

Strömungslehre

Für eine ideale Flüssigkeit (inkompressibel und ohne innere Reibung) gilt das **Gesetz von Bernoulli** wie folgt:

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{konstant}$$

oder für zwei verschiedene Punkte auf Höhen h_1 und h_2 und Strömungsgeschwindigkeiten v_1 und v_2

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Dabei ist p der statische Druck, der senkrecht zur Richtung der Strömungsgeschwindigkeit gemessen wird. Für den Volumenstrom eines inkompressiblen Mediums in einem Rohr mit zwei unterschiedlichen Rohrquerschnittsflächen A_1 und A_2 mit mittleren Strömungsgeschwindigkeiten v_1 und v_2 gilt die **Kontinuitätsgleichung** wie folgt:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

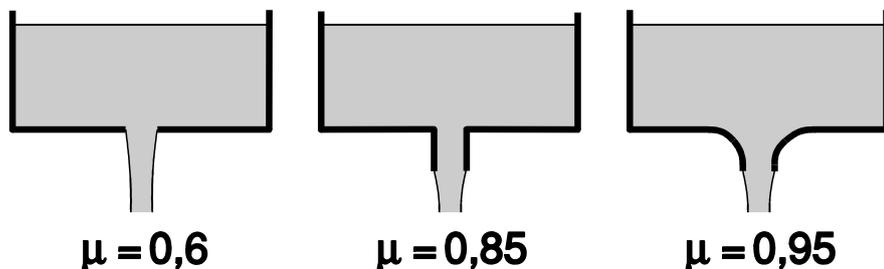
Für die Strömung in einem Rohr mit einem Druckunterschied Δp und einem Höhenunterschied Δh zwischen beiden Enden erhält man für die Strömungsgeschwindigkeit aus der Bernoullischen Gleichung folgendes:

$$v = \sqrt{2 \left(g \Delta h + \frac{\Delta p}{\rho} \right)}$$

Für die zwei möglichen Spezialfälle $\Delta h = 0$ und $\Delta p = 0$ erhält man Ausströmungsgesetze wie folgt:

Für die Ausflussgeschwindigkeit einer idealen Flüssigkeit aus einem Gefäß mit einer Öffnung bei einer Tiefe h unter der Oberfläche gilt das **Gesetz von Torricelli**, wonach die Ausflussgeschwindigkeit gleich gross ist wie nach einem freien Fall aus der Höhe h . In Wirklichkeit ist die Ausflussgeschwindigkeit bei scharfkantigen Öffnungen erheblich kleiner. Dies wird durch die **Ausflusszahl** μ wie folgt berücksichtigt:

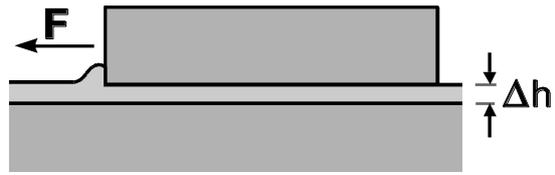
$$v = \mu \sqrt{2gh}$$



Bei Gasen kann man oft in guter Näherung $\Delta h = 0$ setzen. Es gilt dann das **Bunsensche Ausströmungsgesetz** wie folgt:

$$v = \mu \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

Bei Strömungen realer Flüssigkeiten ist vor allem die innere Reibung zu berücksichtigen. Ein Mass für die Zähigkeit einer Flüssigkeit (oder eines Gases) ist die **dynamische Viskosität**.



In nebenstehendem Beispiel bildet sich in der Flüssigkeit ein Geschwindigkeitsgradient dv/dh , der gleich $v/\Delta h$ ist, wobei v die Geschwindigkeit ist mit welcher der Klotz mit der Grundfläche A auf der Flüssigkeitsschicht der Höhe Δh gleitet. Die Reibungskraft ist proportional zur Geschwindigkeit v . Es gilt das **Gesetz von Newton**

$$F_R = \eta A \frac{dv}{dh}$$

Für den Strömungswiderstand einer Kugel mit Radius r , die sich mit einer Geschwindigkeit v durch ein Medium mit der dynamischen Viskosität η bewegt gilt bei **laminarer Strömung** das **Stokessche Gesetz** wie folgt:

$$F_R = 6\pi\eta r v$$

Für turbulente Strömung erhält man den Strömungswiderstand eines Objekts mit einer Stirnfläche A in einem Medium der Dichte ρ wie folgt:

$$F_R = c_w \frac{\rho}{2} v^2 A$$

Die Grösse c_w wird als **Widerstandsbeiwert** bezeichnet. Dieser ist abhängig von der Gestalt des Körpers. Genau genommen hängt der Widerstandsbeiwert, c_w , nicht nur von der Gestalt des umströmten Körpers, sondern auch vom Medium ab. Es zeigt sich, dass c_w nur eine Funktion der **Reynoldsschen Zahl** Re ist. Diese ist wie folgt definiert:

$$Re = \frac{\ell \rho v}{\eta}$$

Dabei ist ℓ ein für den jeweiligen Körper charakteristisches Längenmass, wie z.B. Kugelradius, Rohrdurchmesser u.s.w. Bei kleinen Werten für die Reynoldssche Zahl ist die Strömung laminar. Wird eine kritische Reynoldssche Zahl überschritten, so schlägt eine laminare Strömung in eine turbulente um, wobei sich der Strömungswiderstand wesentlich vergrössert. Für Röhren mit Durchmesser d und mit glatter Rohrwand ist die kritische Reynoldssche Zahl wie folgt:

$$Re = \frac{v \rho d}{\eta} \rightarrow Re_{krit} = 2320$$

Ähnlich gilt für eine umströmte Kugel $Re_{krit} \approx 2$, wenn $Re = dv\rho/\eta$. Bei laminaren Strömungen durch ein Rohr der Länge ℓ ist die vom strömenden Medium auf die Wand ausgeübte Reibungskraft proportional zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit \bar{v} und zur Länge des Rohrs. Es gilt das **Gesetz von Hagen-Poiseuille** wie folgt:

$$F_R = 8\pi\eta\ell\bar{v}$$

Dabei ist η die dynamische Viskosität des Mediums. Daraus ergibt sich für die Fließgeschwindigkeit in einem Rohr mit einem inneren Radius r und einer Druckdifferenz Δp zwischen beiden Rohrenden folgendes:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \Delta p$$

Für turbulente Strömungen durch ein Rohr gilt folgendes:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \approx \sqrt[7]{\left(\frac{\pi \Delta p}{l}\right)^4 \frac{d^{19}}{\rho^3 \eta}}$$

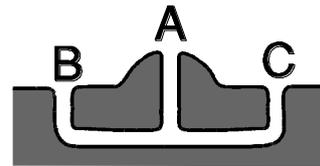
Für die Leistung gilt

$$P = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Delta p$$

Der **Staudruck** in einem strömenden Medium wird aus der Strömungsgeschwindigkeit und der Dichte wie folgt berechnet:

$$p_{\text{Stau}} = \frac{1}{2} \rho v^2$$

Aufgabe M-SL-1: Die Höhlen von Präriehunden haben viele Ein- resp. Ausgänge. Ein einziger davon befindet sich auf einem Erdhügel. Wenn über die Prärie ein leichter Wind weht, wie bewegt sich dann die Luft in den beiden Gängen zwischen A und B, sowie zwischen A und C, wenn



- der Wind von B nach C weht?
- der Wind von C nach B weht?

Aufgabe M-SL-2: Die Aorta hat einen Querschnitt von ungef. 3 cm^2 . Das Blut fließt in ihr mit einer Strömungsgeschwindigkeit von ungef. 30 cm/s . Wie gross ist die Anzahl der Kapillaren, wenn ihr Durchmesser rund $8 \mu\text{m}$ beträgt und das Blut in ihnen mit einer Geschwindigkeit von $0,5 \text{ mm/s}$ fließt?

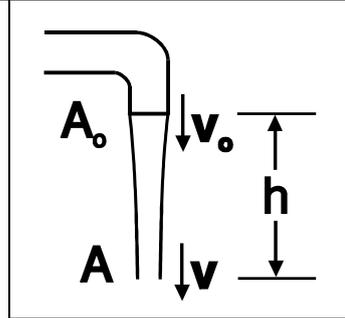
Aufgabe M-SL-3: Der Samen der Silberpappel hat wegen seiner Hülle aus Wolle eine sehr geringe Fallgeschwindigkeit. Der Durchmesser des $3 \mu\text{g}$ schweren Wollknäuels beträgt rund 1 cm . Die Fallbeschleunigung sei $9,8 \text{ m/s}^2$. Bestimme folgendes:

- Die Sinkgeschwindigkeit in Luft mit einer dynamischen Viskosität von $17,2 \mu\text{Pa} \cdot \text{s}$.
- Die horizontale Strecke, die ein Samen zurücklegt, wenn er von einem 25 m hohen Baum fällt und von einem Wind mit einer (horizontalen) Strömungsgeschwindigkeit von 18 km/h fortgetragen wird.

Aufgabe M-SL-4: Wie gross ist die Zähigkeit eines Schmieröls, in dem eine Stahlkugel mit einem Durchmesser von 2 mm eine Fallhöhe von 50 cm innerhalb von 30 s mit gleichbleibender Geschwindigkeit durchfällt?

Aufgabe M-SL-5: Welchen Durchmesser haben Nebeltröpfchen, die bei ruhender Luft mit einer Geschwindigkeit von $1,2 \text{ mm/s}$ zu Boden sinken. Die Dichte der Nebeltröpfchen sei 1000 kg/m^3 und die dynamische Viskosität der Luft sei $17,2 \mu\text{Pa} \cdot \text{s}$.

Aufgabe M-SL-6: Aus einem Wasserhahn strömt Wasser mit einer Strömungsgeschwindigkeit v_0 von 2 m/s. Die Querschnittsfläche A_0 des Wasserstrahls zuoberst sei 0,8 cm². Berechne



- die Strömungsgeschwindigkeit v
- die Querschnittsfläche A des Wasserstrahls

an einer Stelle 60 cm tiefer unten.

Die Bewegung des Wassers erfolge nach den Gesetzen des freien Falls. Die Fallbeschleunigung sei 10 m/s^2 .

Aufgabe M-SL-7: Bestimme wie lange es dauert, bis die Fetttropfchen der Milch eine Distanz von 10 cm bis zur Oberfläche zurückgelegt haben. Die Dichte der Fetttropfchen sei 920 kg/m^3 und diejenige der Magermilch sei 1000 kg/m^3 . Die dynamische Viskosität der Magermilch sei $1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$. Die Fallbeschleunigung sei 10 m/s^2 . Für die Durchmesser der Fetttropfchen gelte folgendes:

- Stallmilch: $\varnothing = 8 \text{ } \mu\text{m}$.
- Homogenisierte Milch: $\varnothing = 2,5 \text{ } \mu\text{m}$.

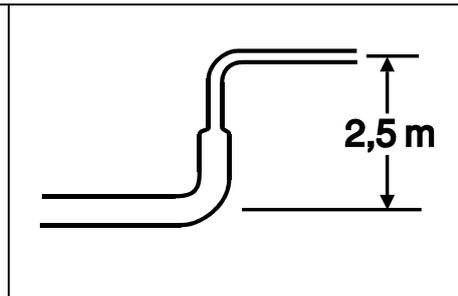
Aufgabe M-SL-8: Bei einer Blutsenkung sedimentieren Erythrozyten im Blutplasma unter dem Einfluss der Gravitation ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$) mit einer Geschwindigkeit von 7 mm/h. Die Dichte des Blutplasmas sei 1030 kg/m^3 und seine dynamische Viskosität sei $1,7 \text{ mPa} \cdot \text{s}$. Wie gross ist der äquivalente Kugeldurchmesser der Erythrozyten, wenn ihre Dichte um 7% grösser ist als diejenige des Blutplasmas?

Aufgabe M-SL-9: Eine Kugel mit einem Durchmesser von 12 mm wird von Wasser mit einer Strömungsgeschwindigkeit v umströmt. Wie gross ist die Reynoldsche Zahl, wenn

- $v = 15 \text{ cm/s}$
- $v = 45 \text{ cm/s}$

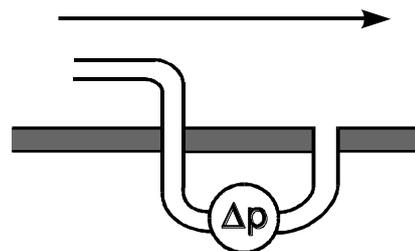
Die Dichte von Wasser sei 1000 kg/m^3 . Die dynamische Viskosität von Wasser sei $1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$.

Aufgabe M-SL-10: Durch ein Rohr bestehend aus zwei horizontalen Teilstücken mit unterschiedlichem Querschnitten fliesst Wasser. Im ersten Teilstück mit einem Querschnitt von 450 cm^2 beträgt der statische Druck 140 kPa. Im zweiten um 2,5 m höher liegenden Teilstück mit einem Querschnitt von 230 cm^2 ist der statische Druck um 30 kPa kleiner als im ersten.

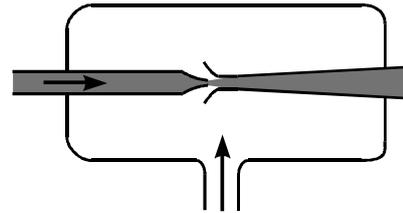


Wie gross sind die Strömungsgeschwindigkeiten in den beiden Rohren und wie gross ist der Volumenstrom. Die Dichte von Wasser sei 1000 kg/m^3 und die Fallbeschleunigung sei $9,8 \text{ m/s}^2$.

Aufgabe M-SL-11: In einem Flugzeug zeigt ein Prandtl'sches Rohr einen Differenzdruck von 12,5 kPa an. Wie gross ist die Relativgeschwindigkeit des Flugzeugs gegenüber der Luft, wenn deren Dichte $0,9 \text{ kg/m}^3$ beträgt?



Aufgabe M-SL-12: Bis zu welchem Druck kann eine Wasserstrahlpumpe einen Rezipienten evakuieren, wenn der Leitungsdruck in der Zuleitung 320 kPa beträgt? Der Innendurchmesser der Zuleitung beträgt 8 mm. In der Düse wird der Wasserstrahl auf einen Durchmesser von 3 mm verengt. Die Dichte von Wasser sei 1000 kg/m^3 .



Aufgabe M-SL-13: Ein Fahrzeug mit einer Stirnfläche von 2 m^2 und einem Widerstandsbeiwert c_w von 0.4 wird innerhalb von 10 s von 0 auf 108 km/h gleichförmig beschleunigt. Die Dichte der Luft sei 1.3 kg/m^3 .

- Berechne die zur Überwindung des Luftwiderstands erforderliche Leistung als Funktion der Zeit.
- Berechne die zur Überwindung des Luftwiderstands verrichtete Arbeit.
[Anmerkung: Die Lösung dieses Teils der Aufgabe erfordert Kenntnisse der höheren Mathematik].

Aufgabe M-SL-14: Die kritische Reynoldsche Zahl in einem Rohr beträgt 2320, wenn der Innendurchmesser des Rohrs als charakteristische Abmessung verwendet wird. Bei welcher mittleren Strömungsgeschwindigkeit wird eine Wasserströmung in einem Rohr mit einem Innendurchmesser von 18 cm turbulent? Die Dichte von Wasser sei 1000 kg/m^3 . Die dynamische Viskosität von Wasser sei $0,001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

Aufgabe M-SL-15: Mit welchem Druck muss Schmierfett mit einer dynamischen Viskosität von $80 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ in einen Fettnippel einer Maschine gepresst werden, wenn innerhalb von 5 s $0,8 \text{ cm}^3$ Fett durch einen Kanal der Länge 6 mm mit einem Durchmesser von 0,5 mm fließen soll?

Aufgabe M-SL-16: Für Blut wurde eine Reynoldsche Zahl von 1940 bestimmt. Von der Herzkammer strömt das Blut in die Aorta (Hauptschlagader) mit einem Durchmesser von 3 cm. Die Dichte von Blut beträgt 1080 kg/m^3 und bei Körpertemperatur gilt $\eta = 0,0045 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Bestimme folgendes:

- Bis zu welcher maximalen Strömungsgeschwindigkeit fließt das Blut in der Aorta laminar?
- Die maximale Strömungsgeschwindigkeit von Blut in der Aorta beträgt $0,5 \text{ m/s}$. Ist die Strömung in der Aorta dann laminar oder turbulent?

Aufgabe M-SL-17: Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit von Wasser in einem Rohr mit einem (inneren) Durchmesser von 6 cm beträgt $2,1 \text{ m/s}$. Die Dichte von Wasser sei 1000 kg/m^3 . Bestimme folgendes:

- Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in einer Verengung des Rohrs mit einem Durchmesser von 4 cm.
- Das pro Zeiteinheit geförderte Volumen an Wasser.
- Die maximal zulässige Strömungsgeschwindigkeit in der Verengung, wenn die Strömung dort laminar sein soll. Die dynamische Viskosität von Wasser sei $0,001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. [Die kritische Reynoldsche Zahl sei 2320].

Aufgabe M-SL-18: Durch die Seitenwand eines Gefäßes führt eine waagrechte Kapillare mit einem Innendurchmesser von 2 mm und einer Länge von 5 cm. Im Gefäß befindet sich bis zu einer Höhe von 25 cm über der Kapillare Olivenöl mit einer dynamischen Viskosität von $81 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ und einer Dichte von 910 kg/m^3 . Wieviel Olivenöl fließt aus der Kapillare pro Sekunde?

Aufgabe M-SL-19: Ein im Massstab 1 : 3 angefertigtes Modell eines Flugzeugs wird im Windkanal bei einer Strömungsgeschwindigkeit von 210 m/s untersucht. Für welche Reisegeschwindigkeit des Flugzeugs mit voller Grösse erfolgt der Test?

Aufgabe M-SL-20: Durch ein Rohr sollen pro Sekunde 5 Liter Wasser mit einer dynamischen Viskosität von $0,001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ fließen. Für welche Rohrdurchmesser bleibt die Strömung des Wassers im Rohr laminar? Die Dichte von Wasser sei 1000 kg/m^3 .

Aufgabe M-SL-21: In einem *Kugelfallviskosimeter* wird die dynamische Viskosität von Flüssigkeiten gemessen. Die Messungen sind nur dann gültig, wenn die sinkende Kugel laminar umströmt wird. Dies ist der Fall, wenn für die Reynoldszahl mit dem Kugeldurchmesser als charakteristische Grösse gilt $Re < 0,5$. Welchen Durchmesser darf eine Kugel aus Stahl höchstens haben, wenn Transformatoröle untersucht werden sollen für deren dynamische Viskositäten folgendes gilt: $\eta > 0,07 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Die Dichte von Stahl sei 7700 kg/m^3 .

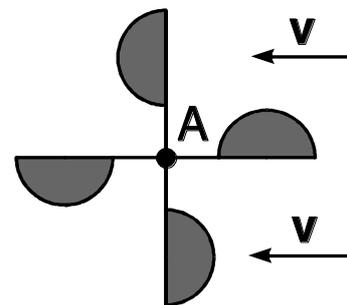
Aufgabe M-SL-22: Eine Luftblase mit einem Durchmesser von 2 mm steigt in einem Öl mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2.5 mm/s. Wie gross ist die dynamische Viskosität des Öls, wenn seine Dichte 910.3 kg/m^3 beträgt? Die Dichte der Luft sei 1.3 kg/m^3 . Die Fallbeschleunigung sei 9.8 m/s^2 .

Aufgabe M-SL-23: Ein Kolben mit einem Durchmesser von 8 cm und einer Länge von 11 cm bewegt sich in einem Rohr, dessen Innendurchmesser um 0,4 mm grösser ist als derjenige des Kolbens. Der Zwischenraum zwischen Kolben und Rohr sei mit Öl mit einer dynamischen Viskosität von $0,12 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ gefüllt. Die Dicke des Ölfilms sei überall gleich. Welche Reibungskraft erfährt der Kolben, wenn er sich mit einer Geschwindigkeit von 15 m/s bewegt?

Aufgabe M-SL-24: Ein rechtwinklig beidseitig offenes gebogenes Rohr wird so in die Strömung eines Flusses eingetaucht, dass ein Schenkel waagrecht mit der Öffnung gegen die Strömung liegt und der andere senkrecht aus dem Wasser ragt. Im senkrechten Schenkel steigt das Wasser auf eine Höhe von 20 cm über dem Flusspegel. Wie gross ist die Strömungsgeschwindigkeit im Fluss? Die Fallbeschleunigung sei $9,8 \text{ m/s}^2$.

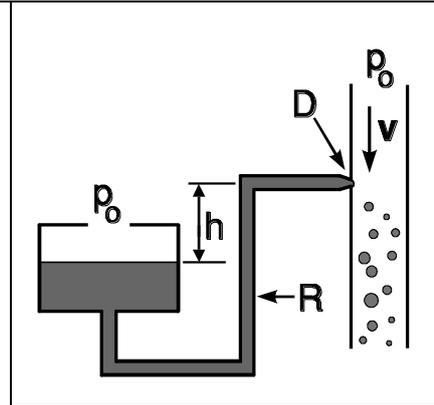
Aufgabe M-SL-25: Ein quadratisches Stück Blech mit einer Seitenlänge von 20 cm wird von einem Luftstrom mit einer Strömungsgeschwindigkeit von 20 m/s angeblasen. Das Blech steht senkrecht zur Strömung. Welche Kraft übt der Luftstrom auf das Blech aus? Es gelte folgendes: $c_w = 1,11$ und die Dichte der Luft sei $1,25 \text{ kg/m}^3$.

Aufgabe M-SL-26: Ein Windrad mit vier halbkugelförmigen Schaufeln dreht sich im Wind um eine Achse A. (Siehe dazu nebenstehendes Bild). Welches Drehmoment wirkt auf das stillstehende Windrad wenn eine Halbkugel mit der Öffnung gegen die Strömung ($c_w = 1,33$) und die gegenüberliegende mit der Rundung gegen die Strömung ($c_w = 0,35$) steht. Die beiden andern Schaufeln sollen nicht berücksichtigt werden. Die Strömungsgeschwindigkeit der Luft sei v . Der Abstand der Mittelpunkte der Halbkugeln mit Radien r sei d und die Dichte der Luft sei ρ_L .



Aufgabe M-SL-27: Luft strömt mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s gegen ein Windrad mit einem Durchmesser von 35 m. Hinter dem Windrad beträgt die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Luft 15 m/s. Schätze die aufgenommene Leistung des Windrads, wenn die Dichte der Luft $1,25 \text{ kg/m}^3$ beträgt?

Aufgabe M-SL-28: Nebenstehende Figur zeigt schematisch ein Modell eines einfachen Vergasers. Durch ein Rohr fließt Luft der Dichte 1.2 kg/m^3 mit einer Geschwindigkeit von 60 m/s . Durch eine Düse (D) mit einem Durchmesser von 1.6 mm wird der Brennstoff mit einer Dichte von 800 kg/m^3 aus einem offenen Vorratsbehälter durch ein (dickes) Rohr (R) mit einer Ausflusszahl von 0.8 angesogen. Die Düse befindet sich auf einer Höhe h von 10 cm oberhalb der Flüssigkeitsoberfläche im Vorratsgefäß.



Die Fallbeschleunigung sei 9.8 m/s^2 . Bestimme den Massenstrom $\Delta m/\Delta t$ des Brennstoffs durch die Düse.

Aufgabe M-SL-29: Zwei Kugeln mit einem Durchmesser von $1,6 \text{ cm}$ seien durch einen dünnen Stab miteinander verbunden. Damit die Kugeln um eine Drehachse in der Symmetrieebene der "Hantel" mit einer konstanten Drehzahl von 20 U/min in einer Flüssigkeit rotieren ist ein Drehmoment von $0,0015 \text{ Nm}$ erforderlich. Bestimme die dynamische Viskosität der Flüssigkeit, wenn die Kugelmittelpunkte von der Drehachse je 4 cm entfernt sind.

Aufgabe M-SL-30: Öl mit einer dynamischen Viskosität von $210 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ soll durch eine Pipeline mit einem Innendurchmesser von 140 cm mit einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit von 2.7 km/h über eine Distanz von 182 km transportiert werden. Welche Transportenergie muss pro Tonne Öl aufgewendet werden? Die Dichte des Öls sei 900 kg/m^3 .

Aufgabe M-SL-31: Mit welcher maximalen Geschwindigkeit strömt Wasser aus einem Wasserhahn, wenn sich das Wasserreservoir 40 m über ihm befindet? Die Ausflusszahl sei $0,85$. Die Fallbeschleunigung sei $9,8 \text{ m/s}^2$.

Aufgabe M-SL-32: Mit welcher Geschwindigkeit strömt Luft aus einem kleinen Loch in einem Reifen mit einem Überdruck von $600'000 \text{ Pa}$? Die Ausflusszahl sei $0,75$ und der Adiabatenexponent sei $1,4$. Die Dichte der Luft im Behälter sei $7,6 \text{ kg/m}^3$.

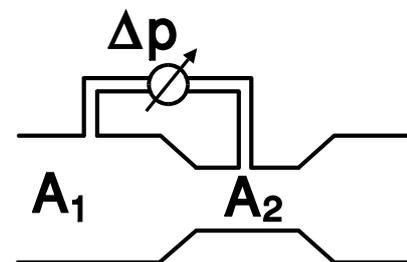
Aufgabe M-SL-33: Welchen Druck muss der Kompressor einer Farbspritze erzeugen, damit die Farbe mit einer Geschwindigkeit von 30 m/s aus der Düse strömt? Die Dichte der Farbe sei 800 kg/m^3 . Die Ausflusszahl sei $0,7$.

Aufgabe M-SL-34: Wasser mit einer dynamischen Viskosität von $0,001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ wird durch ein Rohr mit einem Durchmesser von 10 cm gepumpt. Bestimme den Volumenstrom $\Delta V/\Delta t$ und die erforderliche Pumpleistung, wenn für die Reynoldszahl gilt:

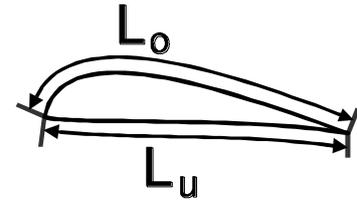
- | | |
|----------------|----------------|
| a) $Re = 250$ | d) $Re = 2000$ |
| b) $Re = 500$ | e) $Re = 3000$ |
| c) $Re = 1000$ | f) $Re = 4000$ |

Stelle die Pumpleistung als Funktion des Volumenstroms graphisch dar.

Aufgabe M-SL-35: Ein Venturirohr mit einer Querschnittsfläche A_1 von 28 cm^2 weist eine Verengung auf, deren Querschnittsfläche A_2 vier Mal kleiner ist als A_1 . Durch das Venturirohr strömt Helium mit einer Dichte von $0,17 \text{ kg/m}^3$. Bestimme die Strömungsgeschwindigkeit und den Durchfluss in m^3/s des Heliums im Rohr, wenn eine Druckdifferenz Δp von 20.4 Pa gemessen wurde.



Aufgabe M-SL-36: Beim Querschnitt durch einen Flugzeugflügel ist die Länge L_o des Schnitts durch die Flügeloberseite 15% länger als diejenige des Schnitts durch die Unterseite (L_u). Berechne den Druckunterschied zwischen Ober- und Unterseite des Flügels,



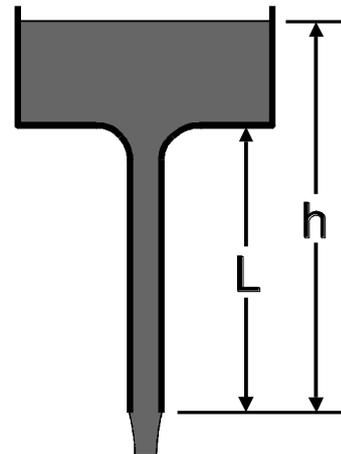
wenn das Flugzeug in Luft mit einer Dichte von $0,6 \text{ kg/m}^3$ mit einer Geschwindigkeit von 900 km/h fliegt. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Luft auf der Flügelunterseite sei gleich wie die Reisegeschwindigkeit des Flugzeugs.

Aufgabe M-SL-37: Das Startgewicht einer DC 8 sei 140 t . Die Fläche beider Flügel beträgt rund 270 m^2 . Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Luft auf der Oberseite der Flügel ist um rund 15% grösser als diejenige auf der Unterseite. Welche Geschwindigkeit würde das Flugzeug auf der Startpiste benötigen, um abzuheben? Die Fallbeschleunigung sei $9,8 \text{ m/s}^2$ und die Dichte der Luft sei $1,25 \text{ kg/m}^3$.

Aufgabe M-SL-38: Wenn der statische Druck bei einem von Wasser umströmten Festkörper kleiner wird als der Dampfdruck des Wassers können sich an seiner Oberfläche durch sogenannte *Kavitation* kleine Krater bilden. Bei welcher Drehzahl einer Schiffsschraube mit einem Durchmesser von $2,4 \text{ m}$ kann der Dampfdruck von Wasser bei 15°C unterschritten werden, wenn der Atmosphärendruck 101 kPa beträgt und die Schiffsschraube bis 2 m unter die Wasseroberfläche reicht? Der Dampfdruck von Wasser bei 15°C beträgt 1704 Pa . Die Dichte von Wasser sei 1000 kg/m^3 . Die Fallbeschleunigung sei $9,8 \text{ m/s}^2$.

Aufgabe M-SL-39: Welches Biegemoment wirkt im Fundament eines zylinderförmigen 40 m hohen Hochkamins mit einem Durchmesser von 7 m bei Windstärke 12 (50 m/s)? Der Widerstandsbeiwert sei $0,7$ und die Dichte der Luft sei $1,25 \text{ kg/m}^3$.

Aufgabe M-SL-40: Ein mit Wasser gefüllter Behälter kann durch ein geradliniges vertikales Rohr der Länge L und Innendurchmesser d am Boden entleert werden. Bestimme die maximale Füllhöhe h des Wassers über dem Ausfluss bei welcher das Wasser im Rohr noch laminar fließt, wenn für die Strömung im Rohr das Gesetz von Hagen-Poiseuille gilt. Die dynamische Viskosität von Wasser sei $0,001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ und es sei $L = 50 \text{ cm}$ und $d = 1,5 \text{ cm}$. Die Wichte von Wasser sei 10 kN/m^3 .



Lösungen:

M-SL-1: ?

M-SL-2: ?

M-SL-3: $F_G = mg = 6\pi\eta rv$. (a) $v = mg/(6\pi\eta r) = 1.81 \text{ cm/s}$. (b) $t_{\text{Fall}} = h/v \approx 23 \text{ min}$.
 $\rightarrow s = (18 \text{ km/h}) \cdot t_{\text{Fall}} = 6.89 \text{ km} \approx 7 \text{ km}$.

M-SL-4: Kräftegleichgewicht : $(4\pi/3)r^3(\rho_{\text{Fe}} - \rho_{\text{Öl}})g = 6\pi\eta rv \rightarrow \eta = 915 \text{ mPa}\cdot\text{s}$.

M-SL-5: $mg = (4\pi/3)r^3\rho g = 6\pi\eta rv \rightarrow 2r = 3\sqrt{2\eta v/(\rho g)} = 6.16 \mu\text{m}$.

M-SL-6: a) $\sqrt{v_0^2 + 2gh} = 4 \text{ m/s}$. (b) $A = 80 \text{ mm}^2 (v_0/v) = 40 \text{ mm}^2$.							
M-SL-7: a) $(4\pi/3)r^3 \Delta\rho g = 6\pi\eta r v \rightarrow v = 2.79 \mu\text{m/s} = 1.0035 \text{ cm/h} \rightarrow t = 10 \text{ cm}/v = 9.965 \text{ h}$. (b) $t = 102.04 \text{ h}$.							
M-SL-8: $(4\pi/3)r^3 \cdot 0.07 \rho g = 6\pi\eta r v \rightarrow 2r = \sqrt{2\eta v / (0.07 \rho g)} = 9.18 \mu\text{m}$.							
M-SL-9: a) $Re = 2v\rho r/\eta = 1800$. (b) $Re = 2v\rho r/\eta = 5400$.							
M-SL-10: Gesetz v. Bernoulli u. Kontinuitätsgleichung $\rightarrow v_1 = \sqrt{529/136} \text{ m/s} = 1.972 \text{ m/s}$; $v_2 = (45/23)v_1 = 3.859 \text{ m/s}$.							
M-SL-11: $v = \sqrt{2\Delta p/\rho} = 167 \text{ m/s} = 600 \text{ km/h}$.							
M-SL-12: $\left(\frac{\Delta V}{\Delta t}\right) = A_2 \sqrt{2p/\rho} = 0,1788$ Liter/s; $p = 320 \text{ kPa} - \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\Delta V}{\Delta t}\right)^2$ $[A_2^2 - A_1^2] = 6,33 \text{ kPa}$.				M-SL-13: a) $P = c_w(\rho v^3/2)A = c_w(\rho (\text{at})^3/2)$ $A = [14.04 \text{ W}](\text{t/s})^3$. (b) $\Delta W = \int_0^{10\text{s}} P dt = [14.04 \text{ W}](10\text{s})^4/(4\text{s}^3) = 35.1 \text{ kJ}$.			
M-SL-14: $Re_{\text{krit}} = 2320 = v_{\text{krit}}\rho d/\eta \rightarrow v_{\text{krit}} = Re_{\text{krit}}\eta/(\rho d) = 12.9 \text{ mm/s}$.							
M-SL-15: $\Delta p = 8\eta \ell (\Delta V/\Delta t)/(\pi r^4) = 500.7 \text{ bar}$.							
M-SL-16: a) $v < \eta Re_{\text{krit}}/(d\rho) = 269 \text{ mm/s}$. (b) Die Strömung ist turbulent.							
M-SL-17: a) $v_2 = (A_1/A_2)v_1 = (d_1/d_2)^2 v_1 = 4.725 \text{ m/s}$. (b) $\Delta V/\Delta t = Av = (\pi d^2/4)v = 5.94 \text{ Liter/s}$. (c) $v_{\text{krit}} = Re_{\text{krit}}\eta/(\rho d_2) = 5.8 \text{ cm/s}$.							
M-SL-18: $\Delta V/\Delta t = \pi r^4 \rho gh/(8\eta \ell) = 216 \text{ mm}^3/\text{s}$.							
M-SL-19: $Re = \text{konst} \rightarrow v = (210 \text{ m/s})/3 = 70 \text{ m/s} = 252 \text{ km/h}$.							
M-SL-20: $r > 4\rho(\Delta V/\Delta t)/(\pi\eta Re_{\text{krit}})$. Für $Re_{\text{krit}} = 2320$ erhält man $r > 274 \text{ cm}$.							
M-SL-21: $v_{\text{krit}} = \eta Re_{\text{krit}}/(d\rho)$; $(4\pi/3)r^3 \Delta\rho g = 6\pi\eta r v = 3\pi\eta^2 Re_{\text{krit}}/\rho\dot{\omega}_l \rightarrow d = 2r < 4.2 \text{ mm}$. [Für $Re_{\text{krit}} = 0.5$].				M-SL-22: $F_A = F_R = 6\pi\eta r v = \Delta\rho V g = (4\pi/3)r^3 \Delta\rho g \rightarrow \eta = 2\Delta\rho r^2 g/(9v) = 792 \text{ mPa}\cdot\text{s}$.			
M-SL-23: $F_R = 2\pi r \eta h \Delta v/\Delta h$, wobei $\Delta v/\Delta h = 75'000 \text{ s}^{-1} \rightarrow F_R = 248.8 \text{ N}$.							
M-SL-24: $\frac{1}{2}\rho v^2 = \rho gh \rightarrow v = \sqrt{2gh} = 1,98 \text{ m/s}$.							
M-SL-25: $F_R = c_w(\rho/2)v^2 A = 11.1 \text{ N}$.							
M-SL-26: $M = (1.33 - 0.35)(\rho_{\text{Luft}}/2)v^2 \pi r^2 d/2$.							
M-SL-27: Energiesatz: $P = \frac{1}{2}(\Delta m/\Delta t)(v_1^2 - v_2^2) \approx \pi r^2 (v_1 + v_2)\rho_{\text{Luft}}(v_1^2 - v_2^2)/4 = 1842 \text{ kW}$.							
M-SL-28: Luft: $\Delta p = \frac{1}{2}\rho_{\text{Luft}}v^2$; $v_{\text{Benzin}} = \mu\sqrt{2[(\Delta p/\rho) - g\Delta h]} = \mu\sqrt{(\rho_{\text{Luft}}/\rho)v^2 - 2g\Delta h} = 1.48 \text{ m/s} \rightarrow \Delta m/\Delta t = \rho v_{\text{Benzin}} \pi r^2 = 8.59 \text{ kg/h}$.							
M-SL-29: $F_R = 6\pi\eta r v = 6\pi\eta r^2 \omega = M/(2R) \rightarrow \eta = 950 \text{ mPa}\cdot\text{s}$.							
M-SL-30: $\Delta s = \Delta V/(\pi r^2) = 1000 \text{ kg}/(\rho\pi r^2) = 722 \text{ mm}$; $\Delta W = F_R \Delta s = 8\pi\eta \ell \bar{v} \Delta s = 520 \text{ kJ}$.				M-SL-31: $v = \mu\sqrt{2gh} = 23.8 \text{ m/s}$.			
M-SL-32: $v = 0.75 \sqrt{7 \cdot (\rho_0/\rho_0)[1 - 7^{-2/7}]} = 393 \text{ m/s}$.							
M-SL-33: $\Delta p = (v/\mu)^2 \rho/2 = 735 \text{ kPa}$.							
M-SL-34: $v = \eta Re/(\rho d) \rightarrow \Delta V/\Delta t = Av = \pi r^2 \eta Re/(\rho d)$. $\Delta p = 8\eta \ell (\Delta V/\Delta t)/(\pi r^4)$ wenn $Re < Re_{\text{krit}} = 2320$ und $\Delta p = (\ell/\pi) \sqrt{(\Delta V/\Delta t)^7 \rho^3 \eta/d^{19}}$ wenn $Re > Re_{\text{krit}}$. $P = \Delta p(\Delta V/\Delta t)$.							
	Re	$\Delta V/\Delta t$ [m ³ /h]	P [mW]		Re	$\Delta V/\Delta t$ [m ³ /h]	P [mW]
a)	250	0.0707	0.0126	d)	2000	0.5655	0.804

b)	500	0.1414	0.0503	e)	3000	0.8482	4.781
c)	1000	0.2827	0.201	f)	4000	1.1310	10.546
M-SL-35: $v_2 = 4v_1$; $v_1 = \sqrt{\Delta p / (7.5 \rho)} = 4 \text{ m/s}$; $v_2 = 4v_1 = 16 \text{ m/s}$.							
M-SL-36: $p_u = \frac{1}{2} \rho v_u^2 = p_o + \frac{1}{2} \rho v_o^2 \rightarrow \Delta p = p_u - p_o = \frac{1}{2} \rho [v_o^2 - v_u^2] = 6047 \text{ Pa}$.							
M-SL-37: $v = v_1$; $v_2 = 1,15 v_1 = 1,15 v$; $\Delta p = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \rho v^2 (1,15^2 - 1) = 0,16125 \rho v^2 = F/A = mg/A \rightarrow v = \sqrt{6,20155 mg / (\rho A)} = 159 \text{ m/s} = 572 \text{ km/h}$.							
M-SL-38: $p_a + \rho gh - 1704 \text{ Pa} = \frac{1}{2} \rho v^2 \rightarrow n = v / (2\pi r) = \sqrt{2(p_a + \rho gh - 1704 \text{ Pa}) / \rho} / (2\pi r) = 122,7 \text{ U/min}$.							
M-SL-39: $M = F_R h / 2 = c_w \rho v^2 h^2 d / 4 = 6125 \text{ kNm}$.							
M-SL-40: $v = \rho g h r^2 / (8\eta L) \leq 2320 \eta / (\rho d)$; $h \leq 74'240 \eta^2 L / (d^3 \rho g) = 101,0 \text{ cm}$.							