v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = 10 \text{ m/s}$$

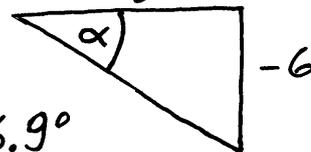
$$\rightarrow v_y = -\sqrt{(10 \text{ m/s})^2 - v_0^2} = \sqrt{(10^2 - 8^2) (\text{m/s})^2}$$

$$v_y = -6 \text{ m/s} = -g \cdot t \rightarrow t = -(6 \text{ m/s}) / (-g)$$

$$t = \underline{\underline{0.60 \text{ s}}}$$

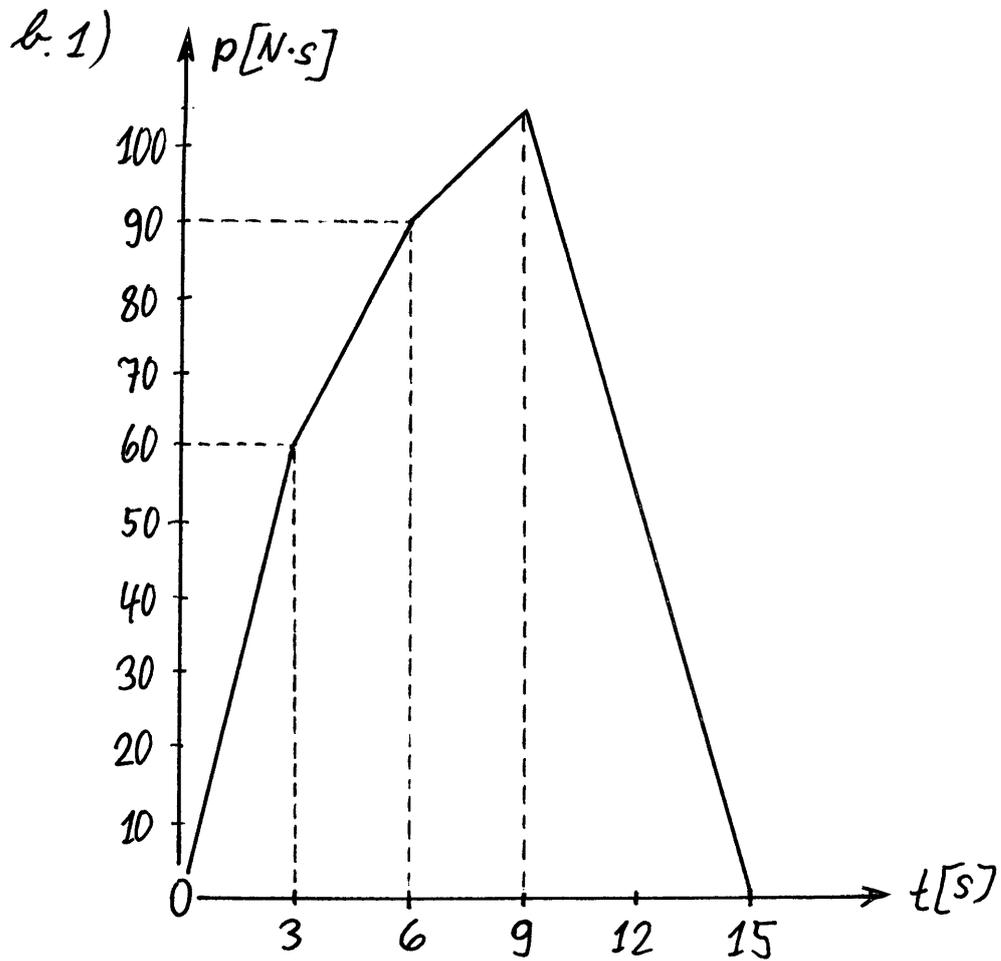
$$\alpha = \arctan(6/8)$$

$$= \arctan(3/4) = \underline{\underline{-36.9^\circ}}$$

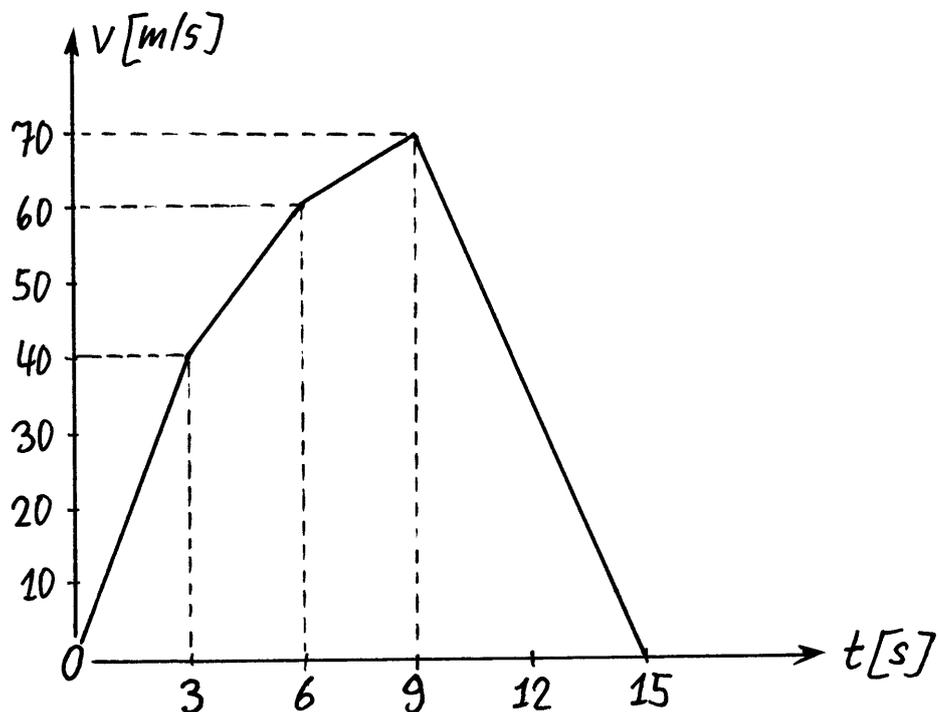


$$B.5a) p_{\text{max}} = [20 \text{ N} + 10 \text{ N} + 5 \text{ N}] \cdot 3 \text{ s} = 105 \text{ N}\cdot\text{s}$$

$$F = -p_{\text{max}} / (6 \text{ s}) = -105 \text{ N}\cdot\text{s} / (6 \text{ s}) = \underline{\underline{-17.5 \text{ N}}}$$



b. 2)  $v = p/m = p/(1.5 \text{ kg})$



$$B.6) \quad s_1 \leftarrow s_0 + v_0 \cdot \Delta t = 0 + 2 \cdot 1 = 2$$

$$v_1 \leftarrow v_0 - 0.12 \cdot s_0 \cdot \Delta t = 2 - 0.12 \cdot 0 \cdot 1 = 2$$

$$s_2 \leftarrow s_1 + v_1 \cdot \Delta t = 2 + 2 \cdot 1 = 4$$

$$v_2 \leftarrow v_1 - 0.12 \cdot s_1 \cdot \Delta t = 2 - 0.12 \cdot 2 \cdot 1 = 1.76$$

$$s_3 \leftarrow s_2 + v_2 \cdot \Delta t = 4 + 1.76 \cdot 1 = 5.76$$

$$v_3 \leftarrow v_2 - 0.12 \cdot s_2 \cdot \Delta t = 1.76 - 0.12 \cdot 4 \cdot 1 = 1.28$$

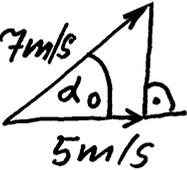
$$s_4 \leftarrow s_3 + v_3 \cdot \Delta t = 5.76 + 1.28 \cdot 1 = 7.04$$

$$v_4 \leftarrow v_3 - 0.12 \cdot s_3 \cdot \Delta t = 1.28 - 0.12 \cdot 5.76 \cdot 1 = 0.589$$

$$s_5 \leftarrow s_4 + v_4 \cdot \Delta t = 7.04 + 0.5889 \cdot 1 = 7.629$$

$$v_5 \leftarrow v_4 - 0.12 \cdot s_4 \cdot \Delta t = 0.5889 - 0.12 \cdot 7.04 \cdot 1 = -0.256$$

$t [s]$	$v [m/s]$	$s [m]$
0	2	0
1	2	2
2	1.76	4
3	1.28	5.76
4	0.5889	7.04
5	-0.256	7.629

C.1a)   $\alpha_0 = \arccos(5/7) = \underline{\underline{44.4^\circ}}$

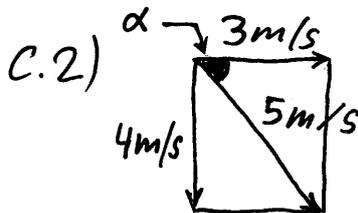
b) Scheitelpunkt:  $v_z = 0 = v_{0z} - gt = v_0 \cdot \sin \alpha_0 - gt$   
 $\rightarrow t = v_0 \cdot \sin \alpha_0 / g$

$$z = 2 \text{ m} = v_{0z} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 \cdot \sin \alpha_0 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha_0 / g$$

$$-\frac{1}{2} g \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha_0 / g^2 = \frac{1}{2} v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha_0 / g$$

$$\sin \alpha_0 = \frac{\sqrt{2gz}}{v_0} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2}}{7} = \frac{2\sqrt{10}}{7}$$

$$\alpha_0 = \arcsin(2\sqrt{10}/7) = \underline{\underline{64.6^\circ}}$$



$$v_{0x} = 3 \text{ m/s}$$

$$v_y = \sqrt{v_0^2 - v_{0x}^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} \text{ m/s}$$

$$v_y = 4 \text{ m/s} = g \cdot t \rightarrow t = v_y / g$$

$$t = (4 \text{ m/s}) / (10 \text{ m/s}^2) = \underline{\underline{0.4 \text{ s}}}$$

$$\tan \alpha = v_y / v_x = v_y / v_{x0} = 4/3$$

$$\alpha = \arctan(4/3) = \underline{\underline{53.1^\circ}}$$

C.3a)  $v_y = v_{0y} - gt = v_0 \cdot \sin \alpha_0 - gt = -v_{0y} =$   
 $-v_0 \cdot \sin \alpha_0 \rightarrow t = \underline{\underline{2v_0 \sin \alpha_0 / g}}$

Wurfweite:  $x_w = v_{0x} \cdot t = v_0 \cdot \cos \alpha_0 \cdot 2v_0 \sin \alpha_0 / g$

$$x_w = 2v_0^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 / g$$

$$\underline{\underline{x_w = v_0^2 \sin 2\alpha_0 / g}}$$

$\rightarrow x_w$  am grössten, wenn  $\sin 2\alpha_0 = 1$ , d.h.  $2\alpha_0 = 90^\circ$ , resp.  $\underline{\underline{\alpha_0 = 45^\circ}}$

$$t = 2 \cdot 8 \cdot \sin 50^\circ \text{ s} / 10 = \underline{\underline{1.23 \text{ s}}}$$

$$x_w = [8^2 \cdot \sin 100^\circ / 10] \text{ m} = \underline{\underline{6.30 \text{ m}}}$$

$$b) t_{\text{scheitel}} = t/2 = \underline{\underline{v_0 \cdot \sin \alpha_0 / g}}$$

Begründung: Um den Scheitelpunkt zu erreichen dauert es nur halb so lange wie bis zum Aufprall auf gleicher Höhe wie die Abwurfstelle.

$$c.4a) x = v_0 \cdot \cos \alpha_0 \cdot t = 14 \cdot \cos 50^\circ \cdot 0.9 \text{ m} = \underline{\underline{8.10 \text{ m}}}$$

$$y = v_0 \cdot \sin \alpha_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = [14 \cdot \sin 50^\circ \cdot 0.9 - 5 \cdot 0.9^2] \text{ m}$$

$$y = \underline{\underline{5.60 \text{ m}}}$$

$$v = \sqrt{(v_0 \cdot \cos \alpha_0)^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha_0 - g \cdot t)^2}$$

$$= \sqrt{(14 \cdot \cos 50^\circ)^2 + (14 \cdot \sin 50^\circ - 10 \cdot 0.9)^2}$$

$$= \underline{\underline{9.16 \text{ m/s}}}$$

$$\alpha = \arctan \left( \frac{v_y}{v_{ox}} \right) = \arctan \left( \frac{14 \cdot \sin 50^\circ - 9}{14 \cdot \cos 50^\circ} \right)$$

$$\alpha = \underline{\underline{10.8^\circ}}$$

$$b) t_s = v_0 \cdot \sin \alpha_0 / g = 14 \cdot \sin 50^\circ \text{ s} / 10 = 1.072 \text{ s}$$

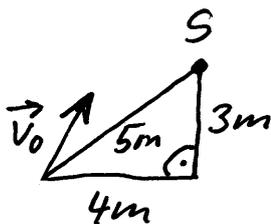
$$x_s = v_0 \cdot \cos \alpha_0 \cdot t_s = v_0^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 / g =$$

$$(14^2 \cdot \sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ / 10) \text{ m} = \underline{\underline{9.65 \text{ m}}}$$

$$y = v_0 \cdot \sin \alpha_0 \cdot t_s - \frac{1}{2} g \cdot t_s^2 = v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha_0 / (2g)$$

$$= (14^2 \cdot \sin^2 50^\circ / (2 \cdot 10)) \text{ m} = \underline{\underline{5.75 \text{ m}}}$$

c.5)



$$x_s = \sqrt{5^2 - 3^2} \text{ m} = 4 \text{ m}$$

$$y_s = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha_0}{2g} = 3 \text{ m}$$

$$x_s = \frac{v_0^2 \cdot \sin \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0}{g} = 4 \text{ m}$$

$$v_0^2 = \frac{2g \cdot 3m}{\sin^2 \alpha_0} = \frac{g \cdot 4m}{\sin \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0} \rightarrow \frac{6}{\sin \alpha_0} = \frac{4}{\cos \alpha_0}$$

$$\rightarrow \tan \alpha_0 = 3/2 \rightarrow \alpha_0 = \arctan(3/2) = \underline{\underline{56.3^\circ}}$$

$$v_0 = \frac{\sqrt{6g \cdot m}}{\sin \alpha_0} = \frac{\sqrt{6 \cdot 10}}{\sin 56.3^\circ} = \underline{\underline{9.31 \text{ m/s}}}$$

$$C.6) \quad y_s = 2m = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha_0}{2g} \rightarrow \sin \alpha_0 = \frac{2\sqrt{g \cdot m}}{v_0}$$

$$= \frac{2\sqrt{10}}{7} = 0.903 \rightarrow \alpha_0 = \arcsin 0.903 = \underline{\underline{64.6^\circ}}$$

$$C.7) \quad v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha_0 = 3 \text{ m/s} \rightarrow v_0^2 = \left( \frac{3 \text{ m/s}}{\cos \alpha_0} \right)^2$$

$$y_s = v_0^2 \sin^2 \alpha_0 / (2g) = 2m$$

$$(3 \text{ m/s})^2 \cdot \tan^2 \alpha_0 = 4g \cdot m \rightarrow \tan \alpha_0 = \frac{2\sqrt{g \cdot m}}{3 \text{ m/s}}$$

$$= \frac{2\sqrt{10}}{3} = 2.108 \rightarrow \alpha_0 = \arctan 2.108$$

$$\underline{\underline{\alpha_0 = 64.6^\circ}} \rightarrow v_0 = \frac{3 \text{ m/s}}{\cos \alpha_0} = \underline{\underline{7 \text{ m/s}}}$$

$$D.1a) \quad \alpha = \arctan 0.4 = 21.8^\circ$$

$$b) \quad \alpha = \arctan 1 = \underline{\underline{45^\circ}}$$

$$D.2) \quad \alpha = \arctan 0.18 = \underline{\underline{10.2^\circ}}$$

$$D.3) \quad F_H = mg/6 = mg \cdot \sin \alpha \rightarrow \alpha = \arcsin(1/6)$$

$$\alpha = \underline{\underline{9.6^\circ}}$$

$$D.4) \quad F = mg[\sin \alpha + \mu_G \cos \alpha] = 250 \cdot 10 [\sin \alpha + 0.13 \cdot \cos \alpha] \text{ N, wobei } \alpha = \arctan 0.2 = 11.31^\circ$$

$$= 809 \text{ N} = \underline{\underline{0.81 \text{ kN}}}$$

$$D.5) \quad F_H > F_R \rightarrow mg \sin \alpha > \mu_G mg \cos \alpha \rightarrow$$

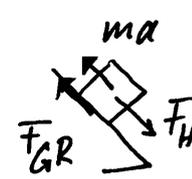
$$\tan \alpha > \mu_G \rightarrow \alpha > \arctan \mu_G \rightarrow \alpha > \arctan 0.23$$

$$\underline{\underline{\alpha > 13.0^\circ}}$$

D.6a)  $ma = -F_H - F_{GR}$   
 $ma = -mg[\sin \alpha + \mu_G \cos \alpha]$   
 $a = -g[\sin \alpha + \mu_G \cos \alpha]$   
 $= -10[\sin 30^\circ + 0.28 \cdot \cos 30^\circ] \text{ m/s}^2$   
 $= \underline{\underline{-7.42 \text{ m/s}^2}}$



b)  $ma = F_H - F_{GR}$   
 $= mg[\sin \alpha - \mu_G \cos \alpha]$   
 $a = g[\sin \alpha - \mu_G \cos \alpha]$   
 $= 10[\sin 30^\circ - 0.28 \cdot \cos 30^\circ] \text{ m/s}^2 = \underline{\underline{2.58 \text{ m/s}^2}}$



D.7)  $a = (v_E^2 - v_0^2) / (2s) = [(1.8^2 - 0^2) \text{ m/s}^2] / (2 \cdot 0.6)$   
 $a = 2.7 \text{ m/s}^2 = g \cdot [\sin 30^\circ - \mu_G \cdot \cos 30^\circ]$   
 $a/g = 0.27 = \sin 30^\circ - \mu_G \cos 30^\circ \rightarrow$   
 $\mu_G = [\sin 30^\circ - 0.27] / \cos 30^\circ = \underline{\underline{0.27}}$

D.8)  $F = F_H + F_T = m[g \cdot \sin \alpha + a]$   
 $\alpha = \arctan 0.18 = 10.2^\circ$   
 $F = 1800 \cdot [10 \cdot \sin 10.2^\circ + 2] \text{ N} = \underline{\underline{6.8 \text{ kN}}}$

D.9)  $F_H = mg \sin \alpha = (300'000 \cdot 10 \cdot \sin 12^\circ) \text{ N}$   
 $= \underline{\underline{624 \text{ kN}}}$

D.10)  $F_{HR} \geq F_H \rightarrow \mu_H \cdot [F + mg \cos \alpha] \geq mg \sin \alpha$   
 $F \geq mg \left[ \frac{\sin \alpha}{\mu_H} - \cos \alpha \right] = 2.8 \cdot 10 \left[ \frac{\sin 45^\circ}{0.14} - \cos 45^\circ \right]$   
 $F \geq \underline{\underline{122 \text{ N}}}$

$$E.1a) F_H = mg \sin \alpha = (3.4 \cdot 10 \cdot \sin 25^\circ) N = \underline{\underline{14.4 N}}$$

$$b) F_L = m \cdot a = 3.4 \cdot 2.1 N = \underline{\underline{7.14 N}}$$

$$c) F_L = F_H - F_{GR} \rightarrow F_{GR} = F_H - F_L = 14.4 N - 7.14 N = \underline{\underline{7.23 N}} = \mu_G mg \cos \alpha \rightarrow$$

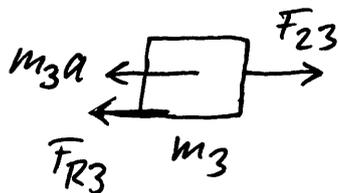
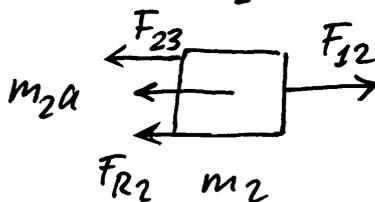
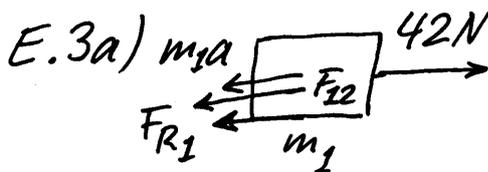
$$\mu_G = 7.23 N / (mg \cdot \cos \alpha) = 7.23 N / (3.4 \cdot 10 N \cdot \cos \alpha) = \underline{\underline{0.235}}$$

$$d) a_1 = -g [\sin \alpha + \mu_G \cos \alpha] = \underline{\underline{-6.35 m/s^2}}$$

$$E.2a) F_{seil} = m_2(g - a) = 2 \cdot (10 - 0.4) N = \underline{\underline{19.2 N}}$$

$$b) F_{GR} = \mu_G m_1 g = F_{seil} - m_1 a = 19.2 N - 10 \cdot 0.4 N = \underline{\underline{15.2 N}} \rightarrow \mu_G = F_{GR} / (m_1 g) = 15.2 / (10 \cdot 10)$$

$$\mu_G = \underline{\underline{0.152}}$$



$$b) m_1 a + \mu_G m_1 g + F_{12} = 42 N \leftarrow m_1$$

$$m_2 a + \mu_G m_2 g + F_{23} = F_{12} \leftarrow m_2$$

$$m_3 a + \mu_G m_3 g = F_{23} \leftarrow m_3$$

$$c) 42 N = (m_1 + m_2 + m_3) [a + \mu_G g]$$

$$a = \frac{42N}{m_1 + m_2 + m_3} - \mu_G \cdot g = \left[ \frac{42}{3+4+5} - 0.15 \cdot 10 \right] \text{m/s}^2$$

$$a = \underline{\underline{2.0 \text{m/s}^2}}$$

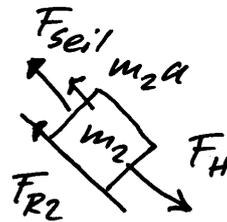
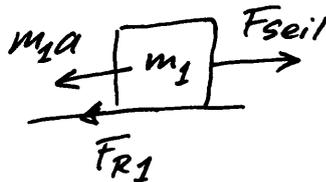
$$d) F_{12} = 42N - m_1 a - (\mu_G m_1 g) \\ = 42N - m_1 [a + (\mu_G g)] = 42N - 3[2 + 0.15 \cdot 10]N$$

$$F_{12} = \underline{\underline{31.5N}}$$

$$F_{23} = m_3 [a + (\mu_G g)] = 5 \cdot [2 + 0.15 \cdot 10]N$$

$$F_{23} = \underline{\underline{17.5N}}$$

E.4a)



$$b) F_{\text{seil}} = m_1 (a + \mu_G g) \leftarrow m_1$$

$$m_2 g \sin \alpha = m_2 (a + \mu_G g \cos \alpha) + F_{\text{seil}}$$

$$c) m_2 g \sin \alpha = (m_1 + m_2) a + \mu_G g \cdot (m_1 + m_2 \cos \alpha)$$

$$a = \frac{g}{m_1 + m_2} \cdot [m_2 \sin \alpha - \mu_G (m_1 + m_2 \cos \alpha)]$$

$$= \frac{10 \text{m/s}^2}{7+3} \cdot [3 \cdot \sin 30^\circ - \mu_G (7+3 \cdot \cos 30^\circ)] = 1.1 \text{m/s}^2$$

$$1.5 - \mu_G (7+3 \cdot \cos 30^\circ) = 1.1 \rightarrow 0.4 = \mu_G \cdot (7+3 \cdot \cos 30^\circ) \rightarrow \mu_G = 0.4 / (7+3 \cdot \cos 30^\circ)$$

$$\mu_G = \underline{\underline{0.042}}$$

$$F_{\text{seil}} = m_1 [a + (\mu_G g)] = 7 [1.1 + 0.042 \cdot 10]N$$

$$F_{\text{seil}} = \underline{\underline{10.6N}}$$

$$E.5a) (m_3 - m_2)g = (m_1 + m_2 + m_3)a + \mu_G m_1 g$$

$$a = \frac{m_3 - (\mu_G m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + m_3} g = \frac{7 - 0.11 \cdot 10 - 3}{10 + 3 + 7} g$$

$$= \underline{\underline{1.45 \text{ m/s}^2}}$$

b) Seil zwischen  $m_1$  und  $m_2$ :

$$F_{12} = m_2 \cdot (g + a) = 3 \cdot (10 + 1.45) \text{ N} = \underline{\underline{34.4 \text{ N}}}$$

Seil zwischen  $m_1$  und  $m_3$ :

$$F_{13} = m_3 \cdot (g - a) = 7 \cdot (10 - 1.45) = \underline{\underline{59.9 \text{ N}}}$$