

Fach: Mathematik I

Zeitpunkt: Februar 2011, 120 Minuten

Dieses Aufgabenblatt bleibt nach der Prüfung im Besitze der Studierenden und muss nicht mit den Lösungen abgegeben werden.

| | |
|-----------------------------|---|
| <u>Klassen</u> | Zulassungsstudium Beginn August 2010 |
| <u>Examinator</u> | Prof. Dr.h.c. Bedi Büktas, Rektor der Hochschule für Technik Zürich |
| <u>Erlaubte Hilfsmittel</u> | - Eine persönlich erstellte und/oder eine gedruckte Formelsammlung (handschriftliche Einträge ohne Lösungsansätze sind erlaubt) - Ein elektronischer Rechner |

Bewertungsschema Pro Aufgabe total 3 Punkte --> Maximal 24 Punkte

| <u>Notengebung</u> | <u>Anzahl Punkte</u> | <u>Note</u> |
|-----------------------|----------------------|-------------|
| (Anz. Punkte / 4 + 1) | 24,23,22,21,20,19 | 6.0 |
| | 18,17 | 5.5 |
| | 16,15 | 5.0 |
| | 14,13 | 4.5 |
| | 12,11 | 4.0 |
| | 10,9 | 3.5 |
| | 8,7 | 3.0 |
| | 6,5 | 2.5 |
| | 4,3 | 2.0 |
| | 2,1 | 1.5 |
| | 0 | 1.0 |

| | |
|----------------|---|
| <u>Wichtig</u> | - Bei jeder Aufgabe muss der Lösungsweg in allen Schritten nachvollziehbar sein, ansonsten die Aufgabe nicht bewertet würde - Erratene Lösungen werden nicht bewertet - Für jede Aufgabe ist ein separates Blatt, versehen mit Name und Vorname, zu verwenden - Die Lösungsblätter sind nur einseitig zu beschriften |
|----------------|---|

AUSZUG AUS DEM REGLEMENT

IV. PRÜFUNGSBESTIMMUNGEN, § 13 (Ausschluss von Zertifikatsprüfungen bzw. Gesamtprüfung)

Ein Ausschluss von den Prüfungen erfolgt, wenn

- der/die Studierende unerlaubte Hilfsmittel verwendet oder in anderer schwerwiegender Weise gegen die Prüfungsordnung verstösst
- der/die Studierende ohne zwingenden Grund einer Prüfung ganz oder teilweise fernbleibt
- sich auch nachträglich ein offenkundiger und belegbarer Betrug herausstellt.

Wird ein Ausschluss ausgesprochen, gilt die ganze Zertifikats- oder Gesamtprüfung als nicht bestanden. Die Studierenden werden ausdrücklich auf diese Bestimmungen aufmerksam gemacht.

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Lösungen für x , y und z aus dem Gleichungssystem:

$$3x : 3y : 2z = 18 : 15 : 8 \quad \text{und} \quad 3x + 4y - 4z = 66$$

Aufgabe 2

Für die Lösungen x_1 und x_2 der quadratischen Gleichung $x^2 + 132x + q = 0$ gilt:
 $x_1 + x_2^2 = 0$. Berechnen Sie die beiden Lösungen sowie q .

Aufgabe 3

Gegeben sei die Gleichung: $i \cdot (i + z) = 2 \cdot (z - i)$.
Dabei sind z eine komplexe Zahl und i die imaginäre Einheit.
Berechnen Sie z in der kartesischen Form $z = a + ib$.

Aufgabe 4

Gegeben ist die Gleichung: $4^{x+1} + 5^x = 5^{x+1} - 4^{x+2}$. Berechnen Sie x .

Aufgabe 5

Gegeben ist die Gleichung: $\{12 - [5 + (x^2 - 9)^{1/2}]^{1/2}\}^{1/2} = 3$. Berechnen Sie x .

Aufgabe 6

- Für welche natürlichen Zahlen n gilt die Ungleichung: $0.9^n < 0.01$?
- Bestimmen Sie Umkehrfunktion von $y = 10^x + 1$.

Aufgabe 7

Die Funktionsgleichungen einer Parabel und einer Geraden sind wie folgt gegeben:

$$P: y = x^2 + a \quad \text{und} \quad g: y = 8x.$$

Berechnen Sie den Parameter a so, dass sich P und g berühren. Zudem sind die Koordinaten des Berührungspunktes gesucht.

Aufgabe 8

- Berechnen Sie die Lösungsmenge für x , wenn: $(x - 1) / (x + 3) > (x + 3) / (x - 1)$
- Berechnen Sie x aus der Gleichung: $9^x - 4 \cdot 3^x = -4$

WIR WÜNSCHEN IHNEN VIEL ERFOLG !

Musterlösungen ZS Feb. 2011

1.) $x:y=6:5 \rightarrow y=\frac{5}{6}x, \frac{3}{2}x:z=9:4 \rightarrow z=\frac{2}{3}x \rightarrow$

$$3x + 4 \cdot \frac{5}{6}x - 4 \cdot \frac{2}{3}x = \frac{11}{3}x = 66 \rightarrow \underline{\underline{x=18}}, y = \frac{5}{6}x = \underline{\underline{15}}, z = \frac{2}{3}x = \underline{\underline{12}}$$

2.) $x_1 + x_2 = -132 = -x_2^2 + x_2 \rightarrow x_2^2 - x_2 - 132 = (x_2 - 12) \cdot (x_2 + 11) = 0 \rightarrow$ zwei Lösungen

1. Lösung: $x_2 = 12, x_1 = -x_2^2 = -144, q = x_1 \cdot x_2 = -1728$

2. " : $x_2 = -11, x_1 = -x_2^2 = -121, q = x_1 \cdot x_2 = 1331$

3.) $2(z-i) = 2z - 2i = i^2 + iz = iz - 1 \rightarrow (2-i)z = (2i-1)$

$$z = \frac{2i-1}{2-i} \cdot \frac{2+i}{2+i} = \frac{3i-4}{5} = \underline{\underline{-0.8 + 0.6i}}$$

4.) $4^x(4+4^2) = 5^x(5-1) \rightarrow 20 \cdot 4^x = 4 \cdot 5^x \rightarrow (5/4)^x = 5$
 $\rightarrow x \cdot \lg(5/4) = \lg 5 \rightarrow x = \underline{\underline{\lg 5 / \lg(5/4) = 7.2126}}$

5.) $12 - [5 + (x^2 - 9)^{1/2}]^{1/2} = 9 \rightarrow 5 + \sqrt{x^2 - 9} = 9 \rightarrow \sqrt{x^2 - 9} = 4$
 $\rightarrow x^2 - 9 = 16 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5 \text{ und } x_2 = -5}}$

Probe: $\sqrt{12 - \sqrt{5 + \sqrt{25 - 9}}} = 3 \checkmark$

6.) a) Grenzfall: $0.9^n = 0.01 \rightarrow n \cdot \lg 0.9 = \lg 0.01 = -2 \rightarrow$
 $n = -2 / \lg 0.9 = +43.7 \rightarrow \underline{\underline{n \geq 44}}$ b) $y = \log_{10}(x-1)$

7.) $P \cap q: x^2 + a = 8x \rightarrow x^2 - 8x + a = 0 \rightarrow D = 8^2 - 4a$
 $= 4 \cdot (16 - a) = 0 \rightarrow \underline{\underline{a = 16}} \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{8}{2} = 4$
 $y = 8x = 8 \cdot 4 = 32 \rightarrow \underline{\underline{B(4, 32)}}$

8. a) $\frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+3)} - \frac{(x+3)^2}{(x-1)(x+3)} = \frac{-8(x+1)}{(x-1)(x+3)} > 0$

$\rightarrow \underline{\underline{x < -3 \text{ oder } -1 < x < 1}}$

$x = -4: \frac{(-8) \cdot (-3)}{(-5) \cdot (-1)} > 0$

$x = -2: \frac{(-8) \cdot (-1)}{(-3) \cdot 1} < 0$

$x = 0: \frac{(-8) \cdot 1}{(-1) \cdot 3} > 0$

$x = 2: \frac{(-8) \cdot 3}{1 \cdot 5} < 0$

b) $(3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 4 = (3^x - 2)^2 = 0 \rightarrow x = \underline{\underline{\lg 2 / \lg 3 = 0.6309}}$