Juventus

Bachelor
Zulassungsstudium

HOCHSCHULE FÜR TECHNIK ZÜRICH

Fach: Mathematik II / Geometrie | Zeitpunkt: Juni 2011 | Zeit: 90 Minuten

---

Dieses Aufgabenblatt bleibt nach der Prüfung im Besitze der Studierenden und muss nicht mit den Lösungen abgegeben werden.

Klassen: Zulassungsstudium Beginn August 2010, Klassen 1, 2, 3 und 4

Examinator: Prof. Dr.h.c. Bedi Büktas, Rektor der Hochschule für Technik Zürich

Erlaubte Hilfsmittel:
- Eine persönlich erstellte und/oder eine gedruckte Formelsammlung (handschriftliche Einträge ohne Lösungsansätze sind erlaubt)
- Ein elektronischer Rechner

Bewertungsschema: Pro Aufgabe total 3 Punkte --> Maximal 24 Punkte

Notengebung (Anz. Punkte / 4 + 1)

Anzahl Punkte	Note
24,23,22,21,20,19	6.0
18,17	5.5
16,15	5.0
14,13	4.5
12,11	4.0
10,9	3.5
8,7	3.0
6,5	2.5
4,3	2.0
2,1	1.5
0	1.0

Wichtig:
- Bei jeder Aufgabe muss der Lösungsweg in allen Schritten nachvollziehbar sein, ansonsten die Aufgabe nicht bewertet würde
- Erratene Lösungen werden nicht bewertet
- Für jede Aufgabe ist ein separates Blatt zu verwenden
- Die Lösungsblätter sind nur einseitig zu beschriften

AUSZUG AUS DEM REGLEMENT
IV. PRÜFUNGSBESTIMMUNGEN, § 13 (Ausschluss von Zertifikatsprüfungen bzw. Gesamtprüfung)

Ein Ausschluss von den Prüfungen erfolgt, wenn

a) der/die Studierende unerlaubte Hilfsmittel verwendet oder in anderer schwerwiegender Weise gegen die Prüfungsordnung verstösst
b) der/die Studierende ohne zwingenden Grund einer Prüfung ganz oder teilweise fernbleibt
c) sich auch nachträglich ein offenkundiger und belegbarer Betrug herausstellt.

Wird ein Ausschluss ausgesprochen, gilt die ganze Zertifikats- oder Gesamtprüfung als nicht bestanden. Die Studierenden werden ausdrücklich auf diese Bestimmungen aufmerksam gemacht.

Aufgabe 1
Bei einem 20 cm hohen geraden Kreiskegel ist die Mantelfläche dreimal so gross wie die Grundfläche. Wie gross ist das Volumen des Kegels ?

Aufgabe 2
Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\tan 2x}$$ so weit wie möglich.

Aufgabe 3
Ein Vektor hat
- die x-Komponente um 8 grösser als die y-Komponente
- die z-Komponente 3
- sowie die Länge 7.

Wie lauten die Komponenten des Vektors ?

Aufgabe 4
Ein allgemeines Dreieck ABC ist mit der Seitenlänge c = 12 cm und den Winkeln $\alpha = 25°$ und $\beta = 70°$ gegeben. Berechnen Sie die Längen der Winkelhalbierenden w_α sowie der Seiten a und b des Dreiecks.

Aufgabe 5
Von einem Trapez ABCD sind die Grundlinie AB = 30 cm, der linke Schenkel AD = 20 cm, die parallele Seite CD = 15 cm sowie der Winkel bei A, $\alpha = 60°$, gegeben.
Berechnen Sie die Länge der Diagonale BD sowie die Trapezfläche.

Aufgabe 6
Die Spitze eines geraden Kreiskegels liegt im Punkt S(0/2/3) und die Grundfläche in der Ebene E: $2x - y - 2z - 10 = 0$. Ausserdem verläuft eine Mantellinie des Kreiskegels parallel zur z-Achse.
Berechnen Sie die Höhe, den Radius und das Volumen des Kreiskegels.

Aufgabe 7
Berechnen Sie alle Lösungen der goniometrischen Gleichung:
$3\sin x - 2\cos 2x = 0.5$

Aufgabe 8
Gegeben seien die Punkte A(0/2/-2), B(2/0/-1), C(4/1/0) und D(0/5/4). Ein Punkt P liegt auf der Geraden CD.
Wie müssen die Koordinaten von P gewählt werden, damit der Winkel zwischen den Vektoren AP und AB 45° beträgt ?

WIR WÜNSCHEN IHNEN VIEL ERFOLG !

08.06.2011/BB

ZLSAP Juni 2011

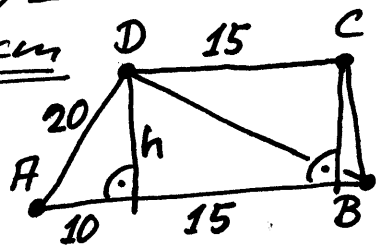
Musterlösungen:

1.) $\pi r s = 3\pi r^2 \rightarrow s = 3r = \sqrt{r^2+h^2} \rightarrow r = h/(2\sqrt{2}) =$
$10\text{cm}/\sqrt{2} = 7.07\text{cm} \rightarrow V = \pi r^2 h/3 = \underline{\underline{1047\text{cm}^2}}$

2.) $\frac{1}{\sin 2x} - \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1-\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{2\sin^2 x}{2\sin x\cos x} = \underline{\underline{\tan x}}$

3.) $7^2 = (y+8)^2 + y^2 + 3^2 \rightarrow y^2+8y+12 = (y+6)\cdot(y+2) = 0$
$\rightarrow \underline{\underline{\begin{pmatrix}2\\-6\\3\end{pmatrix} \text{ oder } \begin{pmatrix}6\\-2\\3\end{pmatrix}}}$

4.) $180° - \alpha - \beta = \gamma = 85° \rightarrow a = c\cdot\sin\alpha/\sin\gamma = 12\text{cm}\cdot\sin 25°/$
$\sin 85° = \underline{\underline{5.091\text{cm}}}$; $b = c\cdot\sin\beta/\sin\gamma = 12\text{cm}\cdot\sin 70°/\sin 85°$
$= \underline{\underline{11.319\text{cm}}}$; $w_\alpha = \sqrt{b\cdot c[(b+c)^2-a^2]}/(b+c) =$
$(\sqrt{11.3\cdot 12[23.3^2-5.1^2]}/23.3)\text{cm} = \underline{\underline{11.374\text{cm}}}$



5.) $h = (\sqrt{3}/2)\,\overline{AD} = \sqrt{3}\cdot 10\text{cm} = 17.32\text{cm}$
$\overline{BD} = \sqrt{h^2+20^2}\,\text{cm} = 10\cdot\sqrt{7}\,\text{cm} = \underline{\underline{26.46\text{cm}}}$
$A_{\square} = \frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{CD})\cdot h = \frac{1}{2}(30+15)\cdot 17.3\text{cm} = \underline{\underline{389.7\text{cm}^2}}$

6.) HNF von E: $\frac{2x-y-2z-10}{3} = 0 \rightarrow h = |2\cdot 0 - 1\cdot 2 - 2\cdot 3 - 10|/3 = \underline{\underline{6}}$
$\frac{\alpha}{2} = \arccos\left(\left(\begin{pmatrix}2\\-1\\-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix}\right)/(3\cdot 1)\right) = \arccos(2/3) = 48.19° \rightarrow r =$
$h\cdot\tan(\alpha/2) = 6\cdot\tan 48.19° = \underline{\underline{6.7082}}$, $V = \pi r^2 h/3 = \pi\cdot 6.7^2\cdot 6/3 = \underline{\underline{282.7}}$

7.) $3\sin x - 2\cos 2x = 3\sin x - 2(1-2\sin^2 x) = 1/2 \rightarrow$
$4\sin^2 x + 3\sin x - 5/2 = 0 \rightarrow \sin x = (-3 \pm 7)/8 \rightarrow \sin x = 1/2$
$\rightarrow \underline{\underline{x = 30° + n\cdot 360° \text{ oder } x = 150° + m\cdot 360°;\ \{n,m\}\in\mathbb{Z}}}$

8.) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{DC} = 4\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix}$, $g: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix} \rightarrow$
$\overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix}4+\lambda\\-1-\lambda\\2-\lambda\end{pmatrix} \rightarrow 3\sqrt{3}\sqrt{\lambda^2+2\lambda+7}\cdot\sqrt{1/2} = 3(4+\lambda) \rightarrow$
$\lambda^2 - 10\lambda - 11 = 0 \rightarrow \lambda = 5 \pm 6 \rightarrow \underline{\underline{P_1\begin{pmatrix}15\\-10\\-11\end{pmatrix} \text{ und } P_2\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}}}$