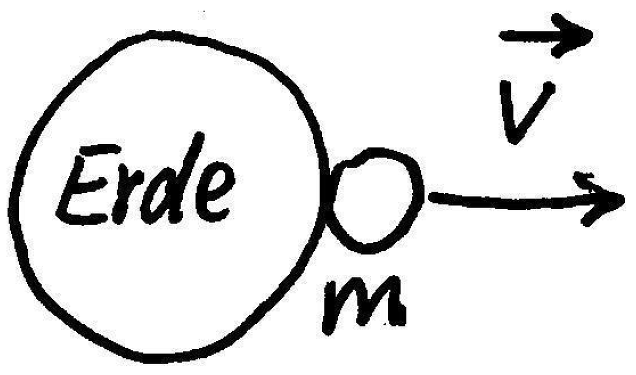
Fragen zur mündl. Maturität SF PAM

1.)



Aus dem Gravitationsgesetz ergibt sich für die potentielle Energie eines Körpers der Masse m folgender Ausdruck:

$$E_{pot} = -G\frac{m_E m}{r}$$

Bezugsniveau ist $E_{pot} = 0$ für $r \to \infty$.
Andernfalls $E_{pot} < 0$.

Für die Fluchtgeschwindigkeit von der Erdoberfläche gilt

$$v_F = 11.2 \text{km/s}.$$

a) Wie könnte man diese Geschwindigkeit aus Erdmasse (m_E) und Erdradius (r_E) berechnen.

b) Die Anfangsgeschwindigkeit auf der Erdoberfläche sei $v_0 = 12 \text{km/s} > v_F$.
Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich der Körper dann in grosser Entfernung von der Erde?

Hinweis: Wirkung der Erdatmosphäre und Anziehung durch die Sonne vernachlässigen.

2.) Eine Schallwelle mit einer Frequenz von 440 Hz und einer Ausbreitungsgeschwindigkeit 343 m/s soll mathematisch dargestellt werden in der Form

$$u(x,t) = \hat{u} \cdot \sin(kx - \omega t) \quad (1)$$

Amplitude ($\hat{u}$) sei beliebig.

a) Wie bestimmt man die Parameter k und ω?

b) Es gilt folgendes:

- Max steht still. Für ihn gilt $x(t) = x_0 = \text{konst.}$
- Moritz nähert sich der Schallquelle mit einer Geschwindigkeit $v = 90\,\text{km/h} = 25\,\text{m/s}$, so dass $x(t) = x_0 - 25 \cdot t$

(ohne Einheiten geschrieben). Es sei $x_0 = 3\,\text{m}$
Max und Moritz nehmen einen Ton (Schwingung) wahr. Setze für beide die Koordinate $x(t)$ in die Formel für die Schallwelle ein und bestimme ob man die Frequenz des jeweiligen Tons aus der resultierenden Formel „ablesen" kann.
Hinweis: Keine Formeln für den Dopplereffekt verwenden.

3.) Ein Proton wird beschleunigt bis seine Impulsmasse doppelt so gross ist wie seine Ruhemasse.

a) Erfasse den Bewegungszustand des Protons durch eine geeignete Kennzahl aus der Speziellen Relativitätstheorie.

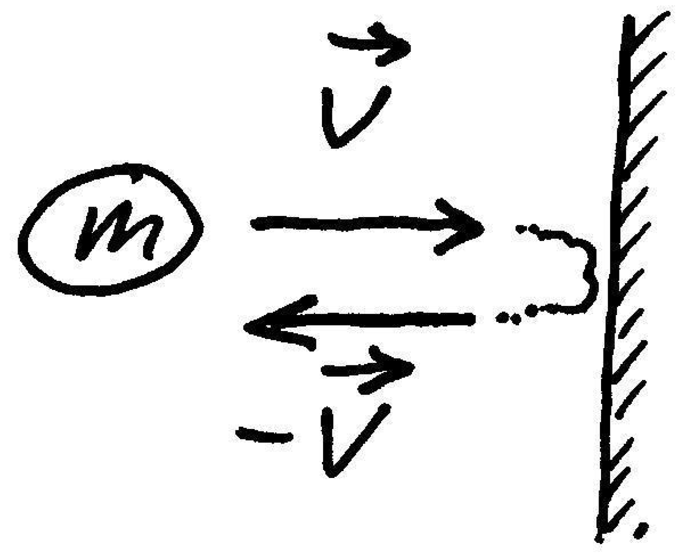
b) Wie gross ist die Bewegungsenergie des Protons?

c) Wie schnell bewegt sich das Proton? ($v = ?$)

4.) Ein Stickstoffmolekül bewegt sich in der Luft mit einer mittleren (quadratischen) Geschwindigkeit von 510 m/s

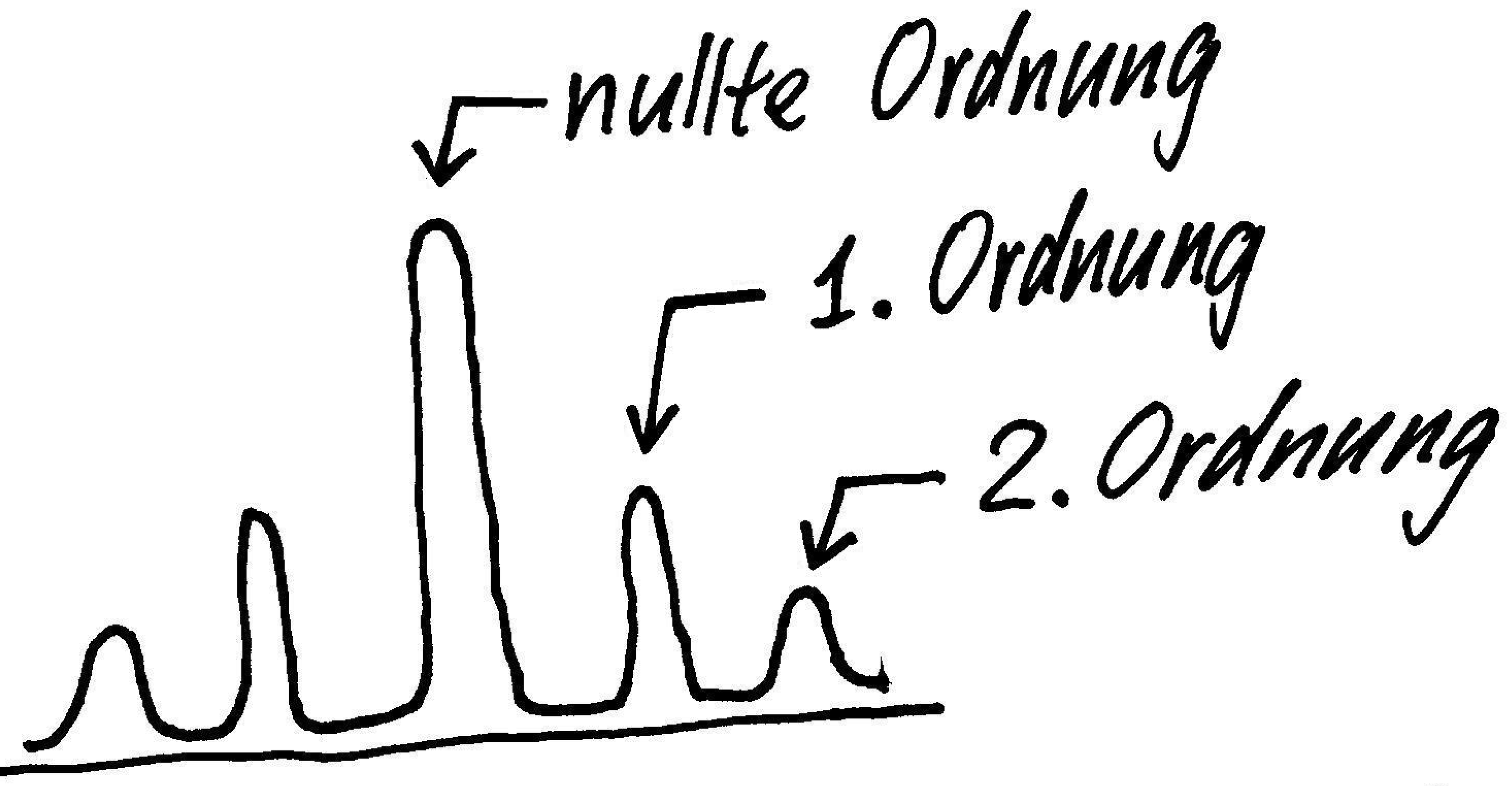
a) Wie gross ist die Temperatur der Luft?

b) Wie gross ist die Impulsänderung wenn das Molekül (mit obiger Geschwindigkeit) senkrecht auf die Gefässwand trifft und vollkommen elastisch reflektiert wird?



c) Wie viele der im Teil (b) beschriebenen Reflexionen müssen pro Sekunde stattfinden, damit auf die Gefässwand eine Kraft von 0.23 N ausgeübt wird?

5.) Ein monochromatischer Elektronenstrahl (Elektronen mit gleicher Geschwindigkeit) trifft auf einen Doppelspalt (Beugungsgitter) mit $d = 2.5\,\mu m$. Auf einem Fluoreszenzschirm bildet sich ein Beugungsmuster



Für die Intensitätsmaxima erster Ordnung ist der Beugungswinkel gleich 0.085°.

a) Warum bildet sich bei einem Elektronenstrahl (Partikel!) ein Beugungsmuster?

b) Wie könnte man aus der gegebenen Info herausfinden wie schnell sich die Elektronen bewegen? ($v = ?$)

„Musterlösungen“ *

1a) Man verwendet den Energieerhaltungssatz

$$\frac{1}{2} m v_F^2 - G\frac{m_E m}{r} = 0 \xrightarrow{:(m/2)} v_F^2 = \frac{2Gm_E}{r}$$

$$\rightarrow v_F = \sqrt{2Gm_E/r}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} / 6'371'000}\ m/s$$

$$= \underline{\underline{11.2\,km/s}}$$

b) $\frac{1}{2} m v_0^2 - G\frac{m_E m}{r} = \frac{1}{2} m v_E^2 \rightarrow$

$$v_E = \sqrt{v_0^2 - 2Gm_E/r}$$

$$\sqrt{12'000^2 - 2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} / 6'371'000}\ m/s$$

$\underline{\underline{v_E = 4.36\,km/s}}$ Mit dem Energisatz gerechnet!

2a) $k = 2\pi/\lambda = 2\pi f/c = (2\pi \cdot 440/343)/m$
$= \underline{\underline{8.060/m}}$

$$w = 2\pi f = 2\pi \cdot 440\,s^{-1} = \underline{\underline{2765\,s^{-1}}}$$

b) Welle: $u(x,t) = \hat{u} \sin(kx - wt)$

Max: $u(x,t) \xrightarrow[x = x_0 = 3m]{} y(t) = \hat{u} \sin(8.060 \cdot 3 -$
$2765 \cdot t) = \hat{u} \sin(2765t - 24.18 + \pi)$
$= \hat{u} \cdot \sin(2765t - \underbrace{21.04}_{\text{Phasenwinkel}}) \rightarrow$ Schwingung

Welle

Die Frequenz bleibt 440 Hz

Moritz: $u(x,t) \xrightarrow[x(t) = x_0 - 25t]{}$

* In der Prüfung sollen die hier gezeigten Berechnungen nicht durchgeführt, sondern „beschrieben“ werden.

$y(t) = \hat{u} \sin(8.060 \cdot 3 - 25 \cdot 8.060\,t - 2765\,t)$
$= \hat{u} \sin(24.18 - 2967\,t) = \hat{u} \cdot \sin(2967\,t - 24.18$
$+ \pi) = \hat{u} \sin(2967\,t - 21.04)$

Die Kreisfrequenz hat sich verändert.

$f = \omega/(2\pi) = \underline{\underline{472\,Hz}}$

3a) Der Lorentzfaktor ist $\gamma = m/m_0 = 2m_0/m_0$
$= \underline{\underline{2}}$

b) $E_{kin} = mc^2 - m_0c^2 = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$
$= m_0(\gamma - 1)c^2 = m_0(2-1)c^2 = m_0c^2$
$= 1.6726 \cdot 10^{-27} \cdot (2.998 \cdot 10^8)^2\,J = \underline{\underline{0.150\,nJ}}$

c) $\gamma = 2 = 1/\sqrt{1-\beta^2} \rightarrow 1 - \beta^2 = 1/4 \rightarrow$
$\beta = v/c = \sqrt{3/4} = \sqrt{3}/2 \rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = \underline{\underline{0.866c}}$

4a) Kinetische Gastheorie: $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT \rightarrow$
$T = mv^2/(3k) = [28 \cdot 1.6605 \cdot 10^{-27} \cdot 510^2/$
$(3 \cdot 1.3807 \cdot 10^{-23})]\,K = \underline{\underline{292\,K \mathrel{\hat{=}} 19°C}}$

b) $\Delta p = mv - (-mv) = 2mv =$
$2 \cdot 28 \cdot 1.6605 \cdot 10^{-27} \cdot 510\,N \cdot s = \underline{\underline{4.74 \cdot 10^{-23}\,N \cdot s}}$

c) $F \cdot \Delta t = 0.23\,N \cdot 1s = n \cdot \Delta p$, n = Anzahl Stösse pro Sekunde $\rightarrow n = F \cdot \Delta t / \Delta p =$
$[0.23\,N \cdot s / (4.74 \cdot 10^{-23}\,N \cdot s)] = \underline{\underline{4.85 \cdot 10^{21}}}$

So viele Stösse pro Sekunde

5a) Das Elektron hat Eigenschaften einer Welle. (Partikel-Welle-Dualität).

b) $\sin \alpha_1 = \sin(0.085°) = 1 \cdot \lambda \cdot d$ (S. 168 Formelsammlung).

$\lambda = d \cdot \sin 0.085° = 2.5\,\mu m \cdot \sin 0.085°$

$= 3.71\,nm$

deBroglie: $p = m_e v = h/\lambda \rightarrow v = h/(m_e \lambda)$

$= [6.626 \cdot 10^{-34}/(9.109 \cdot 10^{-31} \cdot 3.709 \cdot 10^{-9})]\,m/s$

$\longrightarrow \underline{\underline{v = 196\,km/s}}$